

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Η Κινηματική της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης

Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

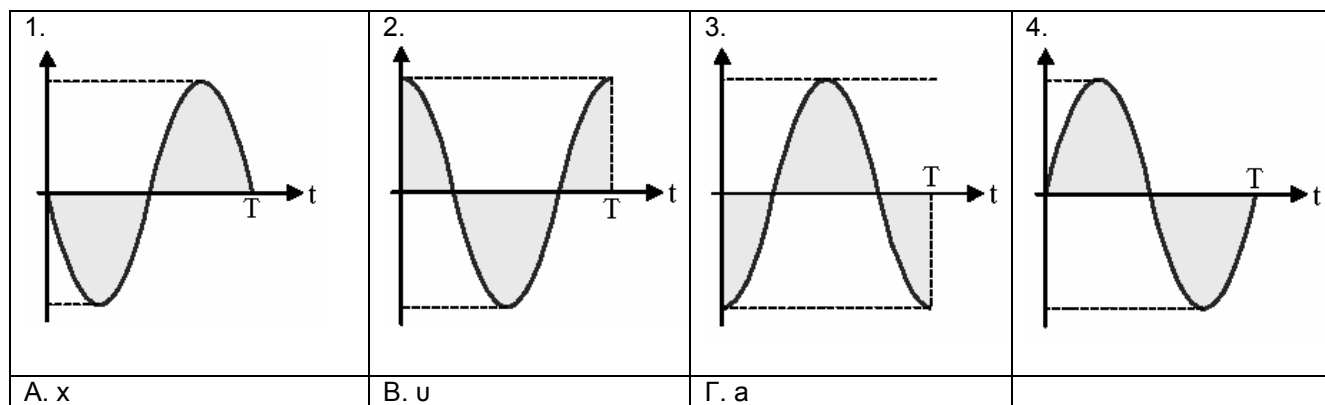
- 1.1. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι κίνηση
α. ευθύγραμμη ομαλή. β. ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.
γ. ομαλή κυκλική. δ. ευθύγραμμη περιοδική.
- 1.2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του είναι
α. ανάλογη του χρόνου. β. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
γ. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου. δ. ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς.
- 1.3. Η ταχύτητα u σημειακού αντικείμενου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση $x = 0$. β. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x .
γ. είναι μέγιστη στις θέσεις $x = \pm A$. δ. έχει την ίδια φάση με τη δύναμη επαναφοράς.
- 1.4. Η επιτάχυνση a σημειακού αντικείμενου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή. β. είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x .
γ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα. δ. γίνεται μέγιστη στη θέση $x = 0$.
- 1.5. Η φάση στην απλή αρμονική ταλάντωση
α. αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο. β. είναι σταθερή.
γ. ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο. δ. είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
- 1.6. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_u - \phi_x$ μεταξύ ταχύτητας u και απομάκρυνσης x στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι
α. $-\frac{\pi}{2}$ β. π γ. $\frac{\pi}{2}$ δ. $-\pi$
- 1.7. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_a - \phi_x$ μεταξύ απομάκρυνσης x και επιτάχυνσης a στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι
α. 0 β. $-\frac{\pi}{2}$ γ. $\frac{\pi}{2}$ δ. $-\pi$
- 1.8. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_a - \phi_u$ μεταξύ επιτάχυνσης a και ταχύτητας u στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι
α. $-\frac{\pi}{2}$ β. $\frac{\pi}{2}$ γ. 0 δ. $\frac{3\pi}{2}$
- 1.9. Σώμα δεμένο από ελατήριο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται σε θέση όπου $u = 0$ ενώ $a = +a_{\max}$. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του μπορεί να είναι η :
- α) $x = A\eta\mu\omega t$ β) $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ γ) $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$ δ) $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{4})$

