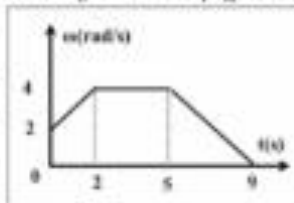


! Π1.7 Τροχός αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν. Σημείο Α του τροχού που απέχει από τον άξονα περιστροφής $r=0,2\text{m}$, βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ σε γωνιακή θέση $\theta_0=0$.



α. Πόση είναι η συνολική γωνία που έχει διαγράψει το σημείο Α τη χρονική στιγμή $t=9\text{s}$;

β. Πόσες περιστροφές έχει κάνει ο τροχός στο ίδιο χρονικό διάστημα;

γ. Υπάρχει κάποια χρονική στιγμή που να αλλάζει φορά η γωνιακή ταχύτητα και αν ναι ποια;

δ. Σε ποια χρονική στιγμή, η γωνιακή επιτάχυνση γίνεται για πρώτη φορά αρνητική;

ε. Πόση είναι η ταχύτητα του Α τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$;

στ. Πόση είναι η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Α τη χρονική στιγμή $t=8\text{s}$;

ζ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Α τη χρονική στιγμή $t=6\text{s}$;

η. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των μεταβολών της γωνιακής επιτάχυνσης, α_γ , και της γωνιακής θέσης, θ , και της γραμμικής ταχύτητας, του σημείου Α σε σχέση με το χρόνο, t .

α. $\Delta\theta=26\text{rad}$, β. $N=4,14$ περιστροφές, γ. ν. $u=0,8\text{m/s}$, στ. $a=-0,2\text{m/s}^2$, ζ. $a_c=1,8\text{m/s}^2$

$$0-2\text{s} \quad \Delta\omega = 4 - 0 = 4 \text{ rad/s} \quad 0.5 \text{ s} \quad \Delta\theta = 4 \cdot 2 = 8 \text{ rad}$$

$$\boxed{\alpha_\gamma = 2 \text{ rad/s}^2} \quad \boxed{\theta_1 = 8 \text{ rad}}$$

$$2-5\text{s} \quad \Delta\omega = 0 \quad 0.5 \text{ s} \quad \Delta\theta = 0$$

$$\boxed{\theta_2 = 12 \text{ rad}}$$

$$5-9\text{s} \quad \Delta\omega = 0 - 4 = -4 \text{ rad/s} \quad \boxed{\alpha_\gamma = -1 \text{ rad/s}^2}$$

$$\boxed{\theta_3 = 8 \text{ rad}}$$

$$\text{α)} \quad \theta_3 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \Rightarrow \theta_3 = 8 + 12 + 8 \text{ rad} \Rightarrow$$

$$\boxed{\theta_3 = 28 \text{ rad}}$$

$$\text{β)} \quad N = \frac{\theta_3}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{28}{2\pi} \approx 4.47 \Rightarrow \boxed{N = 4.5}$$

$$\text{γ)} \quad \omega \geq 0 \quad 0-5\text{s} \quad \omega < 0 \quad 5-9\text{s} \quad \text{σταθερά ταχύτητα}$$

$$\begin{aligned} \omega &\geq 0 & 0-2\text{s} \\ \omega &= 0 & 2-5\text{s} \\ \omega &< 0 & 5-9\text{s} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \omega &= 4 \text{ rad/s} \\ \omega &= 0 \\ \omega &= -4 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

$$\text{δ)} \quad u_A =, \quad t=5\text{s} \quad u_A = u_{\text{max}} = 4 \text{ m/s}$$

$$u_A = \omega \cdot r \Rightarrow \boxed{u_A = 0,8 \text{ m/s}}$$

$$\text{ε)} \quad a_\gamma =, \quad t=8\text{s} \rightarrow 5\text{s} \leq 8\text{s} \leq 9\text{s}$$

$$\boxed{\alpha_\gamma = -1 \text{ rad/s}^2}$$

$$a_\gamma = a_\gamma \cdot r \Rightarrow$$

$$a_\gamma = -1 \cdot 0,2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{a_\gamma = -0,2 \text{ m/s}^2}$$

5) $a_k =$, $t = 6s$ $a_k = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_k = \omega^2 \cdot r$
 $3 = 4 \text{ km}$ $0.6 \text{ min} \rightarrow 6 \text{ s}$
 $v = \omega r$

$$w_6 = w_0 - a_{\theta_3} \cdot t \Rightarrow w_6 = 4 - 1 \cdot (6-5) \text{ r/s}$$

