

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΤΗΝ ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Στόχοι των ασκήσεων 1-6 : Κατανόηση της έννοιας του πλάτους στην συμβολή των κυμάτων.

1. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,2 m και μήκος κύματος 1,3 m. α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 4 m και 2,7 m αντίστοιχα. β) Αν η περίοδος των πηγών είναι 2,6 s σχεδιάστε την γραφική παράσταση του πλάτους στο σημείο Σ σε σχέση με τον χρόνο.

Απ. $A' = 0,4 \text{ m}$.

2. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,15 m και μήκος κύματος 0,4 m. α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 4,2 m και 2,6 m αντίστοιχα.

* β) Αν η περίοδος είναι 2 s γράψτε την εξίσωση που περιγράφει την ταλάντωση του σημείου Σ σε σχέση με τον χρόνο.

Απ. $A' = 0,3 \text{ m}$, $y = 0 \text{ } 0 \leq t < 13 \text{ s}$, $y = 0,15 \eta \mu 2\pi(t/2 - 6,5) \text{ } 13 \leq t < 21 \text{ s}$, $y = 0,3 \eta \mu 2\pi(t/2 - 8,5) \text{ } 21 \leq t$.

3. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,05 m και μήκος κύματος 1,2 m. α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 3,4 m και 1,4 m αντίστοιχα. β) Αν η περίοδος των πηγών είναι 4,8 s σχεδιάστε την γραφική παράσταση του πλάτους στο σημείο Σ σε σχέση με τον χρόνο.

Απ. $A' = 0,05 \text{ m}$.

4. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,1 m και μήκος κύματος 1,8 m. Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 1,6 m και 1 m αντίστοιχα.

Απ. $A' = 0,1 \text{ m}$.

5. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,3 m και μήκος κύματος 1,8 m. Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 1,6 m και 1,3 m αντίστοιχα.

Απ. $A' = 0,15\sqrt{3} \text{ m}$.

6. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,04 m και μήκος κύματος 1 m. α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 1,4 m και 2,9 m αντίστοιχα. β)

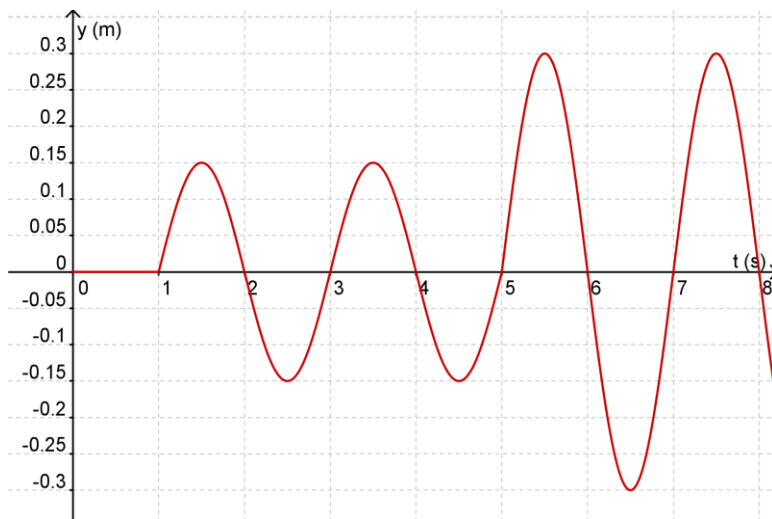
Αν η περίοδος είναι 4 s γράψτε την εξίσωση που περιγράφει την ταλάντωση του σημείου Σ σε σχέση με τον χρόνο.

Απ. $A' = 0 \text{ m}$, $y = 0$ $0 \leq t < 5,6 \text{ s}$, $y = 0,04\eta\mu 2\pi(t/4 - 1,4)$ $5,6 \leq t < 11,6 \text{ s}$, $y = 0$ $t \geq 11,6 \text{ s}$.

