

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΤΕΡΕΟΥ

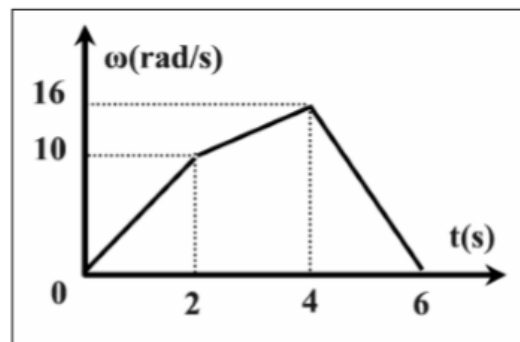
! Γ1.2 Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού μεταβάλλεται όπως στη γραφική παράσταση του σχήματος.

α. Να βρεθούν οι τιμές της γωνιακής επιτάχυνσης από 0 έως 6s.

β. Να γίνει η γραφική παράσταση της γωνιακής επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου.

γ. Να βρεθεί η γωνία στροφής του τροχού στο χρονικό διάστημα από 0 έως 6s.

δ. Σε ποια χρονική στιγμή το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης αλλάζει φορά;



α. 5rad/s^2 , 3rad/s^2 , -8rad/s^2 , β. 52rad

Γ1.3 Δίσκος ακτίνας $R=0,2\text{m}$ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση και έχει τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ γωνιακή ταχύτητα $\omega_1=20\text{rad/s}$ και τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$, $\omega_2=40\text{rad/s}$.

α. Πόση είναι η γωνιακή επιτάχυνση ενός σημείου του τροχού.

β. Πόση ταχύτητα έχει ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$;

γ. Πόση γωνία έχει διαγράψει ένα σημείο του τροχού από τα 2s έως τα 4s;

δ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$.

α. 10rad/s^2 , β. 6 m/s , γ. 60rad , δ. 80m/s^2

Γ1.4 Ο δίσκος του πικάπ ακτίνας $r=20\text{cm}$ περιστρέφεται με συχνότητα $f=10/\pi\text{Hz}$ όταν ξαφνικά σβήνει το μοτέρ που τον κινεί και έτσι αυτός επιβραδύνεται ομαλά και σταματάει μετά από $N=20/\pi$ περιστροφές, από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται.

α. Πόση είναι η γωνιακή επιβράδυνση του δίσκου;

β. Πόση είναι η εφαπτομενική επιβράδυνση ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού;

γ. Πόσο χρόνο χρειάστηκε ο τροχός για να σταματήσει;

α. $a_{\gamma} = 5\text{rad/s}^2$, β. $a = 1\text{m/s}^2$, γ. $t=4\text{s}$

! Γ1.5 Τροχός, που περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, έχει τη χρονική στιγμή $t_0=0$, γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=20\text{rad/s}$ και επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό 2rad/s^2 μέχρι να σταματήσει.

Να υπολογιστούν :

α. Ο συνολικός χρόνος κίνησης.

β. Η συνολική γωνία που διέγραψε κάθε σημείο του.

γ. Το πλήθος των περιστροφών που έκανε μέχρι να σταματήσει .

α. 10s , β. 100rad , γ. $50/\pi$ στροφές

Γ1.6 Δίσκος ακτίνας $R=0,2\text{m}$ αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0=0$ να περιστρέφεται με $\omega_0=0$, $\theta_0=0$ και σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma}=2\text{rad/s}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$ και για 2s μετά κινείται ομαλά με την ταχύτητα που απέκτησε και τέλος επιβραδύνεται και σταματά τη χρονική στιγμή $t_3=8\text{s}$.

α. Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός περιστροφών του δίσκου στη διάρκεια των 8s.

β. Πόση είναι η συνολική επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$;

γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις ($\omega-t$), ($\alpha_{\gamma}-t$) και ($\theta-t$).

α. $N=20/\pi$ στροφές, β. $a_{ολ}=7,203\text{m/s}^2$

! Γ1.7 Τροχός αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν. Σημείο Α του τροχού που απέχει από τον άξονα περιστροφής $r=0,2\text{m}$, βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ σε γωνιακή θέση $\theta_0=0$.

α. Πόση είναι η συνολική γωνία που έχει διαγράψει το σημείο Α τη χρονική στιγμή $t=9\text{s}$;

β. Πόσες περιστροφές έχει κάνει ο τροχός στο ίδιο χρονικό διάστημα;

γ. Υπάρχει κάποια χρονική στιγμή που να αλλάζει φορά η γωνιακή ταχύτητα και αν ναι ποια;

δ. Σε ποια χρονική στιγμή, η γωνιακή επιτάχυνση γίνεται για πρώτη φορά αρνητική;

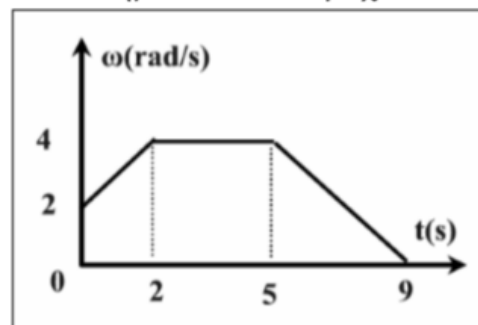
ε. Πόση είναι η ταχύτητα του Α τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$;

στ. Πόση είναι η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Α τη χρονική στιγμή $t=8\text{s}$;

ζ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Α τη χρονική στιγμή $t=6\text{s}$;

η. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των μεταβολών της γωνιακής επιτάχυνσης, $a_{\gamma\omega}$ και της γωνιακής θέσης, θ , και της γραμμικής ταχύτητας, του σημείου Α σε σχέση με το χρόνο, t .