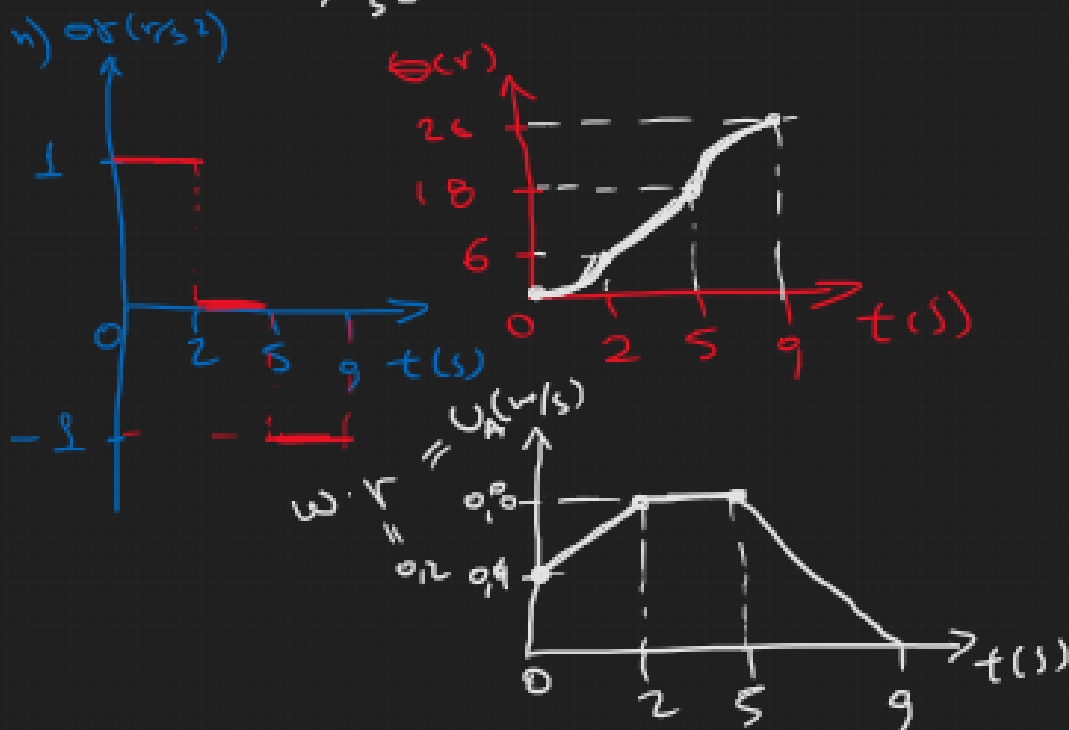
$$\boxed{\omega_6 = 3 \text{ rad/s}} \quad \underline{a_L = \omega^2 \cdot r \Rightarrow a_K = 3^2 \cdot 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$a_k = 48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\bullet \quad Q_{\gamma_1} = \frac{1}{2}r, \quad Q_{\gamma_2} = 0, \quad Q_{\gamma_3} = -\frac{1}{2}r$$

$$G E_1 = 0,2 \frac{m}{s^2} \quad G E_2 = 0 \quad G E_3 = -0,2 \frac{m}{s^2}$$

$$0,04 \cdot 0 - 0,8 \frac{4}{52} \quad \overline{0,8 \frac{4}{52}} \quad 0,8 - 0$$



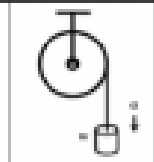
! Π1.9 Το βαρέλι, w , που είναι δεμένο στο σχοινί της τροχαλίας αρχίζει να κινείται κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$ και αρχική ταχύτητα $u_0=0$, ενώ το σχοινί ξετυλίγεται. Το κέντρο μάζας της τροχαλίας είναι ακίνητο και η ακτίνα της είναι $R=0,2\text{m}$.

α. Σε πόσο χρόνο, t , το σωματίδιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta L = 16\text{m}$;

β. Πόση είναι η μετατόπιση του σώματος, w , κατά τη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου της πτώσης του;

γ. Πόση γωνία έχει διαγράψει μια ακτίνα της τροχιάς από t_0 έως $t_1=4t_0$

δ. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της τροχιάς τη χρονική στιγμή $t = 6\text{s}$?



$\alpha, t=4s, \beta, M=5m, \gamma, \theta=60\text{rad}, \delta, \omega=60\text{rad/s}$

8) ω ~~Handwritten text~~ $\omega_0 = 0$
 $\alpha = 2\pi / 5$ E.O. G.N.T. K.

$$\textcircled{d) } \quad \left. \begin{array}{l} h_3 = \frac{1}{2} a \cdot s^2 \text{ m} \Rightarrow h_3 = 9 \text{ m} \\ h_2 = \frac{1}{2} a \cdot 2^2 \text{ m} \Rightarrow h_2 = 4 \text{ m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta h = h_3 - h_2 \\ \boxed{\Delta h = 5 \text{ m}} \end{array}$$

1) $\Theta = ?$, $t = 4s$ n.r. Θ L
 $\textcircled{1.^\circ}$ $\Delta L = 16m$ $16 \cdot 2\pi r \rightarrow 2\pi R$
 $y \quad x \quad 16m$

$$\gamma = \frac{16}{2\pi R} \Rightarrow \gamma = \frac{16}{2\pi \cdot 0,2} \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{40}{\pi}}$$

$$\Theta = \frac{16}{2\pi R} \cdot 2\pi \Rightarrow \Theta = \frac{16}{0,2} \Rightarrow \boxed{\Theta = 80r}$$

$$S = \Theta R = \Delta L = \Theta \cdot R = 0$$

$$\Theta = \Delta L / R \Rightarrow \boxed{\Theta = 80r}$$

$$u_0 = 0 \quad w_0 = 0$$

$\textcircled{2.^\circ}$ $\Theta = \frac{1}{2} a_\gamma \cdot t^2$

$$\boxed{a = a_{ox} = a_c = a_\gamma R} \Rightarrow a_\gamma = \frac{a}{R}$$

$$a_\gamma = \frac{2}{0,2} \cdot \frac{1}{s^2} \Rightarrow \boxed{a_\gamma = 10 r/s^2}$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4^2 \Rightarrow \boxed{\Theta = 80r}$$

