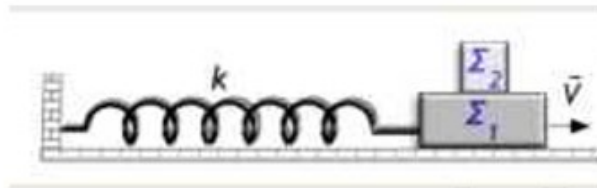


ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ-ΚΡΟΥΣΗ

- 1** Το αριστερό άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.



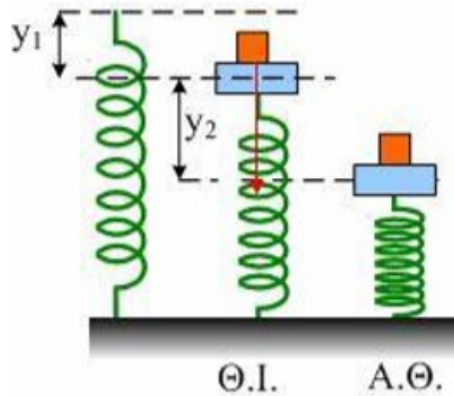
- (α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης $D_{ολ}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.
- (β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: (i) το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, (ii) το Σ_1 και (iii) το Σ_2 .
- (γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ_1 στο Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A = 3 \text{ cm}$.
- (δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης V_{max} , του συστήματος των Σ_1 , Σ_2 ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ_1 .

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu_s = 0,5$.

- 2** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας $M = 3 \text{ kg}$. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m = 1 \text{ kg}$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1 = 0,4 \text{ m}$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2 = 0,8 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$.

- (α) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D κάθε μιας μάζας ξεχωριστά.
- (β) Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του τότε.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



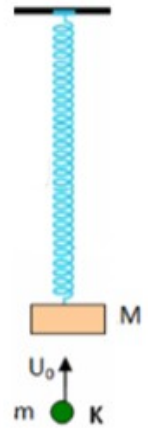
3

Σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο έδαφος. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι) προς τα πάνω μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και από τη θέση αυτή εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $v = \sqrt{3}\text{m/s}$ και με φορά προς τα κάτω. Η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα, αρχή μέτρησης του χρόνου ($t = 0$) λαμβάνουμε τη στιγμή της εκτόξευσης, θετική φορά λαμβάνουμε προς τα πάνω (τη φορά της αρχικής εκτροπής από τη Θ.Ι) και $g = 10\text{m/s}^2$. Το σώμα αμέσως μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά σκληρότητας του ελατηρίου.

- (α) Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- (β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
- (γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο: $x - t$, $v - t$, $a - t$.
- (δ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του από τη Θ.Ι είναι $x_1 = -0,1\sqrt{3}\text{m}$
- (ε) Να βρείτε το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σώμα για να μεταβεί για 1η φορά μετά από τη στιγμή $t = 0$, σε ακραία θέση της ταλάντωσης του.
- (στ) Στο παραπάνω χρονικό διάστημα να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος, το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
- (ζ) Τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία για πρώτη φορά, μετά τη στιγμή $t = 0$, η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, να βρείτε:
 1. το ρυθμό μεταβολής της ορμής
 2. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος
 3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης

4 Ένα σώμα μάζας $M = 3\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$.

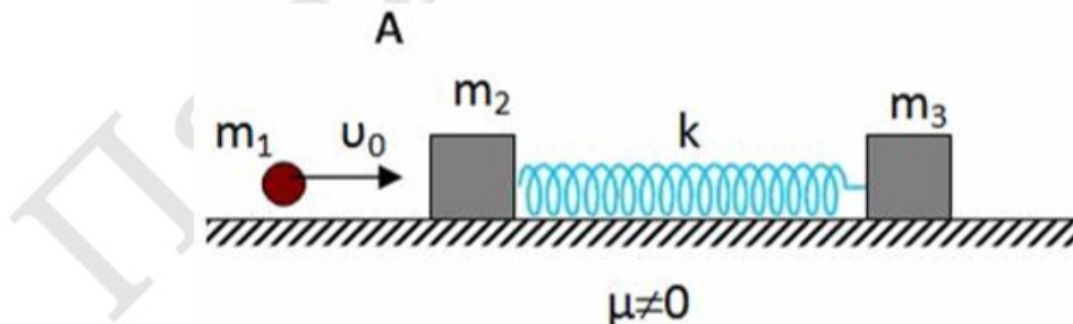
Δεύτερο σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$, βάλλεται από το έδαφος από το σημείο Κ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$ και μετά από χρόνο $t = 0,8\text{s}$ συγκρούεται ανελαστικά με το M . Μετά την κρούση το σώμα m εξέρχεται από το m με ταχύτητα μέτρου $v' = 0,5\text{m/s}$. Το σώμα M εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:



- (α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μάζας M .
- (δ) την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο - σώμα μάζας m - σώμα μάζας M θεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

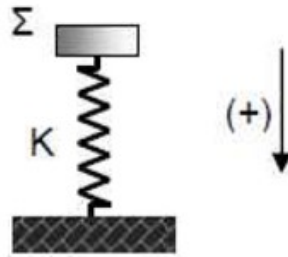
5 Στο σχήμα το σώμα μάζας $m_1 = 5\text{kg}$ συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας $m_2 = 5\text{kg}$. Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος m_3 είναι $m_3 = 10\text{kg}$, η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 10\text{N/m}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι $\mu = 0,4$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$, να υπολογίσετε:



- (α) τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
- (β) τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το m_1 ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
- (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του m_1 στη διάρκεια της κρούσης.
- (δ) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος α.

6

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένο ένα σώμα Σ μάζας $m = 8\text{Kg}$ το οποίο ισορροπεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι την θέση που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας του σώματος. Στην συνέχεια την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

- (α) Να δείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την συχνότητα της ταλάντωσης του.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- (γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που η δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή $t = 0$.
- (δ) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας του σώματος, στην θέση που η δύναμη επαναφοράς είναι ίση με το βάρος του σώματος και το σώμα επιβραδύνεται.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

7

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2\text{m}$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας v_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 .
- (β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (δ) τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

