

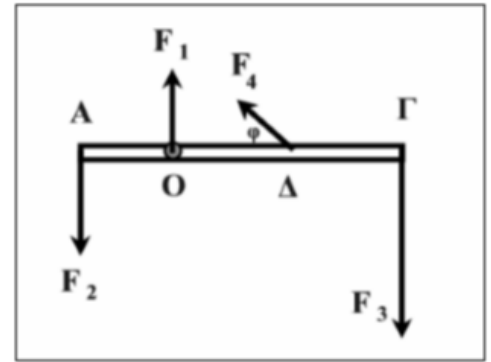
## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ – ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

**Γ2.1** Στην αβαρή ράβδο του σχήματος δίνονται τα μέτρα των δυνάμεων  $F_1=10\text{N}$ ,  $F_2=20\text{N}$ ,  $F_3=40\text{N}$ ,  $F_4=8\text{N}$ , η γωνία  $\varphi=30^\circ$  και οι αποστάσεις  $(OA)=(OD)=(\Delta\Gamma)=0,2\text{m}$ .

Να υπολογιστούν:

- Οι αλγεβρικές τιμές των ροπών των δυνάμεων, ως προς το σημείο O.
- Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς το σημείο A.
- Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς το σημείο Γ.

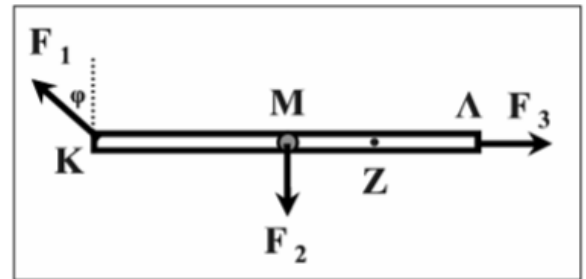
Θεωρήστε ως θετική τη φορά περιστροφής που είναι αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.



α. 0, 4Nm, -16Nm, 0,8Nm, β. -20,4Nm, γ. 7,2Nm

**Γ2.3** Η αβαρής ράβδος  $KL=L=2\text{m}$  του σχήματος δέχεται τρεις δυνάμεις με ίσα μέτρα  $F_1=F_2=F_3=10\text{N}$ . Δίνονται ακόμα οι αποστάσεις είναι  $(KM)=1\text{m}$  και  $(KZ)=1,4\text{m}$  και η γωνία  $\varphi=60^\circ$ . Να υπολογιστούν:

- Η συνολική ροπή ως προς το K.
- Η συνολική ροπή ως προς το Λ.
- Η συνολική ροπή ως προς το M.
- Η συνολική ροπή ως προς το Z.
- Το μέτρο και η κατεύθυνση μιας κατακόρυφης δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο μέσο M της ράβδου ώστε η συνολική ροπή ως προς το Z να είναι  $+15\text{Nm}$ .

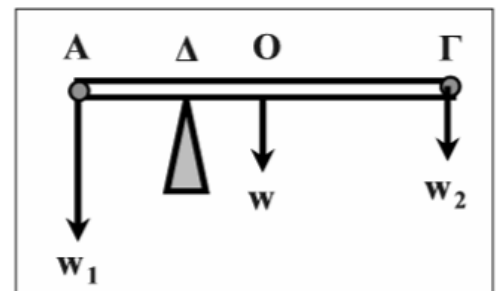


α. -10Nm, β. 0, γ. -5Nm, δ. -3Nm, ε.  $F=45\text{N}$  με φορά προς τα κάτω

**Γ2.6** Ομογενής ράβδος έχει μήκος  $(\Lambda\Gamma)=4\text{m}$ , βάρος  $w=200\text{N}$  και στηρίζεται σε σημείο Δ το οποίο απέχει από το κέντρο O αυτής απόσταση  $(O\Delta)=1\text{m}$ .

