

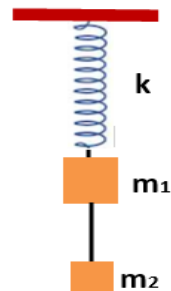
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΘΔΔ

1. Η εξίσωση απομάκρυνσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση $x = 0,1\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.) Η μετατόπιση του ταλαντωτή από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_1 = 0,25s$ είναι

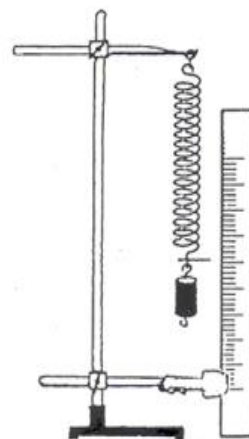
(α) $0,2\text{ m}$, (β) $-0,2\text{ m}$, (γ) 0 m

2. Το σώμα Σ_1 του σχήματος, μάζας m_1 , κρέμεται δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k , ενώ το σώμα Σ_2 , μάζας m_2 , είναι δεμένο μέσω ιδανικού νήματος με το Σ_1 . Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το Σ_1 αρχίζει να κινείται. Η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά ύστερα από χρόνο :

(α) $\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}$ (β) $\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$ (γ) $\pi \sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$



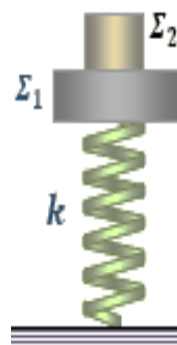
3. Δημιουργούμε στο εργαστήριο της Φυσικής την πειραματική διάταξη του σχήματος, όπου στην άκρη ενός ελατηρίου προσδένεται ένας μικρός κύλινδρος μάζας m . Ο κύλινδρος κρατιέται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας σε τέτοια θέση ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια, αφήνεται ελεύθερος από τη θέση αυτή και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσης είναι 20cm κάτω από την θέση που αφέθηκε το σώμα. Αν ληφθεί υπόψη ότι η τιμή της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$, η συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι



(α) $f = \frac{\pi}{5}\text{Hz}$, (β) $f = \frac{5\sqrt{2}}{2\pi}\text{Hz}$, (γ) $f = \frac{5}{\pi}\text{Hz}$

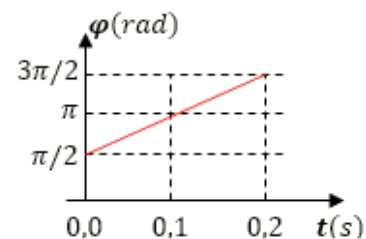
4. Ένα σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το κάτω άκρο του οποίου είναι σταθερά στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο σώμα Σ_1 είναι τοποθετημένο άλλο σώμα Σ_2 μάζας m_2 και αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα σώματα ακίνητα και το ελατήριο κατακόρυφο και συσπειρωμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = 2 \cdot m_2$.

Κάποια στιγμή αφαιρέσαμε το σώμα Σ_2 , με αποτέλεσμα το υπόλοιπο σύστημα να αρχίσει να ταλαντώνεται και οι αντιστάσεις του αέρα να είναι ασήμαντες. Τη στιγμή ακριβώς που αφαιρέθηκε το σώμα Σ_2 , ο λόγος $\frac{U_{ελ.}}{U_{ταλ.}}$, της δυναμικής ενέργειας εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου, προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσος με:



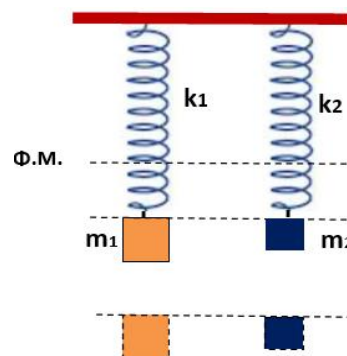
(α) 1 , (β) 4 , (γ) 9

5. Στο διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση φάσης – χρόνου σε βαθμολογημένους άξονες, για τη φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης πλάτους A , που εκτελεί ένα υλικό σημείο, σε συνάρτηση με το χρόνο και με σημείο αναφοράς ($x = 0$) τη θέση ισορροπίας του. Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3 \text{ s}$, η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι:



(α) $x_1 = +A$ (β) $x_1 = 0$ (γ) $x_1 = -A$

6. Δύο ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 έχουν το ίδιο φυσικό μήκος (Φ.Μ.), και είναι τοποθετημένα κατακόρυφα με το επάνω άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο. Στο κάτω άκρο κρεμάμε από μια μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα και τις αφήνουμε σταδιακά μέχρι τα δύο ελατήρια να ισορροπήσουν ξανά. Παρατηρούμε ότι και πάλι τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος. Αν $m_1 > m_2$ και τα δύο ελατήρια αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους.

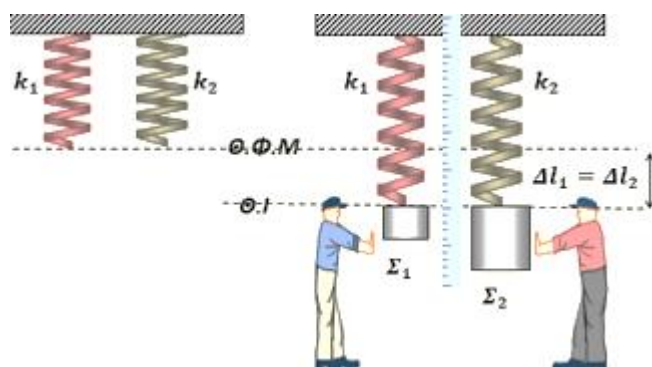


(α) Η ενέργεια ταλάντωσης E_1 του πρώτου ταλαντωτή είναι μικρότερη από την ενέργεια ταλάντωσης E_2 του δεύτερου ταλαντωτή.

(β) Η συχνότητα ταλάντωσης f_1 του πρώτου ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα ταλάντωσης f_2 του δεύτερου ταλαντωτή.

(γ) Η μέγιστη ταχύτητα $v_{\max 1}$ του πρώτου ταλαντωτή είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $v_{\max 2}$ του δεύτερου ταλαντωτή.

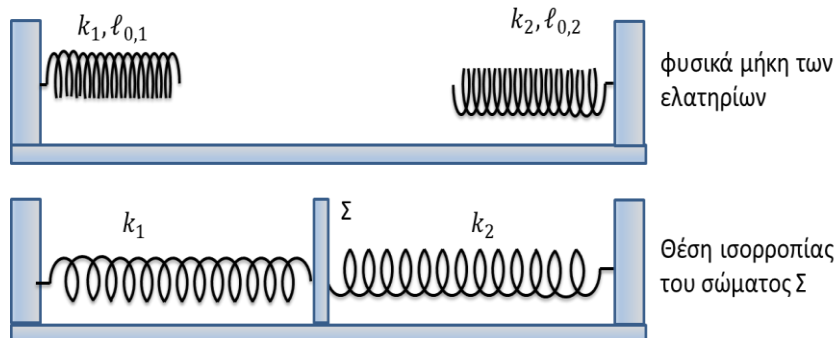
7. Σε ένα υποθετικό πείραμα, κρεμάσαμε κατακόρυφα δύο διαφορετικά ιδανικά ελατήρια που έχουν το ίδιο φυσικό μήκος, στερεώνοντας το πάνω άκρο τους στο ίδιο οριζόντιο, ακλόνητο επίπεδο. Στο ένα ελατήριο σταθεράς k_1 , κρεμάσαμε ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και φροντίσαμε να ισορροπεί ακίνητο. Στο άλλο ελατήριο σταθεράς k_2 , κρεμάσαμε άλλο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 και φροντίσαμε να ισορροπεί και αυτό ακίνητο. Μετρήσαμε ότι καθώς τα δύο σώματα ισορροπούν, έχουν προκαλέσει ίσες επιμηκύνσεις στα δύο ελατήρια ($\Delta l_1 = \Delta l_2$), όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε και τα δύο συστήματα από την κατάσταση ισορροπίας, τραβώντας κατακόρυφα προς τα κάτω το σώμα κάθε συστήματος και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντώνεται. Για το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων, μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα, με αποτέλεσμα κάθε σύστημα να εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς την σταθερά του ελατηρίου. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων κάθε συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης. Για τις συχνότητες f_1, f_2 των συστημάτων (1) και (2) αντίστοιχα, θα προκύψει η σχέση:

(α) $\frac{f_1}{f_2} = 1$ (β) $\frac{f_1}{f_2} = 4$ (γ) $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$

8. Ένα σώμα Σ μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και φυσικά μήκη $\ell_{0,1}$ και $\ell_{0,2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_2$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