Ερωτήσεις Σωστού Λάθους

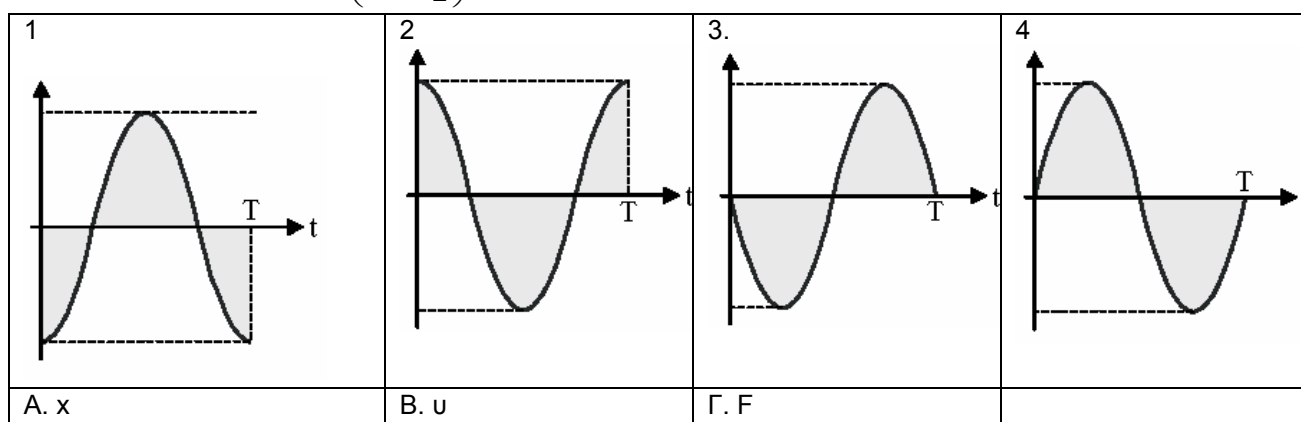
- 1.10. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη περιοδική κίνηση.
- 1.11. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη κίνηση, ομαλά μεταβαλλόμενη.
- 1.12. Η απομάκρυνση σημειακού αντικείμενου από τη θέση ισορροπίας του, όταν εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
- 1.13. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση η θέση του κινητού δίνεται από την εξίσωση $x=4+3\eta\mu\omega t$. Η κίνηση είναι α.α.τ
- 1.14. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του και η επιτάχυνσή του a συνδέονται με την εξίσωση $a = -\omega^2 x$.
- 1.15. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η φάση της απομάκρυνσης x προηγείται της φάσης της ταχύτητας u κατά $\frac{\pi}{2}$
- 1.16. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η δύναμη F και η απομάκρυνση x είναι μεγέθη συμφασικά.
- 1.17. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η φάση της απομάκρυνσης x καθυστερεί της φάσης της επιτάχυνσης a κατά π
- 1.18. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η φάση της ταχύτητας u προηγείται της φάσης της επιτάχυνσης a κατά $\frac{\pi}{2}$.
- 1.19. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο στη θέση $x = 0$.
- 1.20. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ελάχιστο στις θέσεις $x = \pm A$.
- 1.21. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, τα διανύσματα u και a είναι πάντα αντίρροπα.
- 1.22. Θεωρούμε ένα σώμα που ισορροπεί δεμένο στο άκρο οριζώντιου ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί χωρίς τριβές.
- Να χαρακτηρίσετε Σωστή (Σ) η Λάθος (Λ) κάθε μια από τις προτάσεις που ακολουθούν:
- α) Όταν η απομάκρυνση είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή τότε και η ταχύτητα είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή
- β) Όταν η απομάκρυνση είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή τότε η επιτάχυνση είναι μηδέν
- γ) Όταν η ταχύτητα είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή τότε η επιτάχυνση είναι μηδέν
- δ) Όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή τότε και η ταχύτητα είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή
- 1.23. Όταν ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, τότε η επιτάχυνσή του στην θέση ισορροπίας αλλάζει πρόσημο.

Ερωτήσεις Αντιστοίχισης

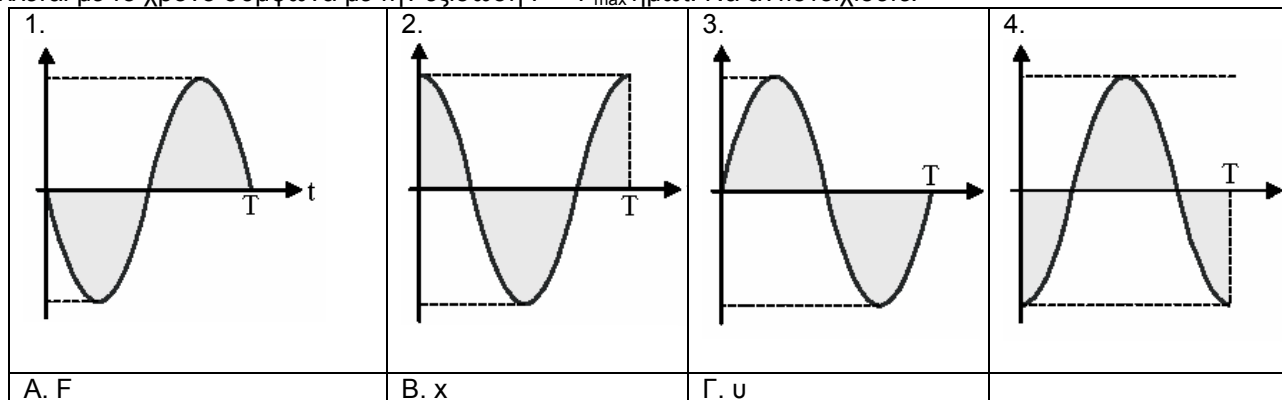
1.24. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = A \eta\mu\omega t$. Να αντιστοιχίσετε:



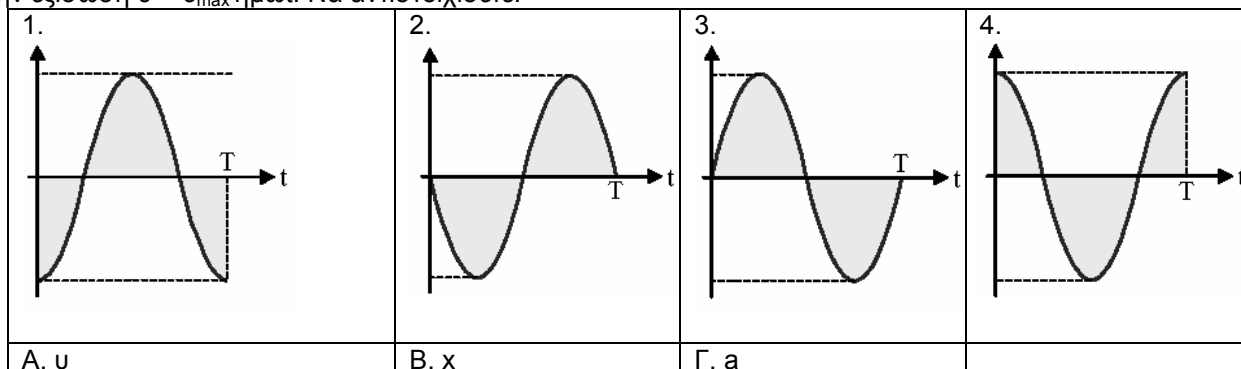
1.25. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = A \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Να αντιστοιχίσετε:



1.26. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $F = F_{\max} \eta\mu\omega t$. Να αντιστοιχίσετε:



1.27. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ταχύτητα του μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $u = u_{\max} \eta\mu\omega t$. Να αντιστοιχίσετε:



Ερωτήσεις Ανοικτού τύπου - Ασκήσεις

1.28. Δίνεται η εξίσωση ταλάντωσης $x=3\eta\mu(4\pi t+\pi/6)$. Αν η μάζα του σώματος είναι 5 Kg να βρεθούν τα εξής μεγέθη της ταλάντωσης: $A, \omega, \phi_0, u_{\max}, a_{\max}, f, T, D, F_{\max}$

1.29. Να βρεθούν το πλάτος και η αρχική φάση στις εξής περιπτώσεις της ταλάντωσης α) $x=-3\eta\mu\omega t$, β) $x=4\sigma\upsilon\nu\omega t$

1.30. Να βρεθεί η αρχική φάση της ταλάντωσης στις εξής περιπτώσεις:

1. για $t=0$, $x=0$ και $u>0$,

2. για $t=0$, $x=0$ και $u<0$, για $t=0$,

3. $x=A$, για $t=0$,

4. για $t=0$, $x=-A$,

5. για $t=0$, $x=A/2$ και $u>0$,

6. για $t=0$, $x=A\sqrt{3}/2$ και $u<0$,

7. για $t=0$, $x=-A\sqrt{3}/2$ και $u>0$,

8. για $t=0$, $x=-A/2$ και $u<0$,

9. $t=T/4$, $x=A\sqrt{2}/2$, $u<0$

10. για $t=0$, $u=u_{\max}/2$, $x<0$

1.31. Ένα κινητό εκτελεί Α.Α.Τ. Θέτουμε $t=0$ την στιγμή που η απομάκρυνση του είναι $+A/2$ και το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και η εξίσωση της ταχύτητας. Δίνεται $A=5\text{cm}$ $T=2\text{sec}$.

$$x=5\eta\mu(\pi t+5\pi/6), u=5\pi\sigma\upsilon\nu(\pi t+5\pi/6)$$

1.32. Σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=12\text{s}$ και για $t=0$ είναι $x=A/2$ και $u>0$. Να βρεθεί τότε θα περάσει από θέση

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} A \text{ για } 3^{\text{η}} \text{ φορά.}$$

1.33. Δυο υλικά σημεία εκτελούν ΓΑΤ της ίδιας περιόδου T , του ίδιου πλάτους A της ίδιας διεύθυνσης και με την ίδια θέση ισορροπίας. Τα κινητά συναντώνται, ενώ κινούνται αντίθετα, κάθε φορά που η απομάκρυνση τους είναι ίση με $+A/2$. Να βρεθεί η διαφορά φάσης τους.

($2\pi/3$)

1.34. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$.

α. Να υπολογίσετε τις τιμές των μεγεθών A, ω, ϕ_0 αν γνωρίζετε ότι απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d = 0,2 \text{ m}$ και για $t_0 = 0$ είναι $x = 0,05 \text{ m}$ και $u = -\sqrt{3} \text{ m/s}$.

β) Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

γ. Να παραστήσετε γραφικά, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο, αν η μάζα του είναι $m = 0,1 \text{ kg}$.

$$[\text{Απ. (α)} A = 0,1 \text{ m}, \omega = 20\text{rad/s}, \phi_0 = \frac{5\pi}{6} \quad (\beta) a = -20\text{m/s}^2 \quad (\gamma) \text{ευθεία}]$$

1.35. Υλικό σημείο μάζας $m = 0,01 \text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,2 \text{ m}$ και περιόδου $T = \pi \text{ s}$.

α. Να βρείτε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από τη θέση $x_1 = 0,1 \text{ m}$ στη θέση $x_2 = -0,1 \text{ m}$, αν δίνεται ότι το υλικό σημείο περνάει από τη θέση x_1 κινούμενο

i) προς τη θετική κατεύθυνση, ii) προς την αρνητική κατεύθυνση.

β. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου, όταν αυτό περνάει από τις θέσεις x_1 και x_2 ;

$$[\text{Απ. (α)} \text{ i) } \frac{\pi}{2} \text{ s} \text{ ii) } \frac{\pi}{6} \text{ s} \quad (\beta) -4 \cdot 10^{-3} \text{ N}, 4 \cdot 10^{-3} \text{ N}]$$

2. Η Δυναμική της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης

Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

2.1. Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε σημειακό αντικείμενο το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

α. είναι σταθερή.

β. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x .

γ. είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης. δ. είναι ανάλογη της ταχύτητας u .

Ερωτήσεις Σωστού Λάθους

2.2. Σε μια κίνηση η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα δίνεται από: $\Sigma F = 10-2x$. Η κίνηση είναι α.α.τ

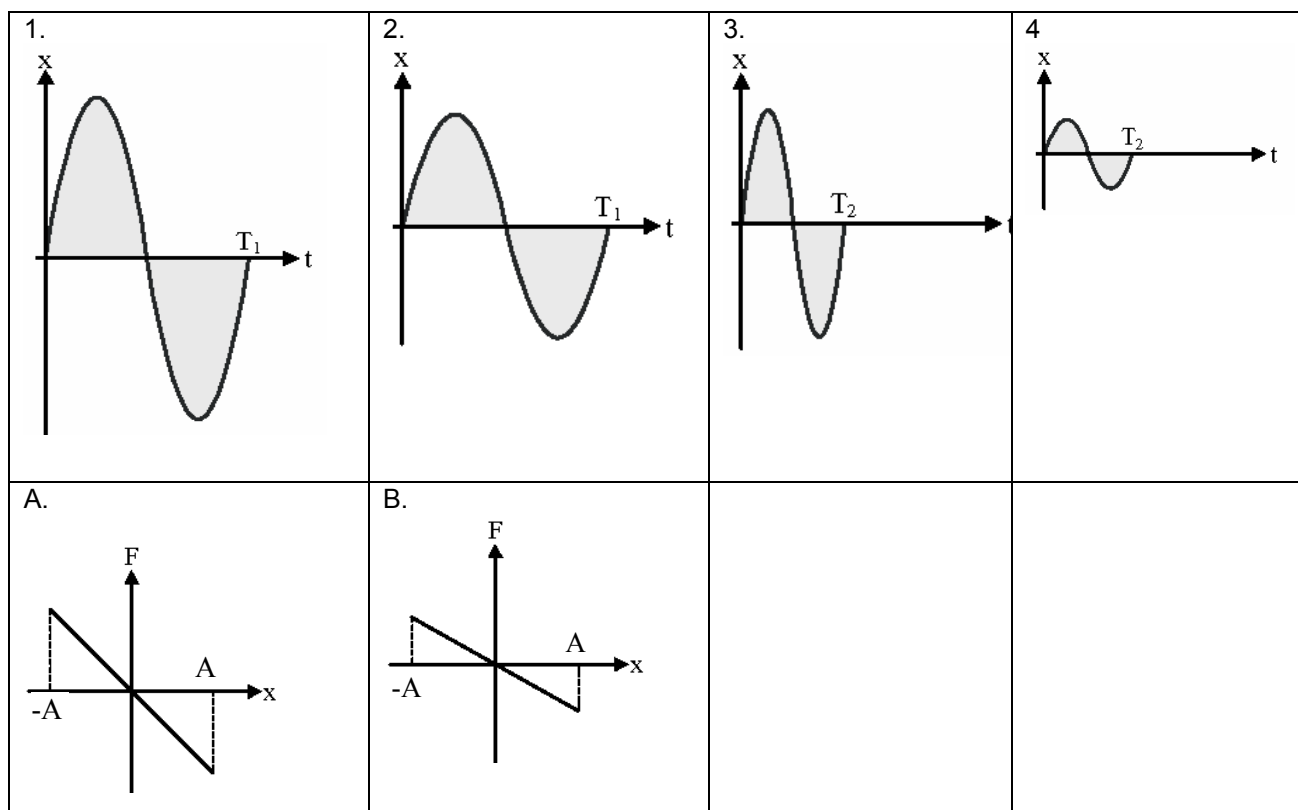
2.3. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς D σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ταλαντώνεται.