α. $\Delta\theta=26\text{rad}$, β. $N=4,14$ στροφές, ε. $v=0,8\text{m/s}$, στ. $a=-0,2\text{m/s}^2$, ζ. $a_{\kappa}=1,8\text{m/s}^2$



Γ1.8 Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα μεταβάλλεται με τον τρόπο που φαίνεται στο διάγραμμα.

α. Σε ποια χρονική στιγμή αλλάζει η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας;

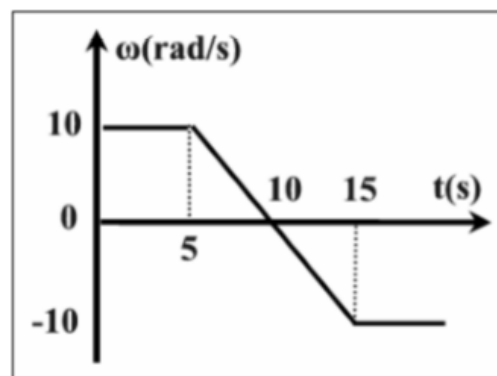
β. Σε ποια χρονική στιγμή αλλάζει η φορά της γωνιακής επιτάχυνσης;

γ. Πόσες στροφές έχει κάνει στο χρονικό διάστημα $(0,15\text{s})$;

δ. Πόση είναι η γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως ότου να γίνει η γωνιακή ταχύτητα $\omega=-4\text{rad/s}$;

ε. Πόση είναι η γωνιακή επιτάχυνση της χρονική στιγμή $t=10\text{s}$;

γ. $N=50/\pi$ στροφές δ. $\Delta\theta=71\text{rad/s}$, ε. $a_{\gamma\omega}=-2\text{rad/s}$



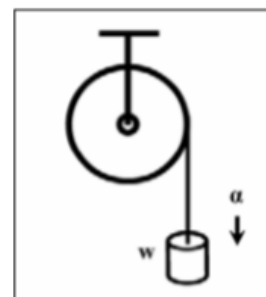
! Γ1.9 Το βαρίδι, w , που είναι δεμένο στο σχοινί της τροχαλίας αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$ και αρχική ταχύτητα $v_0=0$, ενώ το σχοινί ξετυλίγεται. Το κέντρο μάζας της τροχαλίας είναι ακίνητο και η ακτίνα της είναι $R=0,2\text{m}$.

α. Σε πόσο χρόνο, t , το σχοινί έχει ξετυλιχτεί κατά $\Delta L=16\text{m}$;

β. Πόση είναι η μετατόπιση του σώματος, w , κατά τη διάρκεια του 3^{ου} δευτερόλεπτου της πτώσης του;

γ. Πόση γωνία έχει διαγράψει μια ακτίνα της τροχαλίας από t_0 έως $t_1=4\text{s}$;

δ. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$;



α. $t=4\text{s}$, β. $\Delta L=5\text{m}$, γ. $\theta=80\text{rad}$, δ. $\omega=60\text{rad/s}$

! Γ1.15 Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογιστεί η ταχύτητα κέντρου μάζας του τροχού στις εξής περιπτώσεις:

α. Σημείο της περιφέρειας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $v=4\sqrt{2}\text{m/s}$ κάθε χρονική στιγμή που απέχει από το οριζόντιο επίπεδο απόσταση ίση με R .

β. Δύο σημεία που απέχουν ίσες αποστάσεις από το κέντρο και βρίσκονται πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο έχουν ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=8\text{m/s}$ αντιστοίχως.

γ. Σημείο που βρίσκεται πάνω από το κέντρο και στην κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο αυτό, απέχει από το κέντρο απόσταση $R/4$ και έχει ταχύτητα $v_3=4\text{m/s}$.

α. 4m/s β. 9m/s , γ. $3,2\text{m/s}$

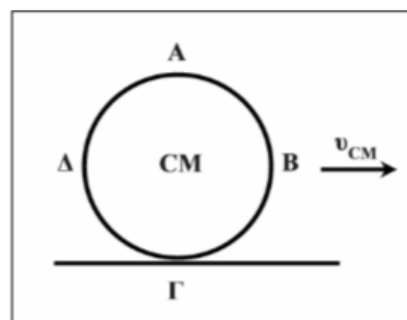
! Γ1.21 Τροχός ακτίνας $R=0,5\text{m}$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Το κέντρο μάζας του κινείται με ταχύτητα που μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $v_{\text{cm}}=4+2t$ (S.I.).

