

ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

1. Σφαίρα μάζας $m=0,5 \text{ kg}$ εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες πραγματοποιούνται με συχνότητα 5 πλήρεις ταλαντώσεις σε κάθε 2 s. Η μια έχει πλάτος $A_1=20 \text{ cm}$ και αρχική φάση $\phi_0=\pi/2 \text{ rad}$ και η άλλη έχει πλάτος $A_2=10 \text{ cm}$ και προηγείται χρονικά της πρώτης κατά $\Delta t=0,2 \text{ s}$.

a) Να γραφούν οι εξισώσεις των δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων καθώς και η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης και να παρασταθούν γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο.

b) Να υπολογιστεί η ολική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας.

(Υπόδειξη: η δεύτερη συνιστώσα έχει διαφορά φάσης από την πρώτη: $\Delta\phi=\omega\Delta t=2\pi f$)

2. Ένα υλικό σημείο μάζας $m=0,2 \text{ kg}$ εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις $\chi_1=10\eta\mu 10t$ και $\chi_2=5\eta\mu(10t+\pi)$, χ σε cm και t σε s.

a) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.

b) Να γραφούν οι εξισώσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης για την ταλάντωση του υλικού σημείου.

c) Να γραφεί η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς. Οι ταλαντώσεις εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

3. Υλικό σημείο μάζας $m=200\text{g}$ εκτελεί κίνηση η οποία προκύπτει από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις $\chi_1=3\eta\mu(\pi t+\pi/6)$ και $\chi_2=3\eta\mu(\pi t+\pi/2)$ όπου χ σε cm και t σε s. Οι δύο ταλαντώσεις πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

a) Να προσδιοριστεί η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που προκύπτει.

b) Να προσδιοριστούν οι εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο για την δυναμική την κινητική και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

4. Ένα διακρότημα προκύπτει από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που έχουν την ίδια διεύθυνση, ίδιο πλάτος $A=10\text{cm}$ και συχνότητες $f_1=200 \text{ Hz}$ και $f_2=202\text{Hz}$.

a) Να βρείτε την εξίσωση του πλάτους και την περίοδο του διακροτήματος.

b) Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος και ποια η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης;

5. Υλικό σημείο εκτελεί κίνηση που προέρχεται από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις $\chi_1=10\eta\mu 400t$ και $\chi_2=10\eta\mu 410t$ (χ σε cm και t σε s.).

a) Να προσδιοριστεί η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης.

b) Ποιο είναι το πλάτος της συνισταμένης κίνησης; Είναι σταθερό ή όχι ;

- c) Ποια είναι η περίοδος του διακροτήματος και ποια η περίοδος της συνισταμένης κίνησης;

6. Σώμα μάζας m εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της μορφής $\chi_1=0,8 \sin 10t$ (S.I.) και $\chi_2=0,8\sqrt{3} \sin 10t$ (S.I.) που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

- a) Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης και τη χρονική διαφορά των δυο ταλαντώσεων
b) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.
c) Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
d) Να υπολογίσετε τη θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές που η απομάκρυνση του εξαιτίας της ταλάντωσης χ_1 ισούται με $\chi_1=+0,4$ m.

7. Σώμα μάζας $m=0,1$ kg εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος $A=0,02$ m ,γωνιακή συχνότητα $\omega_1=99\pi$ rad/s και $\omega_2=101\pi$ rad/s και αρχική φάση ίση με μηδέν.

- a) Να γράψετε τις εξισώσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων καθώς και την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης.
b) Να υπολογίσετε τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα σε χρονική διάρκεια $\Delta t=2$ s.
c) Να υπολογίσετε την περίοδο του διακροτήματος.
d) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος.

8. Μικρό σώμα μάζας $m=0,05$ kg εκτελεί συνισταμένη ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $\chi=A \sin 4\pi t$ (S.I.). Η ταλάντωση αυτή προκύπτει από την σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες και εξισώσεις απομάκρυνσης $\chi_1=A \sin 204t$ (S.I) και $\chi_2=A \sin \omega_2 t$ όπου $\omega_1 > \omega_2$, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η μεγαλύτερη τιμή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης ισούται με 100 J.

- a) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω της συνισταμένης ταλάντωσης.
b) Να βρείτε το πλάτος A των συνιστωσών ταλαντώσεων.
c) Να υπολογίσετε κατά πόσο πρέπει να μεταβάλλουμε τη μία από τις δυο συχνότητες ώστε να διπλασιαστεί η περίοδος του διακροτήματος, παραμένοντας η $\omega_1 > \omega_2$.
d) Αν συμβεί η μεταβολή της συχνότητας του ερωτήματος c), να γράψετε την εξίσωση της νέας συνισταμένης ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα.