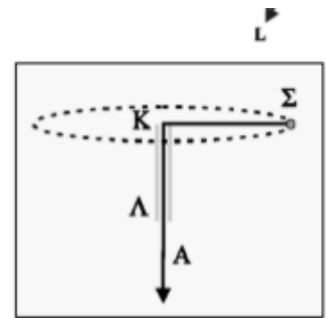


ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ- ΑΔΣΤΡ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

B14. Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος μάζας m διαγράφει κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, ω_1 , ακτίνας R . Το σκοινί στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο ελεύθερο άκρο Α του σκοινιού μειώνουμε την ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου στη μισή της αρχικής.



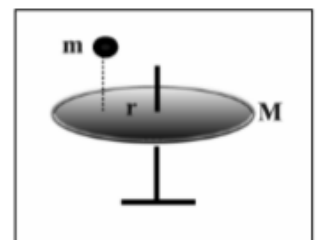
I. Το σφαιρίδιο θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα:

- α) $\omega_2=4\omega_1$ β) $\omega_2=2\omega_1$ γ) $\omega_2=\omega_1$ δ) $\omega_2=\omega_1/2$

II. Το έργο της δύναμης που ασκήσαμε θα είναι:

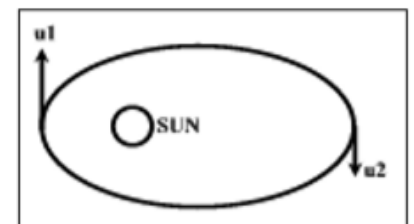
- α) $m\omega_1^2 R^2$ β) $m\omega_1^2 R^2/2$ γ) $2m\omega_1^2 R^2$ δ) $3m\omega_1^2 R^2/2$

B17. Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα M , ακτίνα R και ροπή αδράνειας $I=MR^2/2$ και περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα με σταθερή κινητική ενέργεια K_1 . Πέφτει και κολλάει στο δίσκο σημειακή μάζα $m=M/2$, σε απόσταση, $r=R/2$ από τον άξονα περιστροφής, οπότε το σύστημα περιστρέφεται πλέον με κινητική ενέργεια K_2 . Ο λόγος K_1/K_2 είναι :



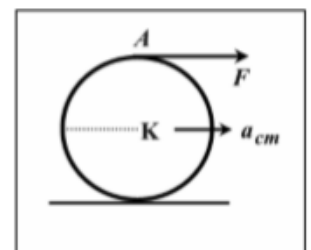
- α. 5/8 β. 5/2 γ. 9/8 δ. 1/2

B18. Κατά την ετήσια περιφορά της γης γύρω από τον ήλιο όταν η γη βρίσκεται στο περιήλιο έχει ταχύτητα v_1 και απόσταση από τον ήλιο R_1 , ενώ όταν βρίσκεται στο αφήλιο οι αντίστοιχες τιμές είναι v_2 και $R_2=4R_1$. Τότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι K_1/K_2



- α. 16 β. 8 γ. 4 δ. 2

B21. Μια στεφάνη μάζας m ακτίνας R με όλη τη μάζα συγκεντρωμένη στην περιφέρεια έχει τυλιγμένο νήμα στο οποίο ασκείται δύναμη F και το ξετυλίγει ενώ αυτή βρίσκεται αρχικά ακίνητη πάνω σε λείο επίπεδο.

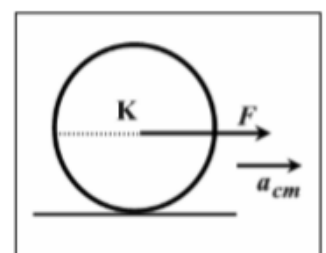


I. Να ελέγξετε αν η στεφάνη κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

II. Για οριζόντια μετατόπιση του σημείου Α κατά d , η μεταφορική κινητική ενέργεια K_μ και η αντίστοιχη περιστροφική K_π του κυλίνδρου είναι :

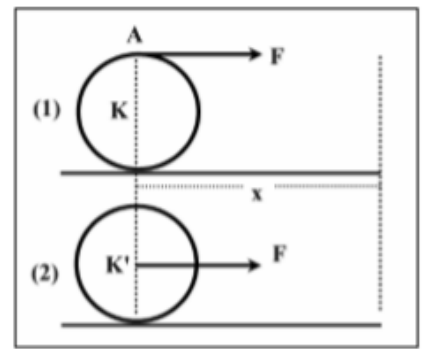
- α. $K_\mu=K_\pi= \frac{1}{2} Fd$ β. $K_\mu=K_\pi=Fd$ γ. $K_\mu=Fd, K_\pi= \frac{1}{2} Fd$ δ. $K_\mu= \frac{1}{2} Fd, K_\pi=Fd$