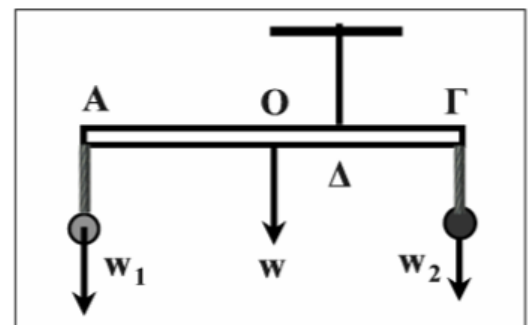
- Αν στο άκρο A φέρει βάρος  $w_1=500\text{N}$ , πόσο βάρος  $w_2$  πρέπει να φέρει στο άλλο άκρο Γ ώστε να ισορροπεί;
- Αν η ράβδος ισορροπεί πόση δύναμη ασκείται στο σημείο στήριξης Δ;

α.  $w_2=100\text{N}$ , β.  $F=800\text{N}$



**Γ2.9** Από τα δύο άκρα A και Γ μιας ομογενούς ράβδου  $(\Lambda\Gamma)=4\text{m}$ , βάρους  $w=200\text{N}$  κρέμονται δύο σώματα με βάρη  $w_1=100\text{N}$ ,  $w_2=300\text{N}$  αντιστοίχως. Κρεμάμε τη ράβδο από την οροφή με τη βοήθεια νήματος το οποίο δένεται στο σημείο Δ. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

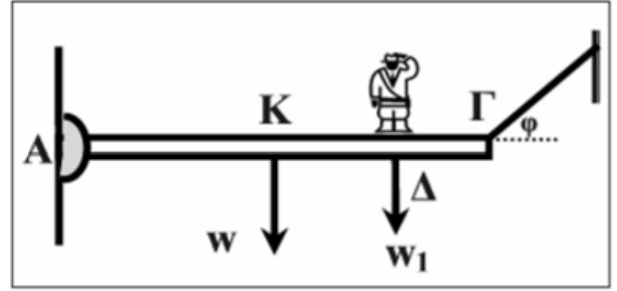
- Να υπολογιστεί η απόσταση  $(\Gamma\Delta)$ .
- Να υπολογιστεί η δύναμη του νήματος εξάρτησης.



α.  $(\Gamma\Delta)=4/3\text{m}$ , β.  $T=600\text{N}$

**! Γ2.13** Η ομογενής δοκός ΑΓ μήκους  $d=4\text{m}$  και βάρους  $w=100\text{N}$  στηρίζεται στο ένα άκρο της, Α, σε κατακόρυφο τοίχο μέσω μιας άρθρωσης, ενώ το άλλο άκρο, Γ, είναι δεμένη με νήμα τάσης  $T=400\text{N}$ . Παιδί βάρους  $w_1=300\text{N}$  στέκεται πάνω στη δοκό σε απόσταση  $x=A\Delta$  από την άρθρωση, ενώ η γωνία  $\varphi$  είναι  $30^\circ$ . Να υπολογιστούν:

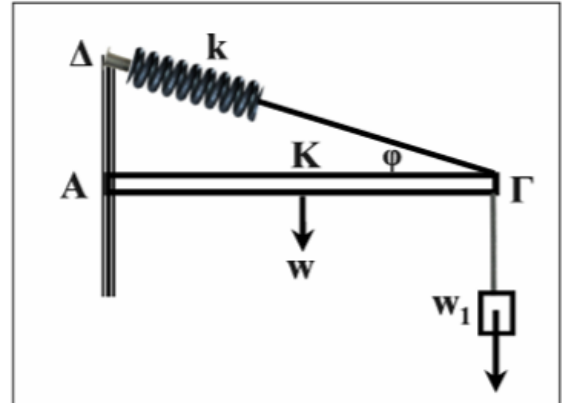
- Η δύναμη,  $F$ , που ασκεί η άρθρωση στη δοκό;
- Η απόσταση  $A\Delta=x$ ;



