

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΕΡΕΟ

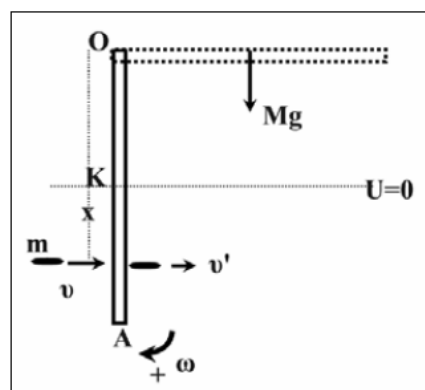
ΓΔ.14 Ομογενής ράβδος μήκους $d=10/3\text{m}$ και μάζας, M κρέμεται ελεύθερα από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της O . Φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε ελεύθερη να περιστραφεί χωρίς τριβές. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{(O)}=md^2/3$ και το $g=10\text{m/s}^2$ και το $M=1,8\text{kg}$.

α. Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη;

β. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που φτάνει στην κατακόρυφη θέση;

γ. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινούμενο οριζόντια και σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα $v=200\text{m/s}$ χτυπάει τη ράβδο και αφού τη διαπεράσει βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα $v'=100\text{m/s}$. Σε πόση απόσταση από τον άξονα περιστροφής πρέπει να γίνει αυτή η κρούση ώστε μετά την κρούση η ράβδος να μείνει ακίνητη;

δ. Αν η κρούση διαρκεί $dt=0,02\text{s}$ πόσο είναι το μέτρο της μέσης ροπής που άσκησε το βλήμα στη ράβδο κατά τη διάρκεια της κρούσης;



ΓΔ.15 Η ράβδος, $OA=L$ του σχήματος έχει μάζα $M=3\text{kg}$, μήκος $L=2\text{m}$, βάρος $w=Mg$, είναι ομογενής και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της O . Η ράβδος στηρίζεται με τη βοήθεια νήματος, $ΑΛ$, που είναι δεμένο στο άλλο άκρο της A έτσι ώστε $AOΛ=φ=60^0$

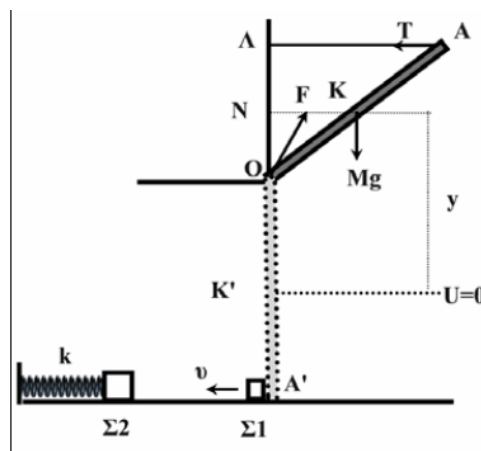
α. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης, T , που ασκείται από το νήμα στη ράβδο.

β. Κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται γύρω από τον άξονα. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή που η ράβδος ξεκινάει.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν γίνεται κατακόρυφη.

δ. Τη χρονική στιγμή που γίνεται κατακόρυφη συγκρούεται με σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=1\text{kg}$ που ήταν ακίνητο και μετά σταματάει ακαριαία. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

ε. Το σώμα, Σ_1 μετά την κρούση εκτοξεύεται οριζόντια, κινείται χωρίς τριβές και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2=2\text{kg}$ που είναι προσαρμοσμένο σε ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα με το ελατήριο κάνουν ΑΑΤ. Να βρεθεί το πλάτος τους, A . Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας, $I=ML^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.16 Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου και στερεωμένου ελατηρίου κάνει ΑΑΤ με μέγιστη κινητική ενέργεια $K_0=2\text{J}$ και πλάτος $A=0,2\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=-0,2\text{m}$. Τη στιγμή t_1 που το σώμα m περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την πλευρά που το ελατήριο επιμηκύνεται κόβεται το ελατήριο και το σώμα συνεχίζει μόνο του πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

α. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης των ΑΑΤ του σώματος και να υπολογιστούν η χρονική στιγμή t_1 και η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που κόβεται το ελατήριο.