5) $w_L = ?$, $t_2 = 6s$ $w_L = a_\gamma t_2 = 0$

$$\boxed{w_2 = 60 r/s} \quad u_L = a \cdot t_2 \Rightarrow \boxed{u_2 = 12 \frac{m}{s}}$$

$$w_2 = \frac{u_L}{R} \Rightarrow \boxed{w_2 = 60 r/s}$$

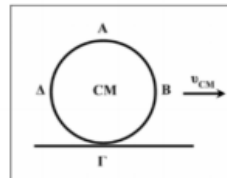
! Γ1.21 Τροχός ακτίνας $R=0,5\text{m}$ κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει. Το κέντρο μάζας του κινείται με ταχύτητα που μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $v_{cm}=4+2t$ (S.I.).

α. Πόση είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;

β. Με πόση ταχύτητα κινούνται τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$ τα σημεία A, B, Γ;

γ. Πόσες περιστροφές κάνει ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ έως τη $t_2=4\text{s}$;

δ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$;



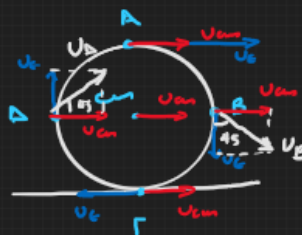
α. $a_{\gamma}=4\text{rad/s}^2$, β. $v_A=20\text{m/s}$, $v_{\Gamma}=0$, $v_B=10\sqrt{2}\text{m/s}$, γ. $N=20/\pi$ περιστροφές, δ. $a_c=128\text{m/s}^2$

$$\left. \begin{aligned} v_{cm} &= 4+2t \text{ (S.I.)} \\ v &= v_0 + a_{cm} t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_{cm0} &= 4 \text{ m/s} \\ a_{cm} &= 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

α) $t=0$ $s_m = s_n \Rightarrow v_{cm} = v_{\Gamma} = \omega R \Rightarrow a_{cm} = a_{\Gamma} R$
 $a_{\Gamma} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow a_{\Gamma} = \frac{2}{0,5} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{a_{\Gamma} = 4 \text{ m/s}^2}$

β) $t=3\text{s}$

$$\begin{aligned} v_{cm} &= 4+2t \\ &= 4+2 \cdot 3 \\ &= 10 \text{ m/s} \end{aligned} \quad \begin{aligned} v_{\Gamma} &= v_{cm} \\ &= 10 \text{ m/s} \end{aligned}$$



και $t=3\text{s}$ $v_{cm} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και $v_{\Gamma} = 10 \text{ m/s}$

Α) $\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\Gamma} \Rightarrow v_A = 10+10 \Rightarrow \boxed{v_A = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Γ) $\vec{v}_{\Gamma} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\Gamma} \Rightarrow v_{\Gamma} = 10+0 \Rightarrow \boxed{v_{\Gamma} = 0}$

cm) $\vec{v}_{cm} = v_{cm} = 10 \text{ m/s}$

Β) $\vec{v}_B = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\Gamma} \Rightarrow v_B = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\Gamma}^2} \Rightarrow$

$\boxed{v_B = 10\sqrt{2} \text{ m/s}} \quad \hat{\phi} = \frac{\pi}{4} \text{ r}$

Δ) $\vec{v}_D = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\Gamma} \Rightarrow \boxed{v_D = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$
 $\hat{\phi} = 45^\circ$

δ) $N = ?$, $t_1=2\text{s} - t_2=4\text{s}$ $\omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{8}{5}$

$a_{cm} = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_{\Gamma} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow \boxed{a_{\Gamma} = 4 \text{ m/s}^2}$

$\Theta_1 = \omega_0 \cdot 4 + \frac{1}{2} a_{\Gamma} 4^2 = 8 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4^2 = 64 \text{ r}$

$\Theta_2 = \omega_0 \cdot 2 + \frac{1}{2} a_{\Gamma} 2^2 = 8 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2^2 = 24 \text{ r}$

$\Delta\Theta = \Theta_1 - \Theta_2 \Rightarrow \boxed{\Delta\Theta = 40 \text{ r}}$

$N = \frac{\Delta\Theta}{2\pi} \Rightarrow \boxed{N = \frac{20}{\pi} \text{ C}}$

ε) $a_{\Gamma} = ?$, $R=0,5\text{m}$ $t_1=2\text{s}$

$a_{\Gamma} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{\Gamma} = \frac{8^2}{0,5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \boxed{a_{\Gamma} = 128 \text{ m/s}^2}$