$\alpha. F=400\text{N}, \theta=30^\circ, \beta. x=2\text{m}$

**Γ2.15** Ομογενής δοκός ΑΓ, βάρους  $w=40\text{N}$  ισορροπεί με τη βοήθεια αβαρούς ελατηρίου σταθεράς,  $k=10^3\text{ N/m}$  και νήματος το οποίο σχηματίζει με αυτήν γωνία  $\varphi=30^\circ$ . Το άλλο άκρο Α στηρίζεται σε προεξοχή του τοίχου. Αν στο άκρο Γ κρέμεται σώμα βάρους  $w_1=160\text{N}$  να υπολογιστούν:

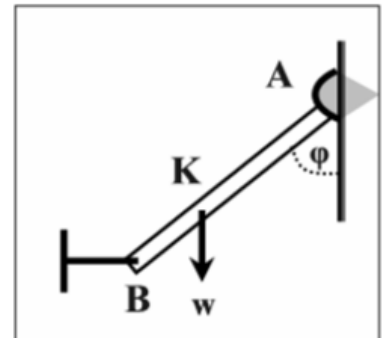
- Η επιμήκυνση,  $\Delta x$ , του ελατηρίου.
- Η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη δοκό στο σημείο επαφής, Α.



$\alpha. \Delta x=0,36\text{m}, \beta. F=312,4\text{N}, \varepsilon\varphi\theta=0,0642, \theta$  η γωνία που σχηματίζει η  $F$  με τη δοκό.

**! Γ2.20** Η μεταλλική δοκός ΑΒ, μήκους  $d$  δεν είναι ομογενής και έτσι το βάρος της  $w=30\text{N}$  ασκείται στο σημείο Κ το οποίο απέχει απόσταση  $d/3$  από το άκρο της Β. Η ράβδος στο άκρο της Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ με το άλλο άκρο της Β συνδέεται μέσω τεντωμένου νήματος με άλλο σταθερό σημείο, Γ. Δίνεται η γωνία  $\varphi=45^\circ$ . Να υπολογιστούν:

- Η τάση του νήματος,  $T$ .
- Το μέτρο της δύναμης  $F$  που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

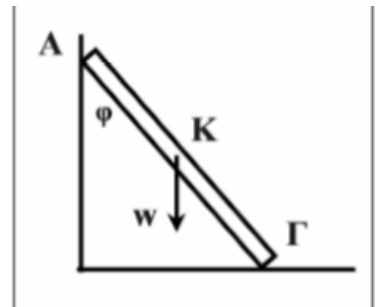


$\alpha. T=20\text{N}, \beta. F=36\text{N}$

**! Γ2.22** Μια ομογενής δοκός μήκους  $L$  και βάρους  $w=60\text{N}$  ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του τοίχου είναι  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi=0,8$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$ . Να υπολογιστούν:

- Η δύναμη  $F_1$  που ασκεί ο τοίχος στη δοκό;
- Η δύναμη  $F_2$  που ασκεί το πάτωμα στη ράβδο.

$\alpha. F_1=40\text{N} \quad \beta. F_2=20\sqrt{13}\text{N}, \varepsilon\varphi\theta=3/2$



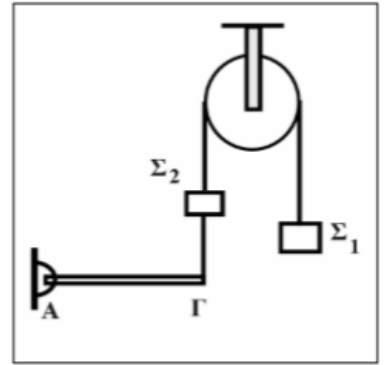
**! Γ2.25** Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί. Η ράβδος ΑΓ είναι οριζόντια και συνδέεται με τον κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση. Οι μάζες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι  $m_1$  και  $m_2=1\text{kg}$ , της τροχαλίας  $M_1=2\text{kg}$  και της ράβδου ΑΓ,  $M_2=2\text{kg}$ . Το μήκος της ράβδου είναι  $L=0,3\text{m}$  και η ακτίνα της τροχαλίας  $R=0,2\text{m}$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε

α. τις τάσεις και των τριών αβαρών νημάτων.

