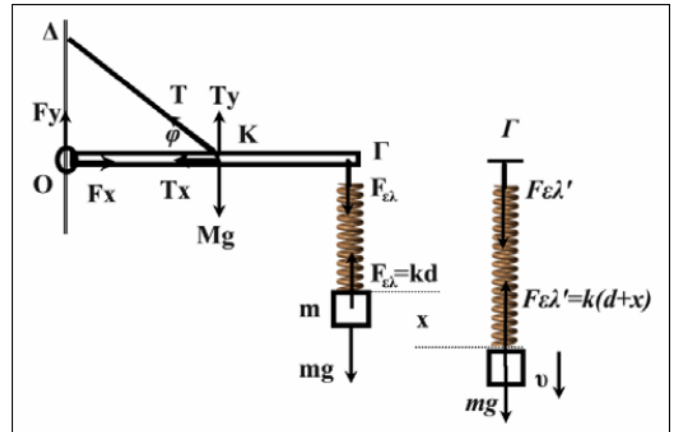


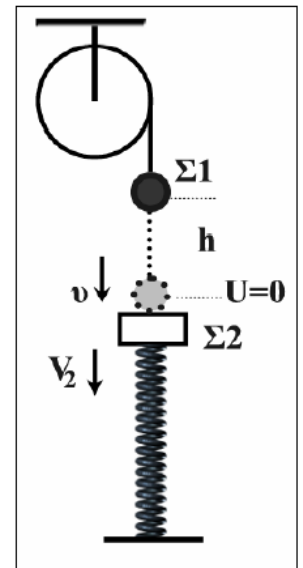
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

ΓΔ.17 Ομογενής ράβδος ΟΓ μήκους $\lambda=3\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στο κέντρο της Κ. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\varphi=30^\circ$ ενώ το άκρο Ο συνδέεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης. Στο άκρο Γ είναι δεμένο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ που στο άλλο του άκρο έχει δεθεί σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ και ισορροπεί. Δίνουμε στο σώμα m στη θέση ισορροπίας της αρχική ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ με φορά προς τα κάτω οπότε το σύστημα της μάζας και του ελατηρίου αρχίζει να κάνει ΑΑΤ. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_0=120\text{N}$. Να υπολογιστούν:



- Το μέτρο της τάσης του νήματος T , όταν το σύστημα μάζα – ελατήριο ισορροπεί.
- Η εξίσωση απομάκρυνσης των ταλαντώσεων της μάζας m , σε σχέση με το χρόνο, αν θεωρηθεί ως $t_0=0$ η χρονική στιγμή που ξεκίνησε η μάζα m με ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ και θετική η φορά προς τα κάτω.
- Η χρονική στιγμή t που θα κοπεί το νήμα.
- Η ταχύτητα της μάζας m τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
- Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής όλου του συστήματος τη στιγμή αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

ΓΔ.18 Στη διάταξη του σχήματος έχουμε μια τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$, ακτίνας R , τυλιγμένη με νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα, Σ_1 , μάζας $m_1=2\text{kg}$. Από κάτω έχουμε ένα κατακόρυφο ελατήριο με σώμα, Σ_2 , μάζας $m_2=6\text{kg}$ που κάνει κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, (S.I) όπου $\omega=10\sqrt{3}/3\text{rad/s}$. Αφήνουμε το σώμα Σ_1 να πέσει και όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $h=0,5\text{m}$ αυτό συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με το άλλο σώμα Σ_2 το οποίο εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και πάνω από αυτήν. Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του σώματος Σ_1 μόλις πριν την κρούση.
 - Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
 - Το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
 - Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Ως θετική φορά για την ταλάντωση να θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα πάνω.
Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και για την τροχαλία $I=MR^2/2$.