B23. Κοίλη σφαίρα με $I_{cm}=2mR^2/3$ είναι ακίνητος πάνω στο οριζόντιο έδαφος. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους είναι μ . Ασκούμε οριζόντια σταθερή δύναμη F της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει αν η τιμή της δύναμης F είναι:



- α. $F > \mu mg$ β. $F < \mu mg$ γ. $F < 2,5\mu mg$ δ. $F > 3\mu mg$

B24. Στους δύο αυτούς όμοιους τροχούς ($I = \frac{1}{2} mR^2$) που αρχικά είναι ακίνητοι ασκούνται οι ίδιες δυνάμεις για ίδια μετατόπιση $\Delta x = 1\text{m}$ του CM με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα. Οι τροχοί κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.



I. Ποιος τροχός αποκτάει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;

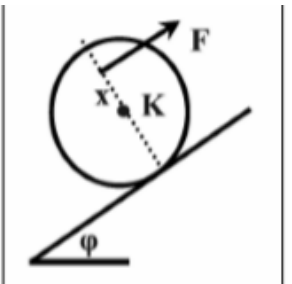
α. ο (1), β. ο (2), γ. αποκτούν την ίδια.

II. Σε μια στιγμή που η κινητική ενέργεια του τροχού (2) αυξάνεται με ρυθμός 4J/s , η κινητική ενέργεια του A αυξάνεται με ρυθμό :

α. 1J/s β. 2J/s γ. 4J/s δ. 8J/s

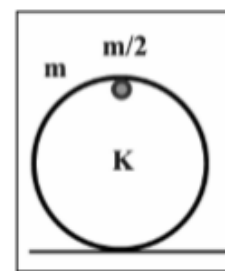
III. Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της ισχύος της κάθε δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, t .

B26. Στον κύλινδρο του σχήματος ($I = \frac{1}{2} mR^2$) η δύναμη F είναι κατά μέτρο διπλάσια του βάρους mg και η γωνία φ έχει $\eta\mu\varphi = 0,5$. Αν το επίπεδο είναι τελείως λείο, σε πόση απόσταση x πρέπει να ασκηθεί η δύναμη ώστε ο κύλινδρος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;



α. R β. $2R/5$ γ. $R/5$ δ. $3R/8$

B27. Λεπτή κυλινδρική επιφάνεια μάζας m ακτίνας R θεωρείται ότι έχει όλη της τη μάζα κατανομημένη ομοιόμορφα στην περιφέρεια. Στην εσωτερική της επιφάνεια έχει προσκολληθεί σημειακή μάζα $m/2$. Αρχικά ο κύλινδρος κρατιέται ακίνητος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε η σημειακή μάζα να βρίσκεται στο ανώτερο σημείο του. Κάποια στιγμή αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί ελεύθερα. Αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, τότε η γωνιακή του ταχύτητα, όταν η μάζα $m/2$ θα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της θα είναι:



α. $\sqrt{g/R}$ β. $\sqrt{2g/3R}$ γ. $2\sqrt{g/R}$

B28. Κυκλικός δίσκος (1) ($I_1 = \frac{1}{2} mR^2$) και κυκλικός δακτύλιος (2) ($I_2 = mR^2$) έχουν ίδια μάζα και ίδια ακτίνα, είναι στερεά ομογενή σώματα και μπορούν να στρέφονται γύρω από τον ίδιο σταθερό κύριο άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος σε αυτά. Τη στιγμή $t=0$ είναι και τα δύο ακίνητα και δέχονται δυνάμεις ίσου μέτρου που είναι εφαπτόμενες στην περιφέρειά τους. Σε χρονική στιγμή t θα έχουν αποκτήσει στροφορμές L_1, L_2 και κινητικές ενέργειες K_1, K_2 . Ισχύει:

I. α. $L_1 = L_2$ β. $L_1 = 2L_2$ γ. $L_2 = 2L_1$

II. α. $K_1 = K_2$ β. $K_1 = 2K_2$ γ. $K_2 = 2K_1$

B32. Συμπαγής ομογενής σφαίρα ($I_1 = \frac{2}{5} mR^2$) και σφαιρικός φλοιός ($I_2 = \frac{2}{3} mR^2$) έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα και αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν. Όταν φθάνουν στη βάση του κεκλιμένου να συγκριθούν:

I. Για τις κινητικές τους ενέργειες α. $K_1 = K_2$ β. $K_1 > K_2$ γ. $K_1 < K_2$

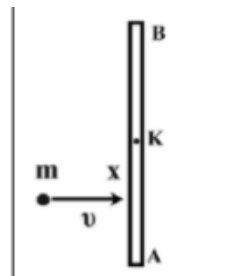
β. Οι ταχύτητες του κέντρου μάζας τους α. $v_1 = v_2$ β. $v_1 > v_2$ γ. $v_1 < v_2$

γ. Οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας τους. α. $a_1 = a_2$ β. $a_1 > a_2$ γ. $a_1 < a_2$

δ. Οι χρόνοι κίνησης. α. $t_1 = t_2$ β. $t_1 > t_2$ γ. $t_1 < t_2$

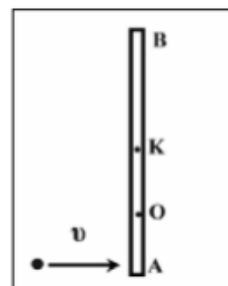
B35. Ράβδος μάζας $M=2m$ και μήκους L με $I_{cm}=mL^2/12$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m έρχεται με ταχύτητα, v και διαπερνάει ακαριαία τη ράβδο σε απόσταση $x=L/4$ από το CM. Το βλήμα βγαίνει με ταχύτητα $v/2$ και η ράβδος περιστρέφεται γύρω από το CM, K. Η κινητική ενέργεια της ράβδου μετά την κρούση είναι:

- α. $7mv^2/64$ β. $mv^2/16$ γ. $3mv^2/64$



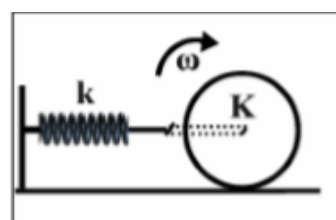
B36. Ράβδος μάζας m , μήκους L και $I_K=mL^2/12$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m έρχεται με ταχύτητα, v και καρφώνεται στο άκρο A της ράβδου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα περιστρέφεται γύρω από το νέο κέντρο μάζας του που είναι το σημείο O όπου $OK=L/4$. Η κινητική του ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι

- α. $mv^2/4$ β. $7mv^2/4$ γ. $2mv^2/5$

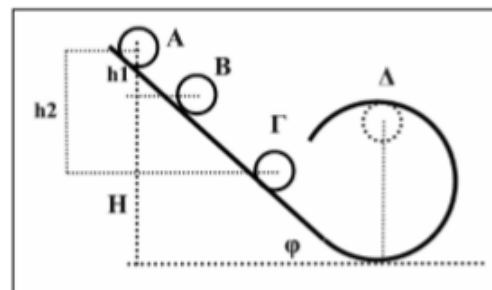


B40. Ο κύλινδρος του σχήματος μάζας, m ακτίνας, R και ροπής αδράνειας $I_K=mR^2/2$ μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του στην οποία το ελατήριο σταθεράς k έχει το φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του και τον αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς

- α. $D=k$ β. $D=2k$ γ. $D=3k/2$ δ. $D=2k/3$



Γ10. Μια συμπαγής ομογενής σφαίρα μάζας $m=0,7\text{kg}$ και ακτίνας r , αφήνεται από το σημείο A ενός πλάγιου επιπέδου που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Το σημείο A βρίσκεται σε ύψος $H=0,84\text{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα καθώς κατέρχεται κυλιόμενη διέρχεται από τα σημεία B και Γ που απέχουν από το σημείο A κατακόρυφη απόσταση h_1 και h_2 αντίστοιχα, με $h_2=4h_1$. Μόλις η σφαίρα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, μπαίνει σε κυκλική στεφάνη ακτίνας $R=0,28\text{m}$. Η σφαίρα κυλιόμενη εντός της κυκλικής στεφάνης εκτελεί ανακύκλωση.