2.4. Η σταθερά επαναφοράς δεν επηρεάζει την περίοδο του ταλαντευόμενου συστήματος.

2.5. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η συνισταμένη δύναμη F και η επιτάχυνση a είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα.

Ερωτήσεις Αντιστοίχισης

***2.6.** Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β. Για κάθε γραφική παράσταση $F - x$ να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση $x - t$.



Ερωτήσεις Ανοικτού τύπου - Ασκήσεις

2.7. Να δείξετε ότι εκτελούν α.α.τ. τα εξής συστήματα: ελατήριο οριζόντιο, ελατήριο κατακόρυφο, σύστημα ελατηρίων συνδεδεμένων παράλληλα, απλό εκκρεμές, σώμα βυθισμένο σε υγρό, υγρό σε σωλήνα σχήματος U.

2.8. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K=100\text{N/m}$ είναι στερεωμένο από οροφή στο άνω άκρο του. Στο κάτω άκρο του κρέμεται σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ και από αυτό κρέμεται με σκοινί δεύτερο σώμα μάζας $m_2=0,5\text{Kg}$. Αρχικά τα δυο σώματα ισορροπούν. Αν κόψουμε το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα να βρεθεί

α) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μάζας m_1 .

β) η εξίσωση της ταχύτητας του συναρτήσει του χρόνου αν θέσουμε $t=0$ την στιγμή που κόβουμε το νήμα και θεωρήσουμε ως θετική φορά την προς τα κάτω.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

2.9. Το διάγραμμα $F = f(t)$ για ένα σώμα μάζας $m = 16\text{Kg}$ που κάνει α.α.τ φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές, ποιες είναι λάθος και γιατί. ($\pi^2 \approx 10$)

α. Η σταθερά επαναφοράς είναι $D = 100\text{N/m}$

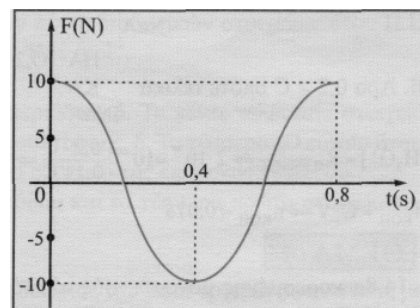
β. Τις στιγμές $0,04\text{s}$, $0,8\text{s}$ ο ταλαντωτής είναι στη θέση $x = 0$.

γ. Τις στιγμές $0,2\text{s}$, $0,6\text{s}$ το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

δ. Τη στιγμή $0,3\text{s}$ το σώμα κινείται προς θέση πλάτους.

ε. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $x = 0,01\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2}t\right)$ (S.I.)

(5cm , $u = -0,5\eta\mu(10t)$)



3. Η Ενέργεια στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση

Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

3.1. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η δυναμική του ενέργεια

α. έχει τη μέγιστη τιμή της στη θέση ισορροπίας.

β. είναι ίση με την ολική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm A$.

γ. έχει πάντοτε μεγαλύτερη τιμή από την κινητική του ενέργεια.

δ. έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-A \leq x \leq 0$.

3.2. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η κινητική του ενέργεια

α. στη θέση $x = 0$ είναι ίση με την ολική του ενέργεια.

β. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από τη δυναμική του ενέργεια.

γ. εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης της μάζας m .

δ. παίρνει μηδενική τιμή, μια φορά στη διάρκεια μιας περιόδου.

3.3. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η ολική του ενέργεια

α. μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

β. είναι πάντοτε μικρότερη από τη δυναμική του ενέργεια.

γ. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.

δ. καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης A και τη μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$.

- 3.4. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, στη διάρκεια μιας περιόδου
 α. η δυναμική του ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.
 β. η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με την κινητική του μόνο μια φορά.
 γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
 δ. η κινητική του ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.
- 3.5. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός συστήματος ελατηρίου-μάζας διπλασιάζεται. Τότε
 α. η ολική ενέργεια διπλασιάζεται β. η περίοδος παραμένει σταθερή
 γ. η σταθερά επαναφοράς διπλασιάζεται. δ. η μέγιστη ταχύτητα τετραπλασιάζεται.