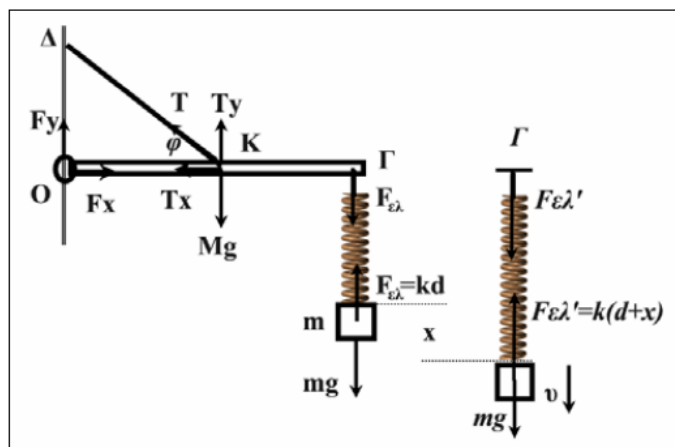
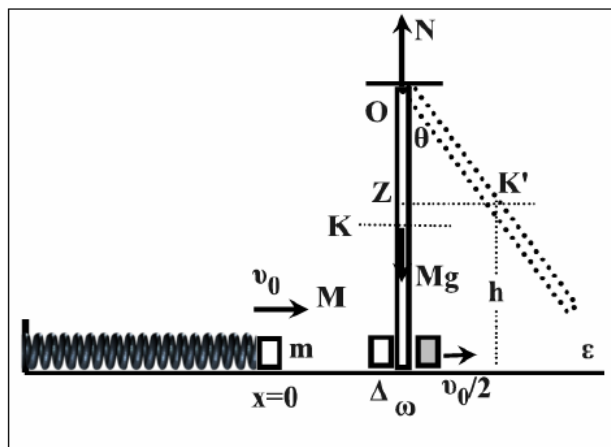
Το σώμα μετά συγκρούεται με το άκρο Δ , ράβδου μήκους $d=1\text{m}$, μάζας $M=2\text{kg}$ το ένα άκρο της οποίας είναι στερεωμένο στο σημείο O , και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Μετά την κρούση το σώμα m συνεχίζει την κίνησή του στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό αυτής που είχε πριν την κρούση. Η κρούση διαρκεί χρόνο $\Delta t=0,02\text{s}$. Να υπολογιστούν:

β. Η ροπή τ που άσκησε το σώμα στη ράβδο κατά την κρούση, αν η ροπή θεωρηθεί σταθερή.

γ. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος, «σώμα – ράβδος» λόγω κρούσης.

δ. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας, O , στη ράβδο αμέσως μετά την κρούση.

ε. Το συνημίτονο της γωνίας θ που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο τη στιγμή που σταματάει στιγμιαία. Δίνονται για τη ράβδο $I_K=Md^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.17 Ομογενής ράβδος $ΟΓ$ μήκους $\lambda=3\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στο κέντρο της K . Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\varphi=30^\circ$ ενώ το άκρο O συνδέεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης. Στο άκρο Γ είναι δεμένο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ που στο άλλο του άκρο έχει δεθεί σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ και ισορροπεί. Δίνουμε στο σώμα m στη θέση ισορροπίας της αρχική ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ με φορά προς τα κάτω οπότε το σύστημα της μάζας και του ελατηρίου αρχίζει να κάνει ΑΑΤ. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_0=120\text{N}$. Να υπολογιστούν:

α. Το μέτρο της τάσης του νήματος T , όταν το σύστημα μάζα – ελατήριο ισορροπεί.

β. Η εξίσωση απομάκρυνσης των ταλαντώσεων της μάζας m , σε σχέση με το χρόνο, αν θεωρηθεί ως $t_0=0$ η χρονική στιγμή που ξεκίνησε η μάζα m με ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ και θετική η φορά προς τα κάτω.