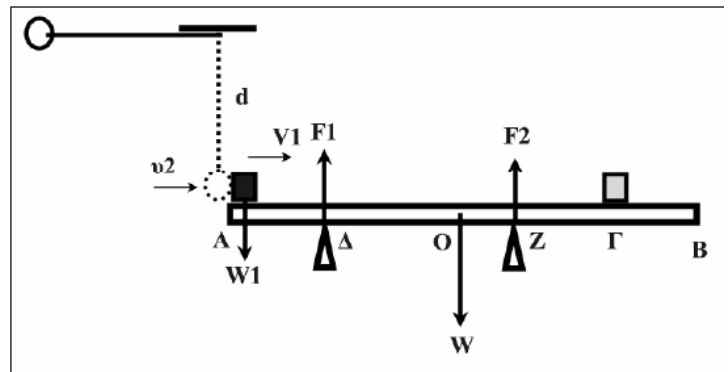
ΓΔ.22 Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής και ισοπαχής σανίδα AB, μήκους $\lambda=2\text{m}$ και βάρους $w=50\text{N}$ ισορροπεί πάνω στα δύο στηρίγματα Δ και Ζ τα οποία απέχουν από το μέσον της Ο αποστάσεις $ΟΔ=0,6\text{m}$ και $ΟΖ=0,2\text{m}$. Η σανίδα φέρει στο άκρο της Α σώμα, Σ_1 , βάρους $w_1=20\text{N}$.

α. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη σανίδα.

β. Σφαίρα, Σ_2 , μάζας $m_2=3\text{kg}$ είναι δεμένη με νήμα μήκους $d=0,2\text{m}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο και ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε το νήμα από τη θέση ισορροπίας του κατά 90° και αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη. Αυτή όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση;

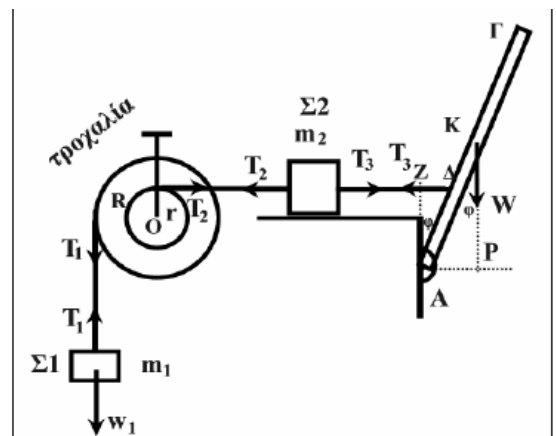
γ. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 ολισθαίνει πάνω στη σανίδα και σταματάει σε σημείο Γ αυτής, στο οποίο η σανίδα είναι έτοιμη να ανατραπεί περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα Ζ. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Γ από το άκρο Β.

δ. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής, μ , μεταξύ σώματος Σ_1 και σανίδας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

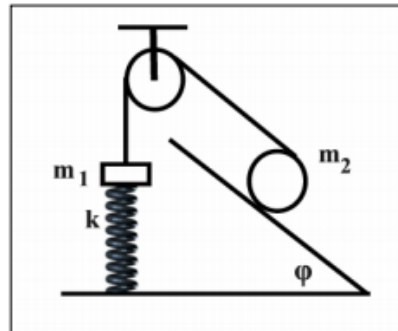


ΓΔ.35 Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος $d=2\text{m}$ και μάζα $M=4\text{kg}$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί έτσι ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία κλίσης φ , ($\eta\mu\varphi=0,8$, $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$). Στο σημείο Δ δένεται με νήμα και ισχύει $ΑΔ=d/3$. Το νήμα συνδέεται με σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και με τη βοήθεια δεύτερου νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας $r=0,1\text{m}$ της τροχαλίας. Στο εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που φέρει σώμα $m_1=4\text{kg}$ που ισορροπεί. Η τροχαλία έχει $I=0,62\text{kgm}^2$. Για τη ράβδο δίνεται $I_K=Md^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.

α. Κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος να υπολογίσετε τις τάσεις και των τριών νημάτων και η ακτίνα R .



Δ4. Σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο έδαφος. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m_2=8\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,2\text{m}$ βρίσκεται τοποθετημένος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και συνδέεται με αβαρές νήμα στο πάνω άκρο του Α, μέσω αβαρούς τροχαλίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.



α. Να υπολογιστεί η τάση F του νήματος και η επιμήκυνση του ελατηρίου.

β. Τη χρονική $t=0$ κόβεται το νήμα οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το σώμα m_1 κάνει ΑΑΤ. Να υπολογιστούν:

i. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

ii. Η περιοχή τιμών του συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και κεκλιμένου επιπέδου ώστε να είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση.