Ερωτήσεις Σωστού Λάθους

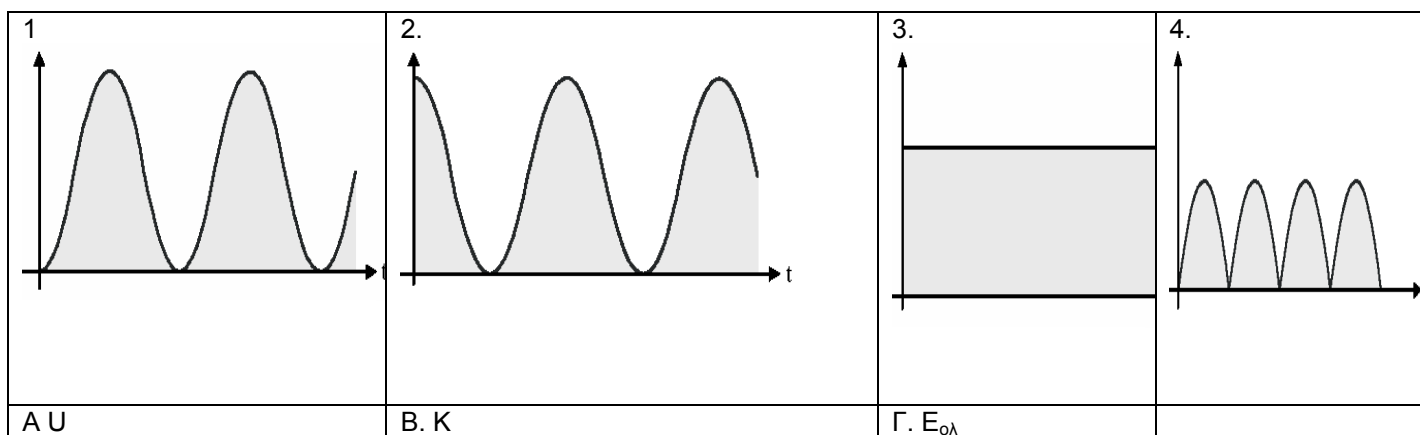
- 3.6. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή καθορίζει τη μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$ και το πλάτος της ταλάντωσης A .
- 3.7. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την κινητική του ενέργεια στη θέση $x = 0$.
- 3.8. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm A$.
- 3.9. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
- 3.10. Στη διάρκεια μιας περιόδου, η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια μόνο μια φορά.
- 3.11. Στη διάρκεια μιας περιόδου, η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μικρότερη από την ολική του ενέργεια.
- 3.12. Στη διάρκεια μιας περιόδου, η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.
- 3.13. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή έχουμε περιοδική μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική και αντιστρόφως.
- 3.14. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της κινητικής του ενέργειας μπορεί να υπολογιστεί από την
 σχέση: $K_{\max} = \frac{1}{2} D A^2$
- 3.15. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της δυναμικής του ενέργειας μπορεί να υπολογιστεί από την
 σχέση: $U_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$
- 3.16. Απλός αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταλάντωση πλάτους A . Αν το πλάτος ταλάντωσης διπλασιαστεί, τότε
 α. η περίοδος ταλάντωσης διπλασιάζεται.
 β. το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς διπλασιάζεται.
 γ. η ολική ενέργεια του συστήματος τετραπλασιάζεται.
 δ. το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας τετραπλασιάζεται.
 Με ποιο ή ποια από τα παραπάνω συμφωνείτε και γιατί;

Ερωτήσεις Αντιστοίχισης

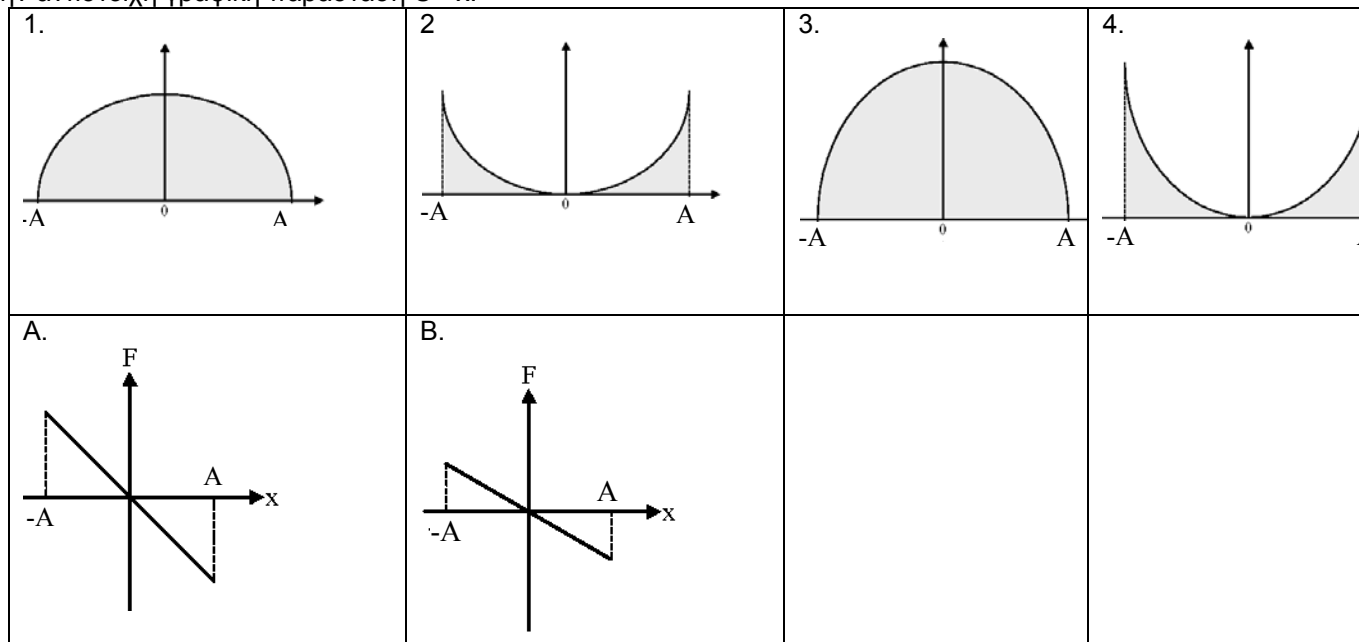
- 3.17. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα στοιχεία της δεξιάς.