γ. Η χρονική στιγμή t που θα κοπεί το νήμα.

δ. Η ταχύτητα της μάζας m τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

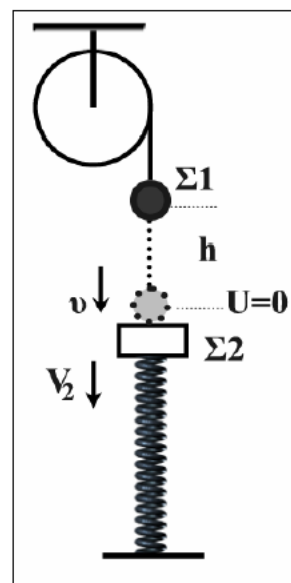
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής όλου του συστήματος τη στιγμή αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

ΓΔ.18 Στη διάταξη του σχήματος έχουμε μια τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$, ακτίνας R , τυλιγμένη με νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα, Σ_1 , μάζας $m_1=2\text{kg}$. Από κάτω έχουμε ένα κατακόρυφο ελατήριο με σώμα, Σ_2 , μάζας $m_2=6\text{kg}$ που κάνει κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, (S.I) όπου $\omega=10\sqrt{3}/3\text{rad/s}$. Αφήνουμε το σώμα Σ_1 να πέσει και όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $h=0,5\text{m}$ αυτό συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με το άλλο σώμα Σ_2 το οποίο εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και πάνω από αυτήν. Να υπολογιστούν:

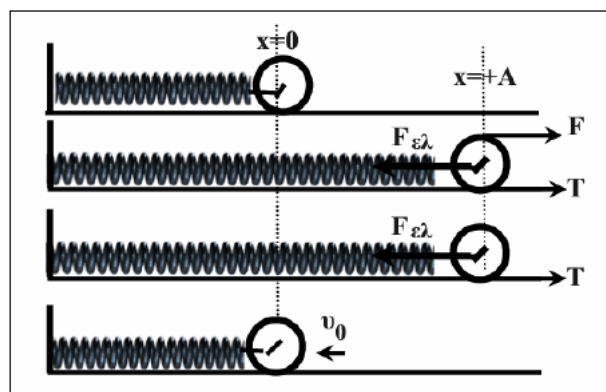
- Η ταχύτητα του σώματος Σ_1 μόλις πριν την κρούση.
- Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

Ως θετική φορά για την ταλάντωση να θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα πάνω.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και για την τροχαλία $I=MR^2/2$.



ΓΔ.19 Ο κύλινδρος που φαίνεται στο σχήμα έχει μάζα $m=2\text{kg}$, ακτίνα R και ροπή αδράνειας $I=mR^2/2$. Είναι συνδεδεμένος με κατάλληλη διάταξη με ελατήριο σταθεράς $k=300\text{N/m}$ που του επιτρέπει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $A=+0,2\text{m}$, απομακρύνοντας τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του και τον κρατάμε ακίνητο στη θέση αυτή με τη βοήθεια μιας δύναμης F , όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η δύναμη F καταργείται και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.



- Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F .
- Να βρείτε την ταχύτητα του κμ του κυλίνδρου τη στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας.
- Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και υπολογίστε την εξίσωση απομάκρυνσης.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής στροφορμής της στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας.
- Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας στη θέση, $x_1=0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας και το μέτρο του ρυθμού μεταβολής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου στη θέση αυτή.

ΓΔ.20 Τροχαλία μάζας $M=2\text{kg}$ και ακτίνας R , είναι στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά της. Από την τροχαλία διέρχεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται σώμα μάζας $m=4\text{kg}$, ενώ το άλλο άκρο δένεται στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=80\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ανυψώνουμε το σώμα ως το σημείο Α, έτσι ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, ενώ το νήμα είναι τεντωμένο. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

α. Πόση είναι η επιτάχυνση του σώματος όταν η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $x_1=0,2\text{m}$;

β. Πόση είναι η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου;

γ. Πόση πρέπει να είναι η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος μέχρι το σώμα να αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα.