α. Πόση είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;

β. Με πόση ταχύτητα κινούνται τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$ τα σημεία A, B, Γ;

γ. Πόσες περιστροφές κάνει ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ έως τη $t_2=4\text{s}$;

δ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$;



α. $a_{\gamma\gamma}=4\text{rad/s}^2$, β. $v_A=20\text{m/s}$, $v_{\Gamma}=0$, $v_B=10\sqrt{2}\text{m/s}$, γ. $N=20/\pi$ περιστροφές, δ. $a_{\kappa}=128\text{m/s}^2$

•Γ1.23 Ο τροχός του σχήματος, ακτίνας $R=0,8\text{m}$ ανήκει σε ένα αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$ και ξεκίνησε τη χρονική στιγμή $t=0$ από την ηρεμία. Οι τροχοί του αυτοκινήτου κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.

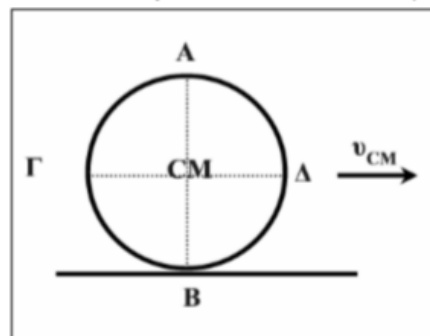
α. Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις επιταχύνσεις των σημείων A, B και του σημείου O του άξονα, τη στιγμή $t=0$, όπου τα σημεία A και B είναι στα άκρα μιας κατακόρυφης διαμέτρου του τροχού και να υπολογίστε τα μέτρα τους.

β. Να υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος (σημείο B) τη στιγμή που το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα 4m/s . Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση αυτή στο διπλανό σχήμα. Να σχεδιάσετε επίσης στο σχήμα το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης του τροχού.

γ. Τα σημεία Γ και Δ είναι στα άκρα μιας οριζόντιας διαμέτρου τη στιγμή που η ταχύτητα του σημείου A έχει μέτρο 4m/s . Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα και να υπολογίστε τα μέτρα

γ₁ της ταχύτητας του σημείου Δ.

γ₂ της επιτάχυνσης του σημείου Γ.



α. 2m/s^2 , 0, β. 20m/s^2 , γ. $2\sqrt{2}\text{m/s}$, $\sqrt{37}\text{m/s}^2$

ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ	ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ		Κύλιση χωρίς ολίσθηση (ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΙΝΗΣΗ)
Θέση x	Τόξο s	Γωνία $\theta = s/R$ ($\Rightarrow ds = R \cdot d\theta$)	$\underline{dx} = \underline{ds} = R \cdot d\theta$ ΠΑΝΤΑ
Ταχύτητα $v_{cm} = dx/dt$	"Γραμμική" ταχύτητα $v = ds/dt$	Γωνιακή ταχύτητα $\omega = d\theta/dt$	$\underline{v_{cm}} = \underline{v} = \omega R$ ΠΑΝΤΑ
Επιτάχυνση $a_{cm} = dv_{cm}/dt$	"Γραμμική" επιτάχυνση (121) (επιτρόχια-εφαπτική) $a = dv/dt$	Γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων} = d\omega/dt$	$\underline{a_{cm}} = \underline{a} = \alpha_{γων} R$ ΠΑΝΤΑ
Δύναμη F	Ροπή $\tau = F \cdot \ell$		
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ $\Sigma F = 0$	ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ $\Sigma \tau = 0$		ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ $\Sigma F = 0$ & $\Sigma \tau = 0$
Μάζα m	Ροπή αδράνειας $I = mR^2$		
Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής $\Sigma F = ma$	Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης $\Sigma \tau = I\alpha_{γων}$		
Ορμή $p = mv$	Στροφορμή υλικού σημείου $L = mvr = pr$ σώματος $L = I\omega$ συστήματος $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$		
Δεύτερος Newton (γεν) $\Sigma F = dp/dt$	Δεύτερος Newton (γεν) $\Sigma \tau = dL/dt$ συστήματος $\Sigma \tau_{\Xi\Xi} = dL/dt$		
Διατήρηση της ορμής $\Sigma F_{\Xi\Xi} = 0 \Rightarrow p = \text{σταθ}$ $m_1v_1 = m_2v_2$	Διατήρηση της στροφορμής σώματος $\Sigma \tau = 0 \Rightarrow L = \text{σταθ}$ $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ συστήματος $\Sigma \tau_{\Xi\Xi} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθ}$		
Κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς $K = mv_{cm}^2/2$	Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής $K = I\omega^2/2$		$K = mv_{cm}^2/2 + I\omega^2/2$
Έργο σταθερής δύναμης $\int_{x_0}^x F \cdot dx \quad W = Fs$	Έργο (σταθερής ροπής) δύναμης $\int_{\theta_0}^{\theta} \tau \cdot d\theta \quad W = \tau\theta$		
Ισχύς δύναμης $P = Fv$	Ισχύς (ροπής) δύναμης $P = \tau\omega (= Fv = F\omega r)$		
ΘΜΚΕ ή ΘΕΕ $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \Sigma W$	ΘΜΚΕ ή ΘΕΕ $\frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 = \Sigma W$		