Στόχοι των ασκήσεων 7-13 : Κατανόηση της χρονικής εξέλιξης της απομάκρυνσης σημείου κατά την συμβολή των κυμάτων.

7. Δύο σύγχρονες πηγές

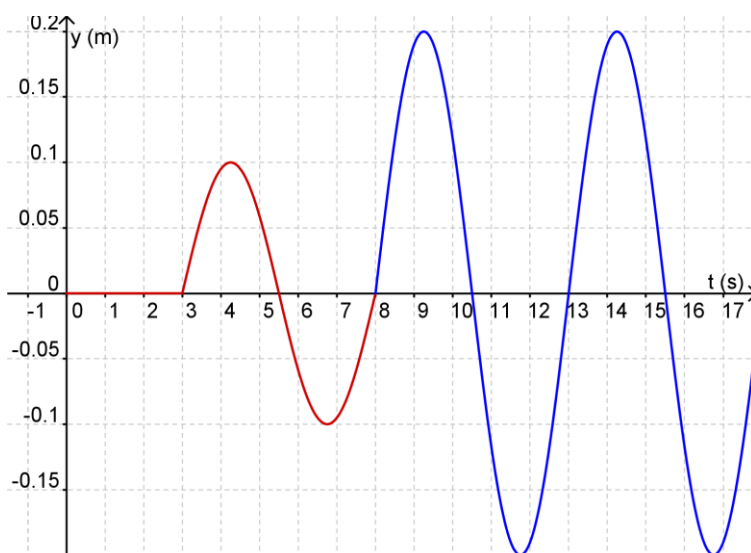
Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με μήκος κύματος 2 m. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε



α) Την περίοδο του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Πόσοι κροσσοί ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν συνολικά από τον κροσσό της μεσοκάθετου στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ μέχρι και το σημείο Σ; δ) Πόσοι κροσσοί αποσβεστικής συμβολής υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο Σ και στην μεσοκάθετο στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$

Απ. $T = 2\text{s}$, $r_1 = 1 \text{ m}$, $r_2 = 5,3,2$.

8. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα 0,1 m/s. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε



α) Την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Πόσοι κροσσοί ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν συνολικά από τον κροσσό της μεσοκάθετου στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ μέχρι και το σημείο Σ; δ) Πόσοι κροσσοί αποσβεστικής συμβολής υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο Σ και στην μεσοκάθετο στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$;

Απ. $T=5s, \lambda=0,5\text{ m}, r_1=0,3\text{ m}, r_2=0,8\text{ m}, 2, 1.$

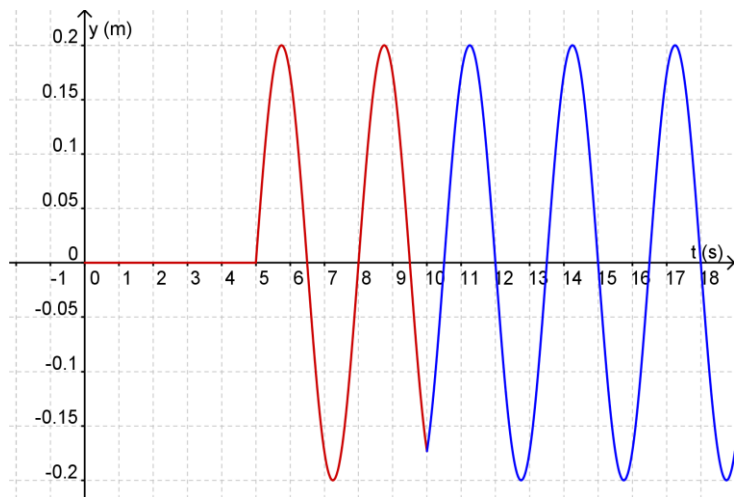
9. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $0,2\text{ m/s}$. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε



α) Την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Πόσοι κροσσοί αποσβεστικής συμβολής υπάρχουν ανάμεσα στην μεσοκάθετο στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ μέχρι και το σημείο Σ; δ) Πόσοι κροσσοί ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν συνολικά από τον κροσσό της μεσοκαθέτου στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ μέχρι και το σημείο Σ;

Απ. $T=2s, \lambda=0,4m, r_1=0,8\text{ m}, r_2=3, 6, 6.$

10. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $0,1\text{ m/s}$. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε



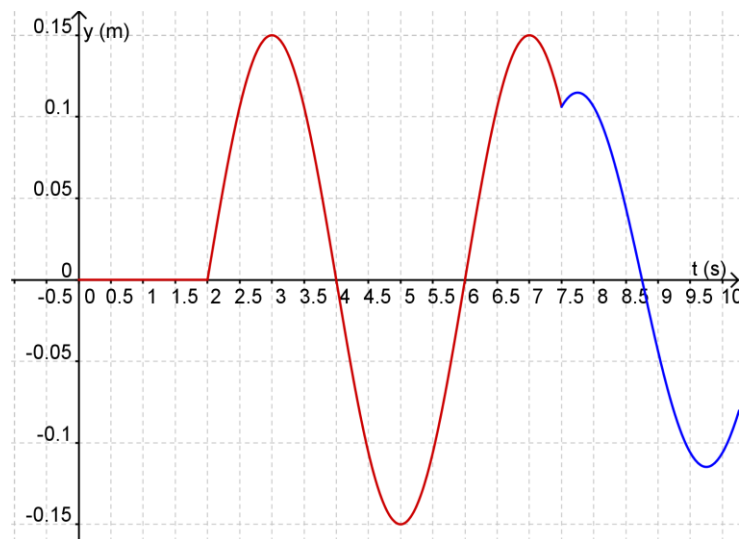
α) Την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Το πλάτος του σημείου Σ μετά την συμβολή. δ) Την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ.

Απ. $T=3s, \lambda=0,3m, r_1=0,5\text{ m}, r_2=1\text{ m}, A'=0,2\text{ m}, v_{\max}=2\pi/15\text{ m/s}.$

11. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $0,2\text{ m/s}$. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε

- α) Την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Το πλάτος του σημείου Σ μετά την συμβολή. δ) Την μέγιστη ταλάντωση του σημείου Σ.

Απ. $T=4s$, $\lambda=0,3m$, $r_1=0,4m$, $r_2=1,5m$, $A'=0,11481m$, $v_{max}=0,075m/s$.



12. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα περιόδου $T=0,02s$ και πλάτους $A=0,02m$ με μήκος κύματος $2m$. Σημείο Σ απέχει από την πηγή Π1 $8m$ και από την πηγή Π2 $4,5m$.

- α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος στο σημείο Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. β) Γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. γ) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. δ) Γράψτε την εξίσωση της επιτάχυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Απ. α) $A'=0m$ $0 \leq t < 0,045s$, $A'=0,02m$ $0,045 \leq t < 0,08s$, $A'=0,01\sqrt{2}m$ $t \geq 0,08s$.

β) $y=0$ $0 \leq t < 0,045s$, $y=0,02\eta\mu 2\pi(50t-2,25)$ $0,045 \leq t < 0,08s$, $y=0,01\sqrt{2}\eta\mu 2\pi(50t-3,125)$ $t \geq 0,08s$.

γ) $v=0$ $0 \leq t < 0,045s$, $v=2\pi\sigma\eta\nu 2\pi(50t-2,25)$ $0,045 \leq t < 0,08s$, $v=\pi\sqrt{2}\sigma\eta\nu 2\pi(50t-3,125)$ $t \geq 0,08s$.

δ) $\alpha=0$ $0 \leq t < 0,045s$, $\alpha=-200\pi^2\eta\mu 2\pi(50t-2,25)$ $0,045 \leq t < 0,08s$, $\alpha=-100\pi^2\sqrt{2}\eta\mu 2\pi(50t-3,125)$ $t \geq 0,08s$.

13. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα περιόδου $T=4s$ και πλάτους $A=0,1m$ με μήκος κύματος $6m$. Σημείο Σ απέχει από την πηγή Π1 $9m$ και από την πηγή Π2 $5m$.

- α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος στο σημείο Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. β) Γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. γ) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο. δ) Γράψτε την εξίσωση της επιτάχυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Απ. α) $A'=0m$ $0 \leq t < 3,33s$, $A'=0,1m$ $3,33 \leq t < 6s$, $A'=0,05m$ $t \geq 6s$.

β) $y=0$ $0 \leq t < 3,33s$, $y=0,1\eta\mu 2\pi(0,25t-5/6)$ $3,33 \leq t < 6s$, $y=-0,05\eta\mu 2\pi(0,25t-7/6)$ $t \geq 6s$.

γ) $v=0$ $0 \leq t < 3,33s$, $v=\sigma\eta\nu 2\pi(0,25t-5/6)$ $3,33 \leq t < 6s$, $v=-0,025\sigma\eta\nu 2\pi(0,25t-7/6)$ $t \geq 6s$.

δ) $\alpha=0$ $0 \leq t < 3,33s$, $\alpha=-\pi^2/40\eta\mu 2\pi(0,25t-5/6)$ $3,33 \leq t < 6s$, $\alpha=\pi^2/80\eta\mu 2\pi(0,25t-7/6)$ $t \geq 6s$.

Στόχοι των ασκήσεων 14-19 : Κατανόηση της εικόνας συμβολής και της δεικτοδότησης των κροσσών.

14. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με μήκος κύματος λ . Υπολογίστε επί της ευθείας που ενώνει τις δύο πηγές την απόσταση

ανάμεσα:

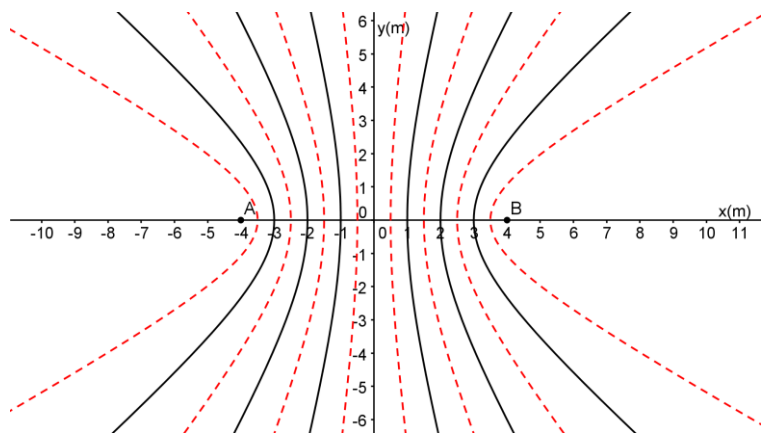
α) Σε δύο διαδοχικούς κροσσούς ενισχυτικής συμβολής.

β) Την απόσταση ανάμεσα σε ένα κροσσό ενισχυτικής και τον επόμενο αποσβεστικής συμβολής.

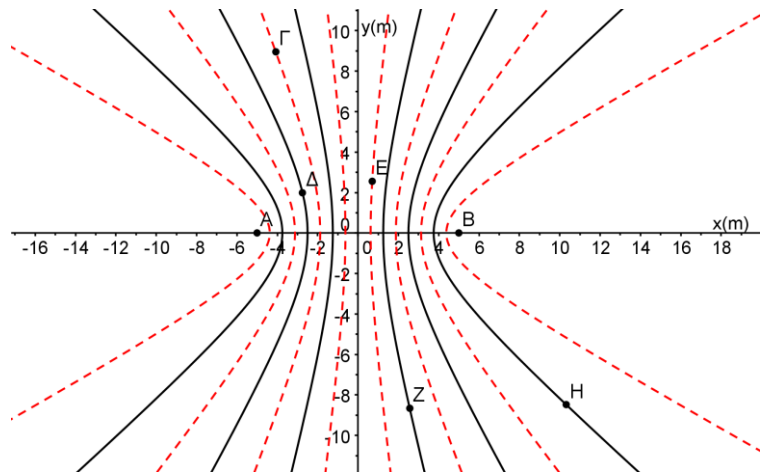
γ) Σε δύο διαδοχικούς κροσσούς αποσβεστικής συμβολής.

