

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ Γ', Δ' ΣΤΕΡΕΟ

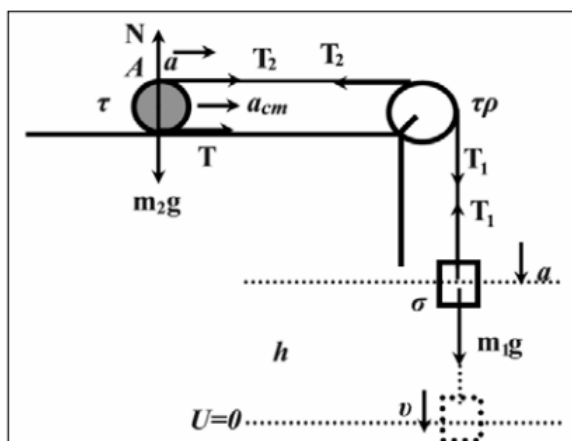
ΓΔ.3 Στη διάταξη του σχήματος έχουμε τα εξής δεδομένα. Η τροχαλία, (τρ), είναι αβαρής, δηλαδή έχει ροπή αδράνειας $I_{τρ}=0$, ακτίνα, r , και το νήμα δεν ολισθαίνει κατά την επαφή του με αυτήν. Ο τροχός, τ , έχει μάζα $m_2=4/3\text{kg}$, και μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Η ροπή αδρανείας του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας (κμ) του είναι $I=m_2R^2/2$ όπου R η ακτίνα του. Το σώμα σ , μάζας $m_1=2\text{kg}$ αφήνεται να πέσει στο κενό, χωρίς τριβές, τη στιγμή που όλο το σύστημα είναι αρχικά ακίνητο. Να υπολογιστούν:

α. Η επιτάχυνση του σώματος, σ .

β. Η στατική τριβή μεταξύ τροχού και οριζοντίου επιπέδου.

γ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, τη χρονική στιγμή που το σώμα σ , έχει πέσει κατά $h=1\text{m}$.

δ. Το ποσοστό του έργου του βάρους του σώματος, σ , για την πτώση κατά h , που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του τροχού. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.9 Ο μικρός δίσκος της σύνθετης τροχαλίας έχει μάζα M_1 , ακτίνα $R_1=0,25\text{m}$ και ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1=1/170\text{ kgm}^2$. Ο άλλος δίσκος αποτελείται από το ίδιο υλικό, ίδιας πυκνότητας, ρ , έχει το ίδιο πάχος, s , αλλά μεγαλύτερη ακτίνα R_2 και μάζα, M_2 . Τα δύο σώματα έχουν μάζες $m_1=0,4\text{kg}$, $m_2=0,2\text{kg}$ και ισορροπούν αν αφεθούν ελεύθερα, στο ίδιο ύψος $h=3,2\text{m}$ από το οριζόντιο έδαφος. Να υπολογιστούν:

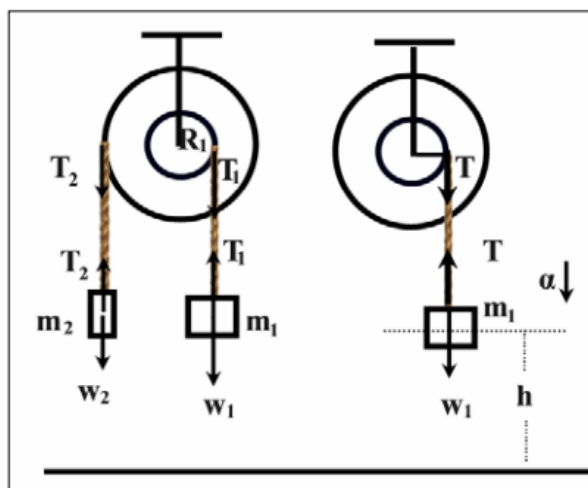
α. Η ακτίνα R_2 .

β. Η μάζα M_2 και η ροπή αδράνειας, I , του συστήματος των δύο δίσκων.