δ. Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα.

ε. Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος «τροχαλία – σώμα», όταν η ταχύτητα του σώματος είναι $v=2\text{m/s}$;

στ. Εξετάστε αν το σώμα μάζας m κάνει ΑΑΤ.

Δίνεται $I=MR^2/2$, $g=10\text{m/s}^2$. Το νήμα δεν ολισθαίνει μέσα στο λούκι της τροχαλίας.

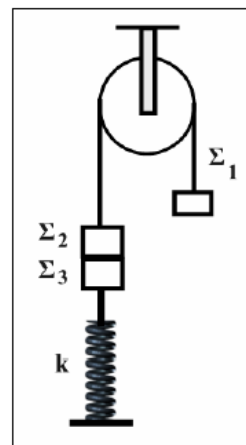
ΓΔ.21 Τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,25\text{m}$ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1, Σ_2 με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας $m_3=1\text{kg}$, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή $t=0$ τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν:

α. Η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα επάνω.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 .

γ. Η στροφορμή του συστήματος τροχαλία – σώματα τη χρονική στιγμή $t=0,1\text{s}$.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t=0,1\text{s}$.



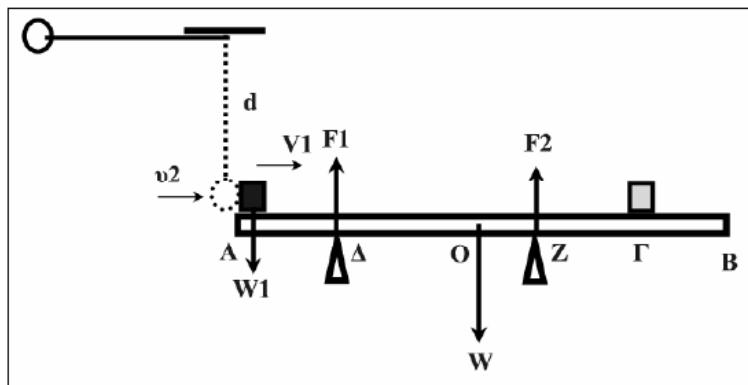
ΓΔ.22 Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής και ισοπαχής σανίδα AB, μήκους $\lambda=2\text{m}$ και βάρους $w=50\text{N}$ ισορροπεί πάνω στα δύο στηρίγματα Δ και Ζ τα οποία απέχουν από το μέσον της Ο αποστάσεις $ΟΔ=0,6\text{m}$ και $ΟΖ=0,2\text{m}$. Η σανίδα φέρει στο άκρο της Α σώμα, Σ_1 , βάρους $w_1=20\text{N}$.

α. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη σανίδα.

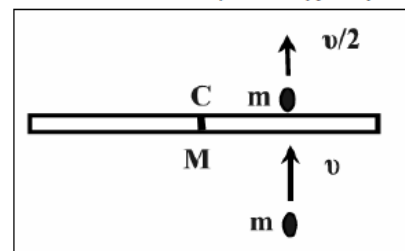
β. Σφαίρα, Σ_2 , μάζας $m_2=3\text{kg}$ είναι δεμένη με νήμα μήκους $d=0,2\text{m}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο και ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε το νήμα από τη θέση ισορροπίας του κατά 90° και αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη. Αυτή όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση;

γ. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 ολισθαίνει πάνω στη σανίδα και σταματάει σε σημείο Γ αυτής, στο οποίο η σανίδα είναι έτοιμη να ανατραπεί περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα Ζ. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Γ από το άκρο Β.

δ. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής, μ , μεταξύ σώματος Σ_1 και σανίδας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.23 Πρισματική ομογενής ράβδος μήκους $\lambda=1\text{m}$ και μάζας $M=1\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται παράλληλα με το επίπεδο με ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ και σε διεύθυνση κάθετη στο μήκος της ράβδου. Το βλήμα συγκρούεται κάθετα στη ράβδο σε απόσταση $x=1/4\text{m}$ από το κέντρο της και βγαίνει σε χρόνο $dt=1/1200\text{s}$ με ταχύτητα $v'=v/2$ στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα εισόδου. Μετά την κρούση η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το κέντρο μάζας της αλλά και να μεταφέρεται χωρίς τριβές. Να βρεθούν.



α. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά την κρούση.

β. Η κινητική ενέργεια της ράβδου μετά την κρούση.

γ. Το μέτρο της ροπής που δέχτηκε η ράβδος ως προς το κέντρο μάζας της λόγω κρούσης στο χρονικό διάστημα dt .

δ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα λόγω κρούσης. **ε.** Η μετατόπιση του κέντρου μάζας C σε χρόνο $\Delta t=10\text{s}$.

στ. Ο αριθμός των περιστροφών της ράβδου στον ίδιο χρόνο 10s . Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I=M\lambda^2/12$.

ΓΔ.24 Σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο έδαφος. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m_2=8\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,2\text{m}$ βρίσκεται τοποθετημένος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και συνδέεται με αβαρές νήμα στο πάνω άκρο του Α, μέσω αβαρούς τροχαλίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.

α. Να υπολογιστεί η τάση F του νήματος και η επιμήκυνση του ελατηρίου.

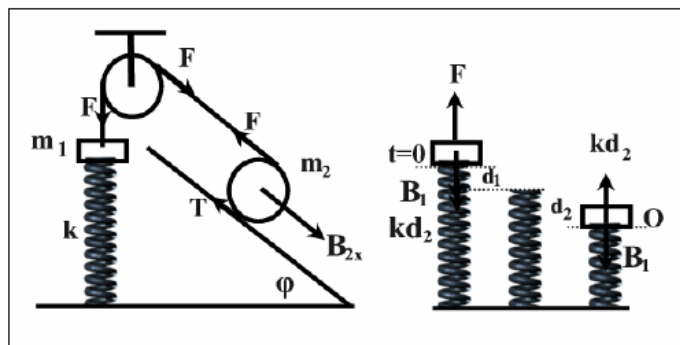
Τη χρονική $t=0$ κόβεται το νήμα οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το σώμα m_1 κάνει ΑΑΤ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Αν για την ΑΑΤ θεωρήσουμε ως θετική τη φορά προς τα κάτω να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t που το σώμα m_1 περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

ε. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του κυλίνδρου την ίδια χρονική στιγμή.

Δίνονται για το κύλινδρο η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I=m_2R^2/2$ και το $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.28 Μια κατακόρυφη ράβδος μήκους $(OA)=\lambda=0,3\text{m}$, έχει μάζα $M=3\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητη και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο της O . Ροπή αδράνειας της ράβδου $I_O=M\lambda^2/3$. Σημειακό βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=3\sqrt{5}\text{m/s}$ και σφηνώνεται ακαριαία στο ελεύθερο άκρο της ράβδου. Να υπολογιστούν:

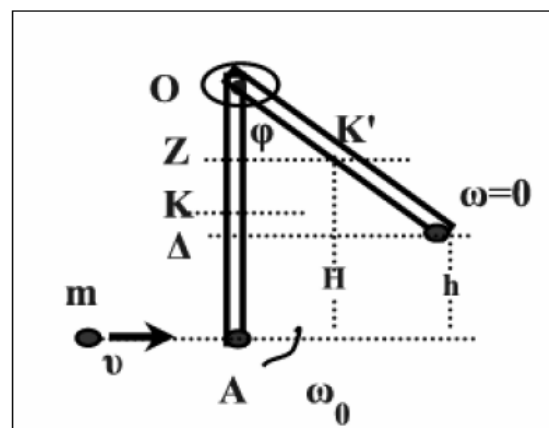
α. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος – βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

β. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στη ράβδο λόγω κρούσης

γ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση.