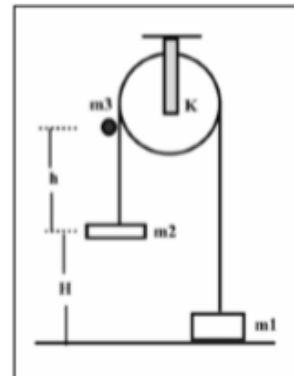


- Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας, της σφαίρας κατά την κίνησή της στο πλάγιο επίπεδο.
- Να βρείτε το λόγο των μέτρων των στροφορμών L_B/L_Γ της σφαίρας στις θέσεις B και Γ.
- Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας στο ανώτερο σημείο της στεφάνης (σημείο Δ στο σχήμα).
- Να βρείτε το μέτρο της δύναμης N που δέχεται η σφαίρα από τη στεφάνη στο σημείο Δ.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας στο σημείο Δ κατώτερο σημείο της τροχιάς.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I=2mr^2/5$. Η ακτίνα της σφαίρας r είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα R της στεφάνης, το $\eta\mu\varphi=0,7$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: α) 5m/s^2 , β) $1/2$, γ) 2m/s , δ) $N=3N$, ε) $9,8\text{J/s}$, και 0

Δ9. Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $M=2\text{kg}$, ακτίνα $R=0,1\text{m}$ και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O και είναι κάθετος σ' αυτήν. Τα δύο σώματα έχουν μάζες $m_1=4\text{kg}$, $m_2=3\text{kg}$ και συνδέονται με νήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με τα m_1 και m_2 να απέχουν μεταξύ τους $H=0,48\text{m}$. Τρίτο σώμα μάζας $m_3=2\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από ύψος $h=0,8\text{m}$ πάνω από το σώμα μάζας m_2 . Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά.



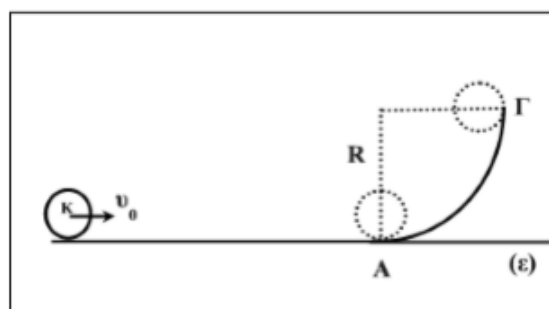
α. Να βρεθεί η στροφορμή της σφαίρας m_3 ως προς τον άξονα K λίγο πριν χτυπήσει στο σώμα m_2 .

β. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή που το συσσωμάτωμα m_2+m_3 φτάνει στο έδαφος και λίγο πριν χτυπήσει. Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $I_K=MR^2/2$.

$$\alpha. L=0,8\text{kgm}^2/\text{s}, \beta. \omega_1=8\text{rad/s}, \gamma. \omega_2=4\sqrt{10}\text{rad/s}$$

Δ12. Η σφαίρα του σχήματος έχει μάζα $m=1\text{kg}$ και ακτίνα $r=0,1\text{m}$. Εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με ταχύτητα κέντρου μάζας $v_0=7\text{m/s}$, χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Η σφαίρα για κάποιο χρονικό διάστημα Δt κυλίζει και ολισθαίνει ταυτόχρονα. Μεταξύ σφαίρας και οριζοντίου επιπέδου ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu=0,1$. Αμέσως μετά τη διέλευση του χρονικού διαστήματος Δt η σφαίρα αρχίζει να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει ομαλά και φτάνει στο σημείο A όπου αρχίζει να ανεβαίνει στο μεταλλικό αυλάκι σχήματος τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R=0,8\text{m}$, ενώ συνεχίζει να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει.



α. Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα Δt που χρειάζεται, ώστε η σφαίρα να αρχίσει να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας με την οποία η σφαίρα φτάνει στο σημείο A του τεταρτοκυκλίου.

γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας τη στιγμή που το κέντρο της φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ .

δ. Μετά η σφαίρα εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο. Να υπολογιστεί το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο (ε) στο οποίο μπορεί να φτάσει το κέντρο, K , της σφαίρας.

ε. Να υπολογιστεί το έργο της τριβής.

Οι τριβές με τον αέρα να θεωρηθούν αμελητέες. Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $I_K=2mr^2/5$.

$$\alpha. 2\text{s}, \beta. 5\text{m/s}, \gamma. \sqrt{15}\text{m/s}, \delta. 1,55\text{m}, \varepsilon. 14\text{J}$$