γ. Κόβουμε το νήμα που συγκρατεί το σώμα m_2 και η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς το σκοινί να ολισθαίνει στο λούκι της. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.

δ. Τη χρονική στιγμή που το το σώμα m_2 φτάνει στο έδαφος να υπολογιστούν η ταχύτητα του σώματος m_1 και η κινητική ενέργεια της τροχαλίας.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$, και για κάθε δίσκο $I_1=\frac{1}{2}M_1R_1^2$ $I_2=\frac{1}{2}M_2R_2^2$.



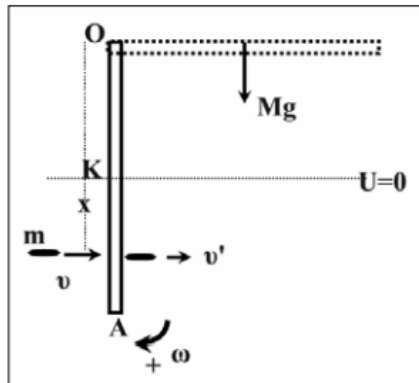
ΓΔ.14 Ομογενής ράβδος μήκους $d=10/3\text{m}$ και μάζας, M κρέμεται ελεύθερα από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της O . Φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε ελεύθερη να περιστραφεί χωρίς τριβές. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{(O)}=md^2/3$ και το $g=10\text{m/s}^2$ και το $M=1,8\text{kg}$.

α. Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη;

β. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που φτάνει στην κατακόρυφη θέση;

γ. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινούμενο οριζόντια και σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα $v=200\text{m/s}$ χτυπάει τη ράβδο και αφού τη διαπεράσει βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα $v'=100\text{m/s}$. Σε πόση απόσταση από τον άξονα περιστροφής πρέπει να γίνει αυτή η κρούση ώστε μετά την κρούση η ράβδος να μείνει ακίνητη;

δ. Αν η κρούση διαρκεί $dt=0,02\text{s}$ πόσο είναι το μέτρο της μέσης ροπής που άσκησε το βλήμα στη ράβδο κατά τη διάρκεια της κρούσης;



ΓΔ.15 Η ράβδος, $OA=L$ του σχήματος έχει μάζα $M=3\text{kg}$, μήκος $L=2\text{m}$, βάρος $w=Mg$, είναι ομογενής και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της O . Η ράβδος στηρίζεται με τη βοήθεια νήματος, $ΑΛ$, που είναι δεμένο στο άλλο άκρο της A έτσι ώστε $AOΛ=φ=60^\circ$

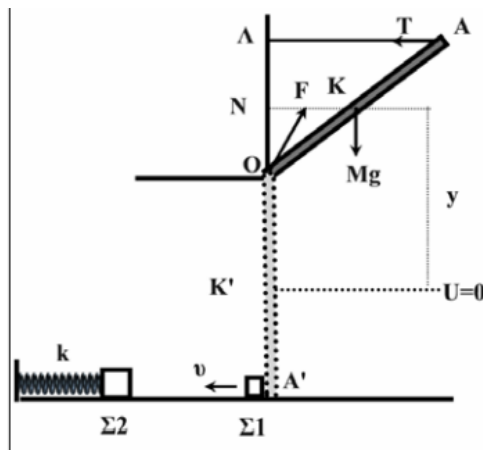
α. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης, T , που ασκείται από το νήμα στη ράβδο.

β. Κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται γύρω από τον άξονα. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή που η ράβδος ξεκινάει.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν γίνεται κατακόρυφη.