δ. Τη μέγιστη γωνία εκτροπής της ράβδου από την κατακόρυφη θέση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



ΓΔ.30 Ο κύλινδρος του σχήματος ακτίνας $R=0,2\text{ m}$ και μάζα 5 kg , έχει εγκοπή βάθους $r=R/2$ στην οποία έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε δύναμη F , παράλληλη στο επίπεδο. Υπάρχουν τριβές και δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου $\mu=\mu_s=0,8$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων $I=\frac{1}{2}mR^2$, $\eta\mu\phi=0,6$ και $\sigma\eta\mu\phi=0,8$, ενώ $g=10\text{ m/s}^2$.

I. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F , ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί.

II. Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο $F=45\text{ N}$,

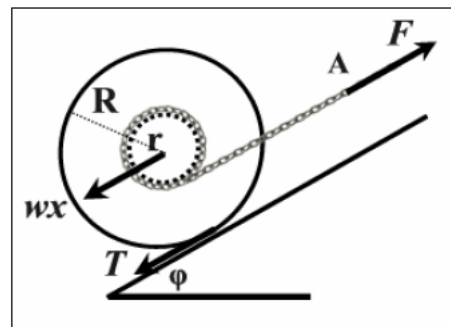
α. Να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

β. Να υπολογίσετε τα έργα της F και της τριβής για μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου κατά 2 m πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

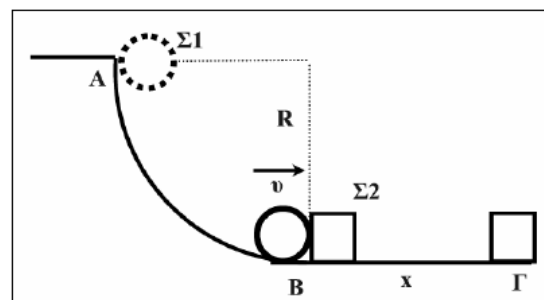
III. Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο $F=92\text{ N}$,

γ. Να εξετάσετε αν ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και να υπολογίσετε ξανά την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

δ. Να υπολογίσετε το έργο της F , το έργο της τριβής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου για μετατόπιση του άξονα κατά 3 m .



ΓΔ32. Από την κορυφή ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου, ακτίνας $R=2\text{ m}$ αφήνεται να κινηθεί μια σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{ kg}$. Η σφαίρα αρχικά ολισθαίνει για λίγο, ενώ στη συνέχεια κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και φτάνοντας στη βάση του επιπέδου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με κύβο Σ_2 , ακμής $a=2r$, όπου r η ακτίνα της σφαίρας και μάζας $m_2=1\text{ kg}$. Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και διανύει απόσταση $x=4\text{ m}$, μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής. Δίνεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου Σ_2 και του επιπέδου $\mu=0,2$ και $g=10\text{ m/s}^2$. Κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σφαίρας-κύβου.



α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κύβου Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

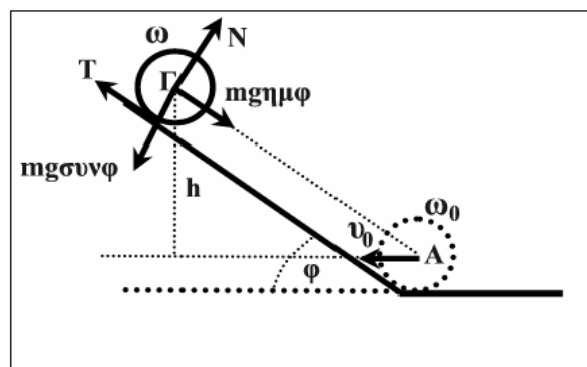
β. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση.

γ. Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας της σφαίρας, το οποίο μετατρέπεται σε θερμική, κατά τη διάρκεια της ολίσθησής της στο τεταρτοκύκλιο. Θεωρίστε μηδενική τη δυναμική της ενέργεια, ελάχιστα πριν την κρούση (σημείο, B) και ότι $r \ll R$.

δ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν θα συγκρουστεί και πάλι με το σώμα Σ .

Η ροπή αδράνειας της σφαίρας είναι ίση με $I = \frac{2}{5}mr^2$.