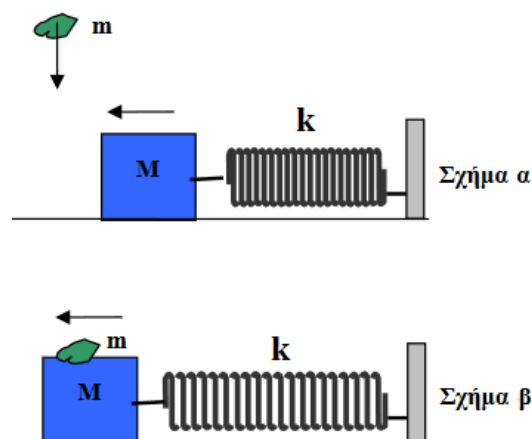


(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{(k_1 + k_2) \cdot m}{k_1 \cdot k_2}}$

9. Στο σχήμα α το σώμα μάζας M είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A , πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας m πέφτει κατακόρυφα από μικρό ύψος. Όταν το σώμα μάζας M περνά από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, το σώμα μάζας m συγκρούεται με αυτό δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα, όπως δείχνει το σχήμα β. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης A' που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

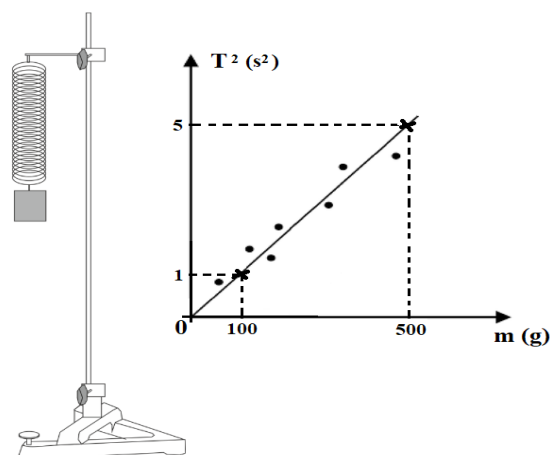


(α) είναι ίσο με το πλάτος A .

(β) είναι μεγαλύτερο του πλάτους A .

(γ) είναι μικρότερο του πλάτους A .

10. Στο σχήμα βλέπουμε μια πειραματική διάταξη που αποτελείται από ένα ελατήριο με κατάλληλη βάση ανάρτησης, μερικά βαρίδια των $50g$ και ένα χρονόμετρο. Παίρνουμε ένα βαρίδι, το συνδέουμε στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, θέτουμε το σύστημα ελατήριο-μάζα βαριδίου σε ταλάντωση και με το χρονόμετρο μετρούμε την περίοδο της ταλάντωσης. Τη διαδικασία αυτή επαναλαμβάνουμε μερικές φορές συνδέοντας στο κάτω άκρο του ελατηρίου διαφορετικό αριθμό βαριδίων. Στο τέλος, σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου



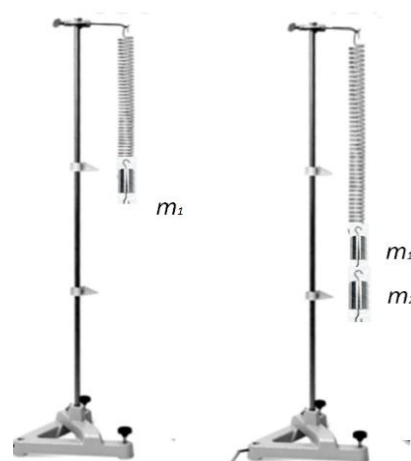
της ταλάντωσης T^2 σε συνάρτηση με τη μάζα m , των βαριδίων. Η πειραματική αυτή διαδικασία στοχεύει στον προσδιορισμό της σταθεράς k του ελατηρίου, η οποία υπολογίζεται με τιμή