δ. Τη χρονική στιγμή που γίνεται κατακόρυφη συγκρούεται με σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=1\text{kg}$ που ήταν ακίνητο και μετά σταματάει ακαριαία. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

ε. Το σώμα, Σ_1 μετά την κρούση εκτοξεύεται οριζόντια, κινείται χωρίς τριβές και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2=2\text{kg}$ που είναι προσαρμοσμένο σε ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα με το ελατήριο κάνουν ΑΑΤ. Να βρεθεί το πλάτος τους, A . Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας, $I=ML^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.16 Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου και στερεωμένου ελατηρίου κάνει ΑΑΤ με μέγιστη κινητική ενέργεια $K_0=2\text{J}$ και πλάτος $A=0,2\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=-0,2\text{m}$. Τη στιγμή t_1 που το σώμα m περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την πλευρά που το ελατήριο επιμηκύνεται κόβεται το ελατήριο και το σώμα συνεχίζει μόνο του πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

α. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης των ΑΑΤ του σώματος και να υπολογιστούν η χρονική στιγμή t_1 και η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που κόβεται το ελατήριο.

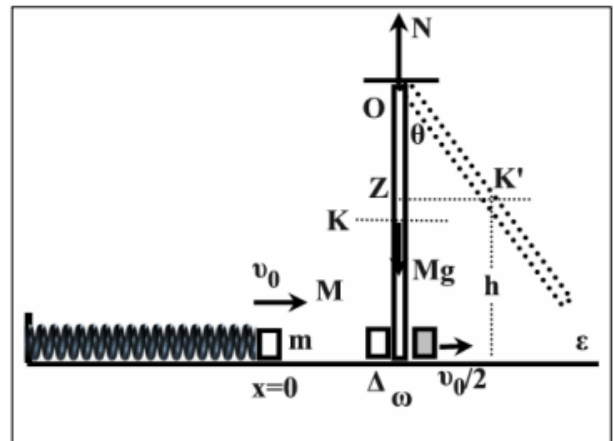
Το σώμα μετά συγκρούεται με το άκρο Δ , ράβδου μήκους $d=1\text{m}$, μάζας $M=2\text{kg}$ το ένα άκρο της οποίας είναι στερεωμένο στο σημείο O , και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Μετά την κρούση το σώμα m συνεχίζει την κίνησή του στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό αυτής που είχε πριν την κρούση. Η κρούση διαρκεί χρόνο $\Delta t=0,02\text{s}$. Να υπολογιστούν:

β. Η ροπή τ που άσκησε το σώμα στη ράβδο κατά την κρούση, αν η ροπή θεωρηθεί σταθερή.

γ. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος, «σώμα – ράβδος» λόγω κρούσης.

δ. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας, O , στη ράβδο αμέσως μετά την κρούση.

ε. Το συνημίτονο της γωνίας θ που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο τη στιγμή που σταματάει στιγμιαία. Δίνονται για τη ράβδο $I_K=Md^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.17 Ομογενής ράβδος $ΟΓ$ μήκους $\lambda=3\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στο κέντρο της K . Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\phi=30^\circ$ ενώ το άκρο O συνδέεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης. Στο άκρο Γ είναι δεμένο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ που στο άλλο του άκρο έχει δεθεί σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ και ισορροπεί. Δίνουμε στο σώμα m στη θέση ισορροπίας της αρχική ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ με φορά προς τα κάτω οπότε το σύστημα της μάζας και του ελατηρίου αρχίζει να κάνει ΑΑΤ. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_0=120\text{N}$. Να υπολογιστούν:

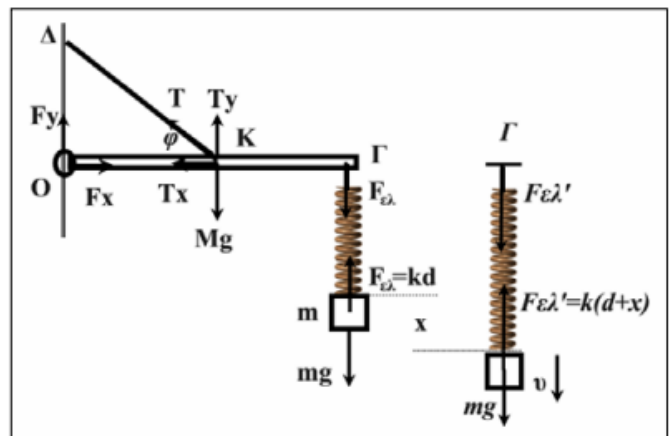
α. Το μέτρο της τάσης του νήματος T , όταν το σύστημα μάζα – ελατήριο ισορροπεί.