A. $u = u_{\max}$	1. $x = \pm A$
B. $a = a_{\max}$	2. $x = 0$
Γ. $K = U$	3. $x = \pm \frac{A}{2}$
	4. $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$

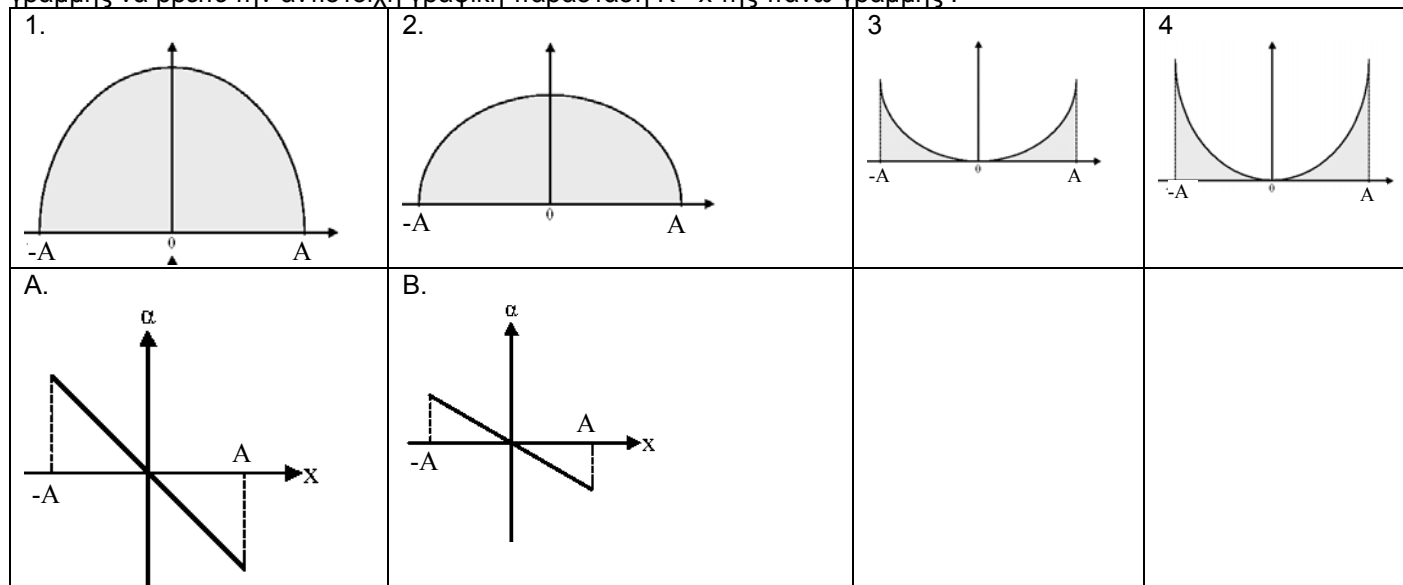
- 3.18. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση του x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = A \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ Να αντιστοιχίσετε:



***3.19.** Δύο σημειακά αντικείμενα A και B με ίσες μάζες εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα A και B. Για κάθε γραφική παράσταση $F - x$ να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση $U - x$.



3.20. Δύο Σημειακά αντικείμενα A και B ίσης μάζας, εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση και η επιτάχυνση μεταβάλλεται για την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα A και B. Για κάθε γραφική παράσταση $a - x$ της κάτω γραμμής να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση $K - x$ της πάνω γραμμής.



Ερωτήσεις Ανοικτού τύπου - Ασκήσεις

3.21. Ένα σώμα εκτελεί ΓΑΤ πλάτους $A=10\text{cm}$. Να βρεθεί η απομάκρυνση του και οι χρονικές στιγμές στις θέσεις όπου η κινητική του ενέργεια είναι α) ίση β) τριπλάσια από τη δυναμική. Δίνεται $\phi_0=0$ και $T=12\text{s}$.

($\pm 7\text{cm}$, $\pm 5\text{cm}$)

3.22. Πόση ενέργεια έχει ένας ταλαντωτής μάζας $m=2\text{Kg}$ που σε απομάκρυνση $x_1=2\text{m}$ έχει ταχύτητα $u_1=4\text{m/sec}$ και σε απομάκρυνση $x_2=4\text{m}$ έχει ταχύτητα $u_2=2\text{m/sec}$.