ΓΛ.33 Μια σφαίρα μάζας $m=1\text{kg}$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $v_0=4\text{m/s}$ και στην πορεία της συναντά ένα κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\varphi=30^\circ$, κατά μήκος του οποίου συνεχίζει την κίνησή της. Αν η προς τα πάνω κίνηση της σφαίρας σταματήσει όταν το κέντρο της ανέβει κατά $h=1\text{m}$, τότε:



α. Να αποδείξετε ότι κατά την άνοδό της στο κεκλιμένο επίπεδο, η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής από το επίπεδο

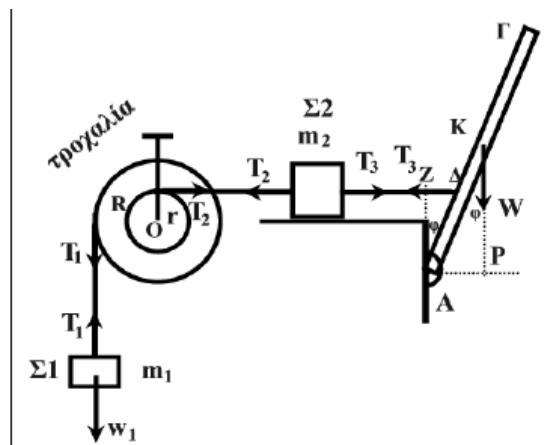
β. Να υπολογίσετε τη δύναμη της τριβής, T και το χρονικό διάστημα Δt που η σφαίρα μετατοπίζεται προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

γ. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που σταματά η άνοδός της στο κεκλιμένο επίπεδο.

δ. Να υπολογίσετε το έργο της ασκούμενης τριβής κατά την άνοδο της σφαίρας.

Δίνονται $I=0,4mR^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

ΓΛ.35 Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος $d=2\text{m}$ και μάζα $M=4\text{kg}$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί έτσι ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία κλίσης φ , ($\eta\mu\varphi=0,8$, $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,6$) Στο σημείο Δ δένεται με νήμα και ισχύει $AD=d/3$. Το νήμα συνδέεται με σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και με τη βοήθεια δευτέρου νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας $r=0,1\text{m}$ της τροχαλίας. Στο εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που φέρει σώμα $m_1=4\text{kg}$ που ισορροπεί. Η τροχαλία έχει $I=0,62\text{kgm}^2$. Για τη ράβδο δίνεται $I_K=Md^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.



α. Κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος να υπολογίσετε τις τάσεις και των τριών νημάτων και η ακτίνα R .

Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε:

β. Τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου και τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων m_1 και m_2 .

Τη χρονική στιγμή t , που το σώμα m_1 θα έχει πέσει κατά $h=1\text{m}$ να υπολογίσετε :

γ. την ταχύτητα και το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του m_1

δ. τη γωνιακή ταχύτητα το πλήθος των περιστροφών και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας.

ε. το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε κινητική του m_2 .

στ. Να υπολογιστούν η γωνιακή ταχύτητα, ω , της ράβδου, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας και το μέτρο της δύναμης που δέχεται από την άρθρωση Α, τη χρονική στιγμή που γίνεται οριζόντια.

ΓΔ.37 Από το εσωτερικό σημείο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας $R=1,6\text{m}$ αφήνεται να κυλίσει μια μικρή σφαίρα μάζας $m=1,4\text{kg}$ ακτίνας $r=R/8$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο σχήμα 3 και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.

α. Να εκφράσετε τη στατική τριβή T_s που ασκείται στη σφαίρα συναρτήσει με το συνημίτονο της γωνίας, φ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.

β. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $\varphi=30^\circ$.

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$ και κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει στο εσωτερικό του με κατεύθυνση προς το άκρο, Ε.

γ. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας αμέσως μόλις χάσει την επαφή με την επιφάνεια τη ημισφαιρίου στο σημείο, Ε.

Δίνεται για τη σφαίρα $I_{\text{cm}}=0,4mr^2$.