β. Η εξίσωση απομάκρυνσης των ταλαντώσεων της μάζας m , σε σχέση με το χρόνο, αν θεωρηθεί ως $t_0=0$ η χρονική στιγμή που ξεκίνησε η μάζα m με ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ και θετική η φορά προς τα κάτω.

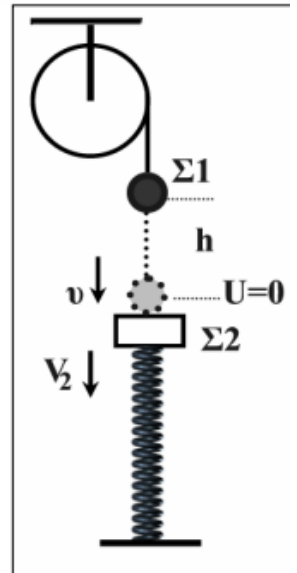
γ. Η χρονική στιγμή t που θα κοπεί το νήμα.

δ. Η ταχύτητα της μάζας m τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

ε. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής όλου του συστήματος τη στιγμή αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



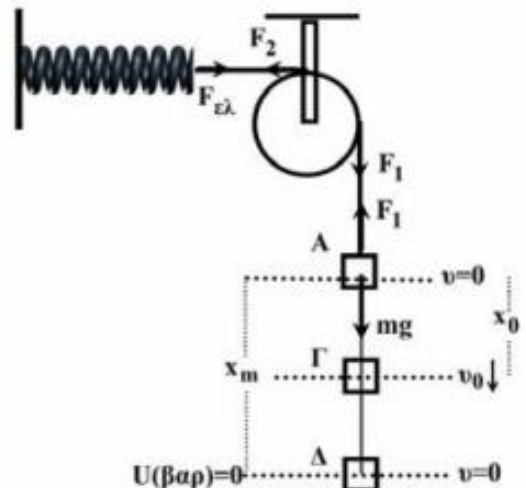
ΓΔ.18 Στη διάταξη του σχήματος έχουμε μια τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$, ακτίνας R , τυλιγμένη με νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα, Σ_1 , μάζας $m_1=2\text{kg}$. Από κάτω έχουμε ένα κατακόρυφο ελατήριο με σώμα, Σ_2 , μάζας $m_2=6\text{kg}$ που κάνει κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, (S.I) όπου $\omega=10\sqrt{3}/3\text{rad/s}$. Αφήνουμε το σώμα Σ_1 να πέσει και όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $h=0,5\text{m}$ αυτό συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με το άλλο σώμα Σ_2 το οποίο εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και πάνω από αυτήν. Να υπολογιστούν:



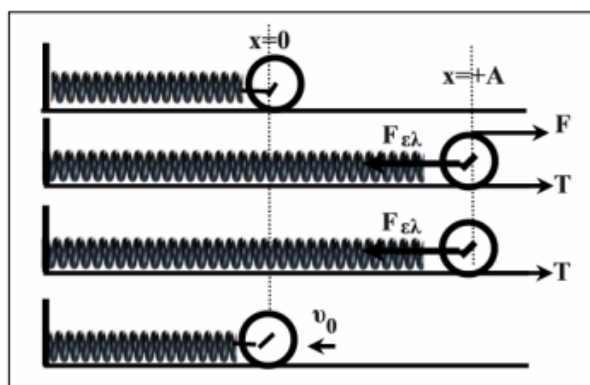
- Η ταχύτητα του σώματος Σ_1 μόλις πριν την κρούση.
 - Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
 - Το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
 - Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Ως θετική φορά για την ταλάντωση να θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα πάνω.
Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και για την τροχαλία $I=MR^2/2$.