(α) $k = 2,5 \text{ N/m}$,

(β) $k = 4 \text{ N/m}$,

(γ) $k = 10 \text{ N/m}$

11. Η Ραλλού και ο Γιώργος θέλουν να προσδιορίσουν τον λόγο των μαζών, m_1 και m_2 , δύο βαριδίων μικρών σχετικά διαστάσεων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν στο εργαστήριο ένα ελατήριο, σταθεράς k . Το ελατήριο το κρεμούν στο άκρο ενός ορθοστάτη και στην άκρη του, αρχικά προσδένουν το βαρίδιο μάζας m_1 . Θέτουν το σύστημα σε κατακόρυφη ταλάντωση. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων, κατάφεραν να προσδιορίσουν τη συχνότητα f αυτής της ταλάντωσης. Στη συνέχεια προσδένουν στο πρώτο βαρίδιο, το δεύτερο βαρίδιο μάζας m_2 και εκτελούν το ίδιο πείραμα με το σύστημα των δύο σωμάτων στο άκρο του ελατηρίου. Τότε προσδιόρισαν ότι η νέα ταλάντωση είχε συχνότητα f' ίση με το μισό της αρχικής. Υπέθεσαν ότι οι ταλαντώσεις που κατέγραψαν είναι απλές αρμονικές από τη θεωρία που είχαν διαβάσει και έτσι προσδιόρισαν για τα δύο βαρίδια, λόγο μαζών $\frac{m_2}{m_1}$ ίσο με:

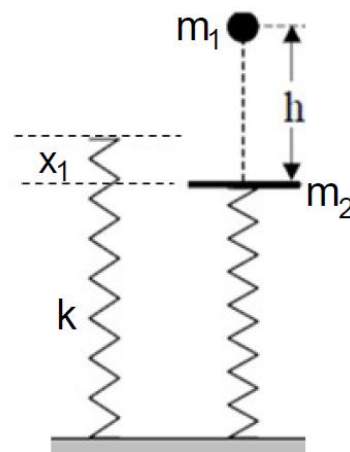


(α) $\frac{1}{3}$,

(β) 1

(γ) $\frac{3}{1}$

12. Σώμα μάζας $m_1 = 1\text{kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 5\text{m}$ πάνω σε δίσκο μάζας $m_2 = 4\text{kg}$, ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Η κρούση θεωρείται μετωπική και ελαστική και η διάταξη απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Αν είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να βρείτε:



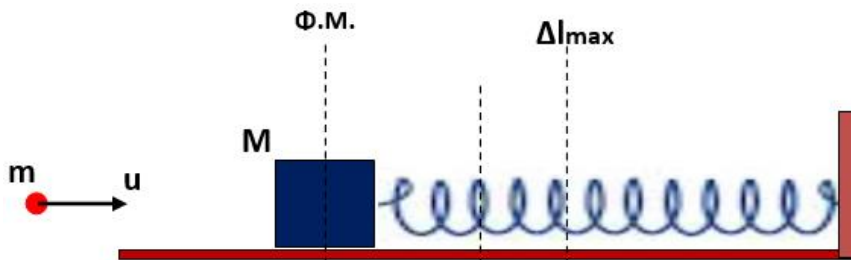
4.1. το μέτρο της ταχύτητας u_1 με την οποία το σώμα προσκρούει στον δίσκο.

4.2. τις ταχύτητες του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.

4.3. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

4.4. την εξίσωση απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση του δίσκου και να την αποδώσετε γραφικά στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq T$, όπου T είναι η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου. (Να θεωρήσετε θετική φορά προς τα κάτω και ότι αμέσως μετά την κρούση το σώμα απομακρύνεται και δεν συγκρούεται ξανά με τον δίσκο).

13. Ένα βλήμα μάζας $m = 50 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u = 200 \cdot \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ενός ξύλου μάζας $M = 4950 \text{ g}$, το οποίο είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το ξύλο εφάπτεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος, σταθεράς $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Στο συσσωμάτωμα ασκείται, επίσης, δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{av} = -0,1m_{\text{συσσ}}g$. Να υπολογίσετε:

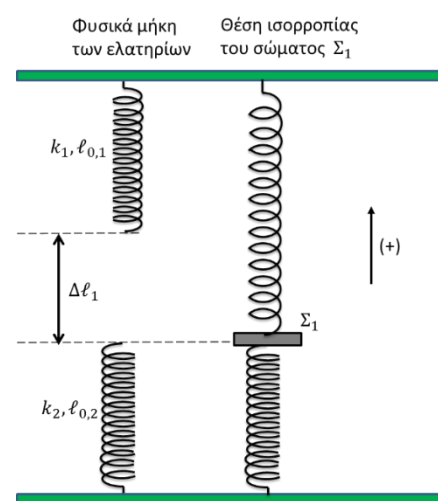
4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

4.2. Την μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Μόλις το συσσωμάτωμα βρεθεί στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου, καταργείται η δύναμη αντίστασης και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά προς τα δεξιά.

4.3. Να γράψετε τις εξισώσεις: α) της απομάκρυνσης ως προς τον χρόνο και β) της δύναμης επαναφοράς ως προς την απομάκρυνση.

14. Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_1 = 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$. Το κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_2 = 60 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 . Τα σημεία στερέωσης των δύο ελατηρίων ανήκουν στην ίδια κατακόρυφο. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta \ell_1$ ενώ το k_2 βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 προς τα πάνω κατά $\Delta \ell_1$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



4.1. Να αποδείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή t_0 το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του Σ_1 συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{6\pi}{20} \text{ s}$.

Ένα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ Kg}$ βρίσκεται σε ύψος $h = 0,3 \text{ m}$, πάνω από τη θέση που αφήσαμε το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_0 . Την κατάλληλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 να κινηθεί κατακόρυφα οπότε τη χρονική στιγμή t_1 συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1 .

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται ότι: $\sqrt{0,3625} = 0,602$

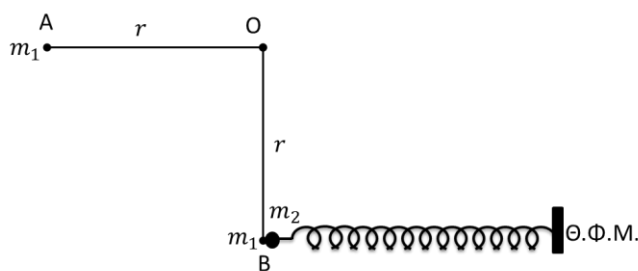
15. Ένα σώμα Σ μάζας $m = 2kg$ κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $\vec{v}_0$ κατακόρυφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,2\text{ m}$. Την προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνουμε ως θετική. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10}\text{ s}$ το σώμα περνά για πρώτη φορά μετά την εκτόξευση από τη θέση ισορροπίας του.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

- 4.1.** Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος.
- 4.2.** Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D και το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\vec{v}_0$.
- 4.3.** Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ σε σχέση με την απομάκρυνση και τη συνάρτηση που περιγράφει τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση. Να παραστήσετε γραφικά κάθε σχέση σε αριθμημένους άξονες.

16. Ένα υλικό σημείο Σ_1 μάζας $m_1 = 100g$ κρέμεται από το κάτω άκρο ιδανικού νήματος μήκους $r = 0,8\text{ m}$.

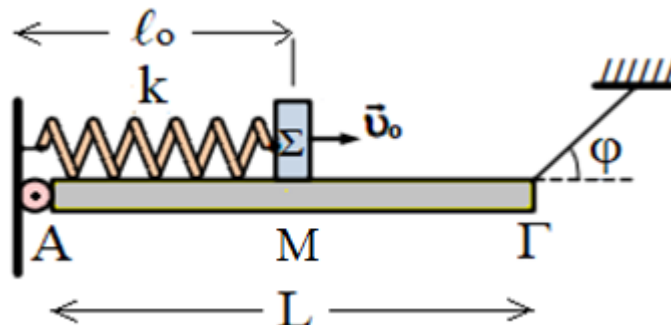
Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O . Φέρνουμε το Σ_1 στη θέση A όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο το υλικό σημείο



Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με υλικό σημείο Σ_2 μάζας $m_2 = 700g$ που ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 70 \frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο.

- 4.1.** Να υπολογίσετε την στροφορμή του Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_1 .
- 4.2.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 ακριβώς μετά την κρούση.
- 4.3.** Το Σ_2 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του Σ_2 για πρώτη φορά μετά την κρούση. Να υποθέσετε ότι δεν γίνεται άλλη κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων.

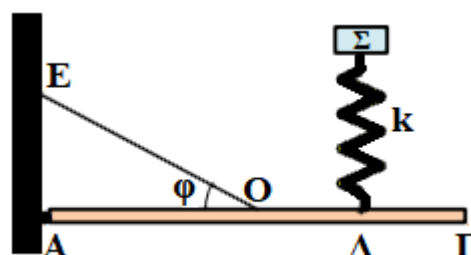
17. Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 4Kg$, μήκος $L = 4m$ και ισορροπεί. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α και δεμένη με νήμα στο άκρο Γ. Το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο τοποθετείται σύστημα που αποτελείται από ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, και σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$, στερεωμένο στη δεξιά άκρη του ελατηρίου (η αριστερή άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη στον κατακόρυφο τοίχο πάνω από την άρθρωση). Το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται στο μέσο Μ της ράβδου ΑΓ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10m/s$ προς τα δεξιά. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος έχει την κατάλληλη τιμή ώστε η απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ να γίνεται χωρίς τον κίνδυνο να κοπεί το νήμα να υπολογίσετε:



- 4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.
- 4.2. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.
- 4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = \frac{3\pi}{10}s$.
- 4.4. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 52,5N$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

18. Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 6Kg$, μήκος L και ισορροπεί στηριζόμενη σε άρθρωση στη μία άκρη Α και σε νήμα ΟΕ το οποίο είναι δεμένο στο μέσο της Ο και σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο και στο σημείο Δ, του οποίου η απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου είναι $L/4$, είναι στερεωμένο ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, στο πάνω μέρος του οποίου ισορροπεί σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική φορά για την ταλάντωση τη φορά προς τα πάνω να υπολογίσετε:

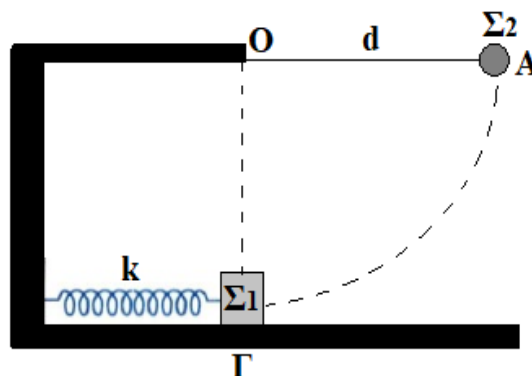
- 4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.
- 4.2. τη μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.



4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή όπου η τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ παίρνει την ελάχιστη τιμή.

4.4. την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60}s$.

19. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3\text{ Kg}$ ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k , που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ Kg}$ και αμελητέων διαστάσεων, είναι προσδεμένο με νήμα μη εκτατό, που το άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σε σταθερό σημείο O , με το νήμα σε οριζόντια θέση. Το μήκος του νήματος είναι $d = 0,8\text{ m}$. Αφήνουμε το σώμα Σ_2 ελεύθερο από τη θέση A να κινηθεί και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1 = 0,2\text{ m}$.



Να υπολογίσετε:

4.1. τη σταθερά k του ελατηρίου.

4.2. το ύψος h που θα φτάσει το σώμα Σ_2 μετά την κρούση.

4.3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του και το σώμα κινείται προς τα δεξιά.

4.4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του Σ_2 ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα Σ_1 , ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_2 .

20. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο κάτω άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ Kg}$. Το σώμα Σ_1 ισορροπεί ακίνητο.

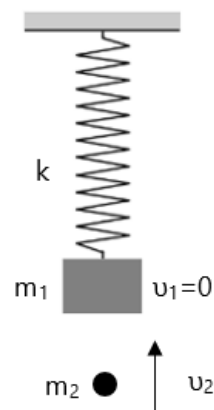
4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ Kg}$, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη δημιουργία του.

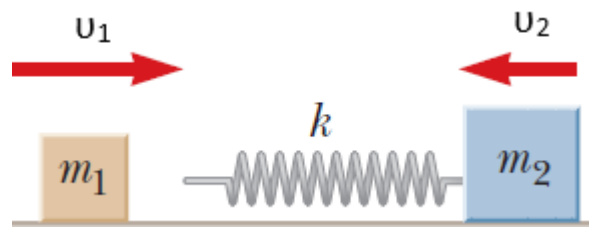
4.3. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.



21. Ένα σώμα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.

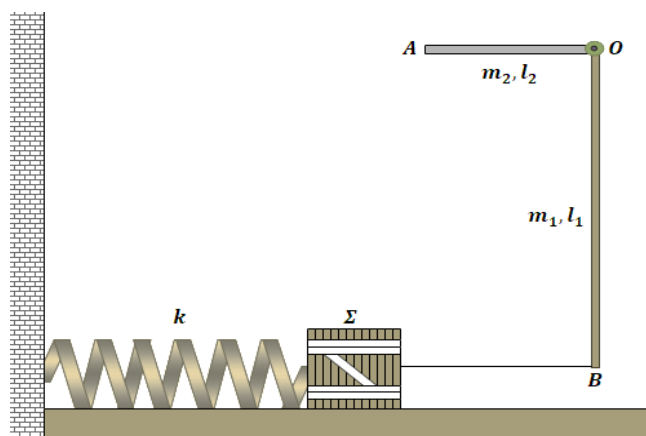
- 4.1.** Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα m_2 κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας m_1 κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_3 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