(20Joule)

3.23. Να βρεθεί το πηλίκο της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια: α) όταν $x=A/2$, β) όταν $u=u_{\max}/2$ (3, 1/3)

3.24. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση του x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = 0,2\sqrt{2} \eta\mu(20\pi t + \varphi_0)$ (SI).

α. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική του ενέργεια U ισούται με 50% της ολικής του ενέργειας $E_{\text{ολ}}$;

β. Να βρείτε την τιμή της αρχικής φάσης φ_0 , αν δίνεται ότι για το $t_0 = 0$ είναι $K = \frac{3}{4} E_{\text{ολ}}$ με $x>0$ και $u<0$.

$$[\text{Απ. (α) } -0,2 \text{ m, } 0,2 \text{ m (β) } \frac{5\pi}{6}]$$

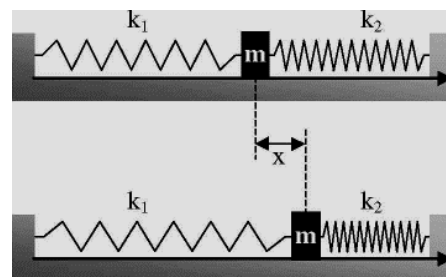
3.25. Υλικό σημείο μάζας $m = 0,01 \text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ολική του ενέργεια είναι $E_{\text{ολ}} = 32 \cdot 10^{-4} \text{ J}$. Η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου και η επιτάχυνση του a συνδέεται με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του με τη σχέση $a = -16x$ (στο SI).

α. Να βρείτε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με το χρόνο, αν για $t_0 = 0$ το υλικό σημείο έχει $U = K$ και κινείται κατά τη θετική κατεύθυνση.

$$[\text{Απ. (α) } T = \frac{\pi}{2} \text{ s, } A = 0,2 \text{ m (β) i) } x = 0,2\eta\mu(4t + \frac{\pi}{4}) \text{ ή ii) } x = 0,2\eta\mu(4t + \frac{7\pi}{4}) \text{ (SI)}]$$

3.26. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και έχουν σταθερές $k_1=300 \text{ N/m}$ και $k_2=100 \text{ N/m}$. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T .

β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης αν το πλάτος είναι $A = 0,2 \text{ m}$;

$$[\text{Απ. (α) } \frac{\pi}{10} \text{ s (β) } 8 \text{ J}]$$

3.27. Δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές $k_1 = 200 \text{ N/m}$ και $k_2 = 300 \text{ N/m}$ συνδέονται σε σειρά. Το ένα άκρο του συστήματος που προκύπτει συνδέεται ακλόνητα με κατακόρυφο τοίχο και το άλλο συνδέεται με σώμα μάζας $m = 0,3 \text{ kg}$. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων, κατά $x_0 = 0,2 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να δείξετε ότι το σύστημα σώματος - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T .

β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης;

γ. Ποιο ποσοστό επί τοις % της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης είναι κινητική ενέργεια του σώματος, όταν διέρχεται από τη θέση $x = 0,1 \text{ m}$;

$$[\text{Απ. (α) } 0,1\pi \text{ s (β) } 2,4 \text{ J (γ) } 75\%]$$

3.28. Η κινητική ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή μάζας $m = 2 \text{ kg}$ δίνεται από τη σχέση $K = 4 - 100x^2$ (S.I.)

α) Η ενέργεια του ταλαντωτή είναι ίση μεJ.

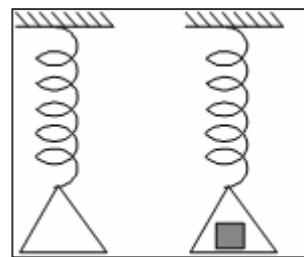
β) Το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με m.

γ) Η σταθερά επαναφοράς ισούται με N/m.

δ) Στη θέση $x = -0,1\sqrt{3} \text{ m}$, η ταχύτητα του ταλαντωτή έχει μέτρο $u = \dots\dots\dots \text{ m/s}$.

3.29. Να βρεθεί για πόσο διάστημα στη διάρκεια μιας περιόδου ισχύει $U>K$.

3.30. Δίσκος μάζας $M=1\text{Kg}$ ισορροπεί κρεμασμένος στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=200\text{N/m}$ το άνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στον δίσκο τοποθετούμε σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα και χωρίς τριβές.



α) Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει α.α.τ

β) Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου και να κάνετε την γραφική της παράσταση.

Θεωρήστε $t=0$ την στιγμή που αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί και θετική φορά την προς τα κάτω

γ) Να βρείτε την εξίσωση της επιμήκυνσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά

δ) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος δίσκος-σώμα

ε) να βρεθεί η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.