ΓΔ.20 Τροχαλία μάζας $M=2\text{kg}$ και ακτίνας R , είναι στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά της. Από την τροχαλία διέρχεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται σώμα μάζας $m=4\text{kg}$, ενώ το άλλο άκρο δένεται στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=80\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ανυψώνουμε το σώμα ως το σημείο Α, έτσι ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, ενώ το νήμα είναι τεντωμένο. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

- Πόση είναι η επιτάχυνση του σώματος όταν η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $x_1=0,2\text{m}$;
 - Πόση είναι η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου;
 - Πόση πρέπει να είναι η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος μέχρι το σώμα να αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα.
 - Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα.
 - Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος «τροχαλία – σώμα», όταν η ταχύτητα του σώματος είναι $v=2\text{m/s}$;
 - Εξετάστε αν το σώμα μάζας m κάνει ΑΑΤ.
- Δίνεται $I=MR^2/2$, $g=10\text{m/s}^2$. Το νήμα δεν ολισθαίνει μέσα στο λούκι της τροχαλίας.



ΓΔ.19 Ο κύλινδρος που φαίνεται στο σχήμα έχει μάζα $m=2\text{kg}$, ακτίνα R και ροπή αδράνειας $I=mR^2/2$. Είναι συνδεδεμένος με κατάλληλη διάταξη με ελατήριο σταθεράς $k=300\text{N/m}$ που του επιτρέπει να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $A=+0,2\text{m}$, απομακρύνοντας τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του και τον κρατάμε ακίνητο στη θέση αυτή με τη βοήθεια μιας δύναμης F , όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η δύναμη F καταργείται και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει.

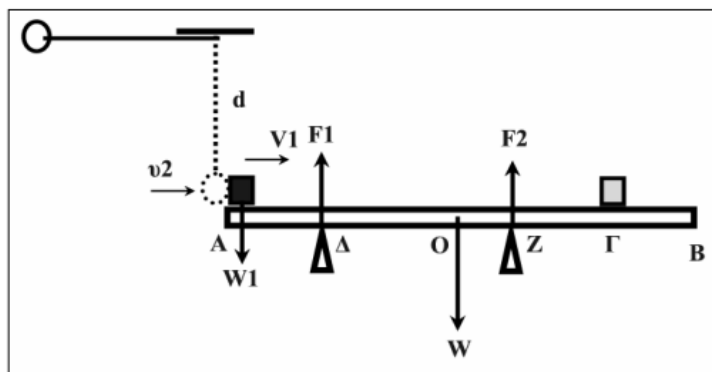


- Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F .
- Να βρείτε την ταχύτητα του κμ του κυλίνδρου τη στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας.
- Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και υπολογίστε την εξίσωση απομάκρυνσης.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής στροφορμής της στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας.
- Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας στη θέση, $x_1=0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας και το μέτρο του ρυθμού μεταβολής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου στη θέση αυτή.

ΓΔ.22 Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής και ισοπαχής σανίδα AB , μήκους $\lambda=2\text{m}$ και βάρους $w=50\text{N}$ ισορροπεί πάνω στα δύο στηρίγματα Δ και Z τα οποία απέχουν από το μέσον της O αποστάσεις $OA=0,6\text{m}$ και $OZ=0,2\text{m}$. Η σανίδα φέρει στο άκρο της A σώμα, Σ_1 , βάρους $w_1=20\text{N}$.

α. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη σανίδα.