β. τη μάζα  $m_1$ .

γ. Τη δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία και τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο Α.



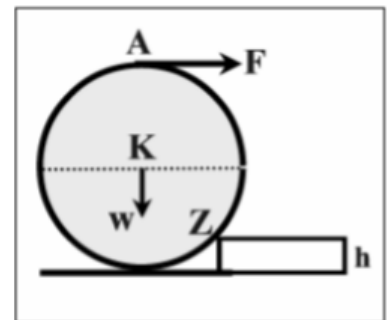
α.  $10\text{N}$ ,  $20\text{N}$ ,  $20\text{N}$ , β.  $m_1=2\text{kg}$ , γ.  $60\text{N}$ ,  $10\text{N}$

**•Γ2.27** Κυλινδρικό ομογενές βαρέλι ακτίνας  $R=0,25\text{m}$  και βάρους  $w=80\text{N}$  βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και στηρίζεται σ' αυτό με την κυλινδρική του επιφάνεια. Το βαρέλι ακουμπάει σε σκαλοπάτι ύψους  $h=0,1\text{m}$ .

α. Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη  $F$  που πρέπει να ασκηθεί στο σημείο Α και σε οριζόντια κατεύθυνση ώστε το βαρέλι να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο έδαφος.

β. Να υπολογίσετε τη δύναμη  $F_1$  που δέχεται το βαρέλι από το σκαλοπάτι στο σημείο επαφής Ζ, αν ασκηθεί δύναμη  $F=60\text{N}$ , τη στιγμή που αυτό εγκαταλείπει το πάτωμα.

γ. Να εξετάσετε αν το βαρέλι θα ανέβει το σκαλοπάτι στην περίπτωση που του ασκηθεί δύναμη  $F$  ελάχιστα μεγαλύτερη από αυτή που βρήκατε στο (α) ερώτημα.

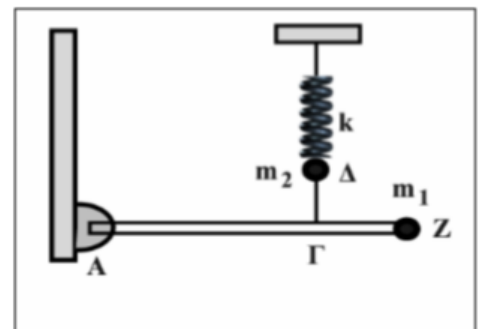


α.  $F_{\min}=40\text{N}$ , β.  $F_1=100\text{N}$ , γ. Ναι

**Γ2.29** Ομογενής άκαμπτη ράβδος μήκος  $L=4\text{m}$  και μάζας  $M=3\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντια θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει σφαιρίδιο μάζας  $m_1=0,6\text{kg}$  αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές και τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2=1\text{kg}$  το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι  $2,8\text{m}$ . Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Να υπολογιστούν:

α. η τάση του νήματος, και η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο Α.

β. η επιμήκυνση του ελατηρίου.

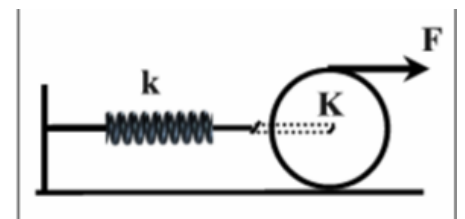


α.  $T=30\text{N}$ ,  $F=6\text{N}$ , β.  $x=0,4\text{m}$

**Γ2.30** Στο διπλανό σχήμα ασκούμε δύναμη  $F=40\text{N}$  και όλο το σύστημα ισορροπεί. Η μάζα του τροχού είναι  $m=10\text{kg}$  και η σταθερά του ελατηρίου  $k=400\text{N}$ . Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη της στατικής τριβής που ασκείται από το πάτωμα στον τροχό ώστε αυτός να μην περιστρέφεται.

β. Η επιμήκυνση του ελατηρίου.



α.  $T=F=40\text{N}$ , β.  $x=0,2\text{m}$