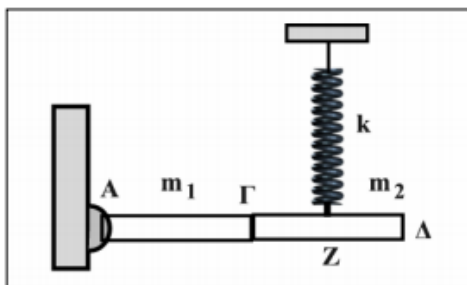
γ. Αν για την ΑΑΤ θεωρήσουμε ως θετική τη φορά προς τα κάτω να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Να βρείτε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή που το σώμα m_1 περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δίνονται για το κύλινδρο η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I=m_2R^2/2$ και το $g=10\text{m/s}^2$.

α. $F=20\text{N}$, $\Delta L_1=0,1\text{m}$, β. $10/3\text{m/s}^2$, $\mu_s > \sqrt{3}/9$, γ. $x=0,2\eta\mu(10t-\pi/2)$ SI, δ. $25/54\text{m}$

Δ5. Δύο ράβδοι ίδιου μήκους $l_1=l_2=1\text{m}$ με μάζες $m_1=0,6\text{kg}$ και $m_2=0,4\text{kg}$ αντιστοίχως είναι συγκολλημένες έτσι ώστε να αποτελούν μια ράβδο ΑΓΔ, όπως στο σχήμα. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α όπου μπορεί να περιστρέφεται. Στο μέσο Ζ του τμήματος ΓΔ είναι συνδεδεμένο το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σταθεράς $k=10\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



α. Να βρεθούν η επιμήκυνση του ελατηρίου και η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

Κάποια στιγμή οι δύο ράβδοι ξεκολλάνε και αποχωρίζονται με αποτέλεσμα η μεν ράβδος ΑΓ να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της η δε ΓΔ να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο για την ταλάντωση αν θεωρηθεί ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω και ως $t=0$ η στιγμή που άρχισε η ταλάντωση.

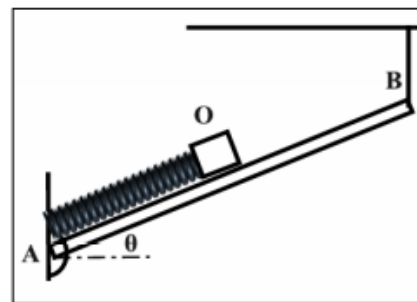
γ. Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές που μηδενίζεται για πρώτη και δεύτερη φορά ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου m_2 , μετά την έναρξη των ταλαντώσεων.

δ. Όταν η ράβδος γίνεται κατακόρυφη η στροφορμή της έχει μέτρο $L=0,6\text{kgm}^2/\text{s}$. Να βρείτε το έργο της τριβής που ασκήθηκε κατά την περιστροφή της ράβδου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σ' αυτήν, $I_K=ml^2/12$.

α. $0,6\text{m}$, 4N , β. $x=0,2\eta\mu(5t+3\pi/2)$ SI. γ. $0,1\pi\text{s}$, $0,2\pi\text{s}$, δ. $2,1\text{J}$

Δ6. Η λεία σανίδα του σχήματος έχει μήκος $L=2\text{m}$ και μάζα $M=4\text{kg}$ και στηρίζεται στο Α με άρθρωση και στο Β με νήμα. Η γωνία θ έχει $\eta\mu\theta=0,6$. Πάνω στη σανίδα ισορροπεί ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$. Η θέση ισορροπίας του σώματος είναι στο μέσο Ο της σανίδας.



α. Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μετακινούμε το σώμα κατά $x=0,2\text{m}$ πάνω στη σανίδα και το αφήνουμε ελεύθερο.

β. Να αποδείξετε ότι κάνει ΑΑΤ και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης.

γ. Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, t , αν για $t=0$, $x=+A$.

δ. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0,5\text{s}$

ε. Αποσύρουμε το ελατήριο και το σώμα πάνω από τη σανίδα και κόβουμε το νήμα. Πόσο θα είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που θα γίνει κατακόρυφη και πόσο θα είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στο σημείο Α. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ. α. 30N , β. $x=0,2\eta\mu(\pi t+\pi/2)$, γ. $T=30+2\eta\mu(\pi t+\pi/2)$, δ. 0 και 0 , ε. $2\sqrt{6}\text{rad/s}$, 136N