β. Σφαίρα, Σ_2 , μάζας $m_2=3\text{kg}$ είναι δεμένη με νήμα μήκους $d=0,2\text{m}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο και ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε το νήμα από τη θέση ισορροπίας του κατά 90° και αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη. Αυτή όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση;

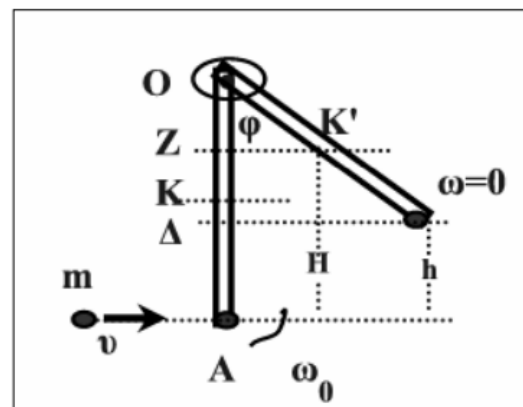


γ. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 ολισθαίνει πάνω στη σανίδα και σταματάει σε σημείο Γ αυτής, στο οποίο η σανίδα είναι έτοιμη να ανατραπεί περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα Z . Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Γ από το άκρο B .

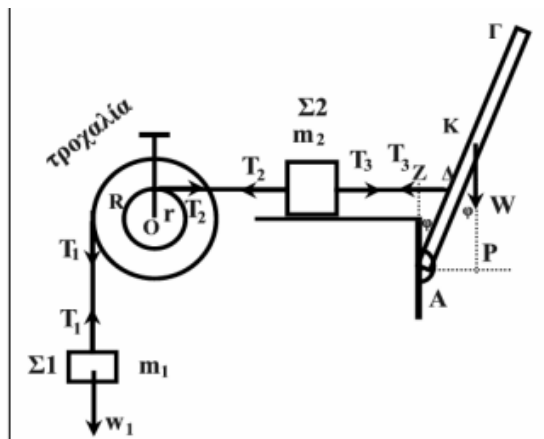
δ. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής, μ , μεταξύ σώματος Σ_1 και σανίδας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

ΓΔ.28 Μια κατακόρυφη ράβδος μήκους $(OA)=\lambda=0,3\text{m}$, έχει μάζα $M=3\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητη και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο της O . Ροπή αδράνειας της ράβδου $I_O=M\lambda^2/3$. Σημειακό βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=3\sqrt{5}\text{m/s}$ και σφηνώνεται ακαριαία στο ελεύθερο άκρο της ράβδου. Να υπολογιστούν:

- Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος – βλήμα αμέσως μετά την κρούση.
 - Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στη ράβδο λόγω κρούσης
 - Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση.
 - Τη μέγιστη γωνία εκτροπής της ράβδου από την κατακόρυφη θέση.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.35 Άκαμπτη ομογενής ράβδος $ΑΓ$ με μήκος $d=2\text{m}$ και μάζα $M=4\text{kg}$ έχει το άκρο της A αρθρωμένο και ισορροπεί έτσι ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία κλίσης φ , ($\eta\mu\varphi=0,8$, $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,6$). Στο σημείο Δ δένεται με νήμα και ισχύει $A\Delta=d/3$. Το νήμα συνδέεται με σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και με τη βοήθεια δεύτερου νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας $r=0,1\text{m}$ της τροχαλίας. Στο εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που φέρει σώμα $m_1=4\text{kg}$ που ισορροπεί. Η τροχαλία έχει $I=0,62\text{kgm}^2$. Για τη ράβδο δίνεται $I_K=Md^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



α. Κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος να υπολογίσετε τις τάσεις και των τριών νημάτων και η ακτίνα R .

Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα στο σημείο Δ . Να υπολογίσετε:

β. Τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου και τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων m_1 και m_2 .

Τη χρονική στιγμή t , που το σώμα m_1 θα έχει πέσει κατά $h=1\text{m}$ να υπολογίσετε :

γ. την ταχύτητα και το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του m_1

δ. τη γωνιακή ταχύτητα το πλήθος των περιστροφών και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας.

ε. το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε κινητική του m_2 .

στ. Να υπολογιστούν η γωνιακή ταχύτητα, ω , της ράβδου, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας και το μέτρο της δύναμης που δέχεται από την άρθρωση A , τη χρονική στιγμή που γίνεται οριζόντια.