- 4.2.** Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το m_1 χάσει την επαφή με το ελατήριο.
- 4.3.** Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο.
- 4.4.** Ποια είναι η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης;

22. Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι OA και OB από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O , ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος OB έχει μήκος $l_1 = 0,8\text{ m}$ και μάζα $m_1 = 0,4\text{ kg}$. Η ράβδος OA , έχει το μισό μήκος από την OB , ($l_2 = 0,4\text{ m}$) και διπλάσια μάζα ($m_2 = 0,8\text{ kg}$), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας.

Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο B της ράβδου OB με άλλο σώμα Σ μάζας $m_3 = 0,2\text{ kg}$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος OB να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα.



- 4.1.** Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα κόβεται, το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική

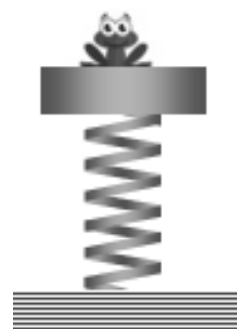
ταλάντωση και το σύστημα των δύο ράβδων αρχίζει να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον άξονα Ο.

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ κατά την ταλάντωση που εκτελεί μετά την κοπή του νήματος.

4.3. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σώμα Σ-ελατήριο.

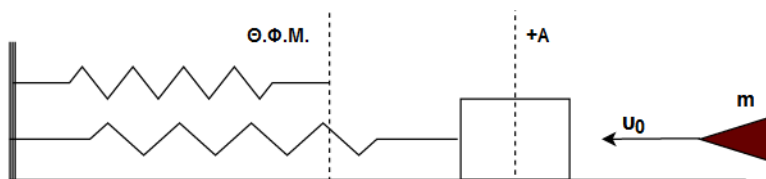
4.4. Αφού θεωρήσετε θετική φορά από τον τοίχο προς το σώμα Σ, να γράψετε τη σχέση $F_{ελ} - t$, η οποία αποδίδει τιμές της δύναμης του ελατηρίου με το χρόνο, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και να την αποδώσετε γραφικά σε διάγραμμα με βαθμονομημένους άξονες, για διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης.

23. Ένας δίσκος μάζας $M = 1 \text{ kg}$, είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθετα ένας βάτραχος μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ και αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ο βάτραχος εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, με αποτέλεσμα το σύστημα δίσκος-ελατήριο να αρχίσει να ταλαντώνεται και ο δίσκος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:



- 4.1.** το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την εκτίναξη του βάτραχου,
- 4.2.** το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου,
- 4.3.** τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου,
- 4.4.** τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος, εξαιτίας της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

24. Ένα σώμα μάζας $M = 3,6 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σκληρότητας k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και μέγιστη ταχύτητα $v_{\max} = \frac{2\sqrt{10} \text{ m}}{3 \text{ s}}$ σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις του την $+A$, ένα βλήμα μάζας $m = 0,4 \text{ kg}$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_0 κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα. Η κρούση είναι πλαστική και αμελητέας διάρκειας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η ολική ενέργεια του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση τετραπλασιάζεται, να υπολογίσετε:



- 4.1.** το νέο πλάτος της ταλάντωσης,
- 4.2.** την νέα περίοδο της ταλάντωσης,
- 4.3.** τη νέα μέγιστη ταχύτητα,
- 4.4.** την ταχύτητα του βλήματος v_0 πριν από την κρούση.

25. Ένα σώμα Σ_1 , αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_1 = 500 \text{ g}$, είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο και αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σε απόσταση $d = 0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$ από το Σ_1 , βρίσκεται ακίνητο δεύτερο σώμα Σ_2 επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$.

Εκτρέπουμε το σύστημα ελατηρίου-σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του, μετατοπίζοντας το Σ_1 οριζόντια κατά $A = 0,2 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$ πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε το ελατήριο να συσπειρώνεται και από τη θέση αυτή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θα συγκρουστούν με πλαστική κρούση ασήμαντης χρονικής διάρκειας.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 , ελάχιστα πριν την κρούση.

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