Απ. $\lambda/2$, $\lambda/4$, $\lambda/2$.

15. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα. Σημειώστε πάνω στο σχήμα τους δείκτες των κροσσών ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής θεωρώντας α) Ότι οι δείκτες παίρνουν θετικές τιμές. β) Ότι οι δείκτες μπορούν να πάρουν και θετικές και αρνητικές τιμές.



16. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις A (-5,0) και B (5,0). Οι πηγές δημιουργούν στο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα μήκους κύματος 2,5 m. Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται είναι η πιο δίπλα. Σε αυτήν η απόσταση $AG=9\text{m}$, η $BD=8\text{m}$, η



$AE=6,25\text{m}$, η $BZ=9\text{m}$ και η $AH=17,5\text{m}$. Υπολογίστε

α) Τις αποστάσεις $BΓ$, $AΔ$, BE , BH , AZ .

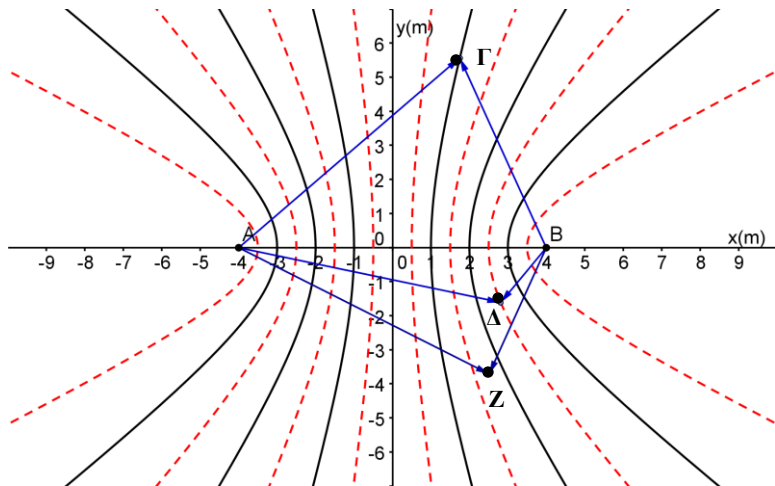
β) Την διαφορά φάσης $\theta_A - \theta_B$ που έχουν τα κύματα από τις πηγές στις θέσεις Γ , Δ , E , H , Z .

Απ. α) $BΓ=12,75\text{m}$, $AΔ=3\text{m}$, $BE=5\text{m}$, $BH=10\text{m}$, $AZ=11,5\text{m}$. β) Γ : $\Delta\theta=3\pi$, Δ : $\Delta\theta=4\pi$, E : $\Delta\theta=-\pi$, Z : $\Delta\theta=-2\pi$, H : $\Delta\theta=-6\pi$.

17. *Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις A και B. Οι πηγές δημιουργούν στο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα πλάτους 0,1 m που διαδίδονται με ταχύτητα 10 m/s. Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται είναι η πιο δίπλα. Σε αυτήν η απόσταση $AG=8\text{m}$, η $BD=2\text{m}$, η $AZ=7,5\text{m}$ και η $BZ=4\text{m}$. Υπολογίστε

α) Το μήκος κύματος και την περίοδο β) Τις αποστάσεις ΒΓ και ΑΔ. γ) Το πλάτος στην θέση Ζ. δ) Την διαφορά φάσης $\theta_A - \theta_B$ που έχουν τα κύματα από τις πηγές στις θέσεις Γ, Δ, Ζ.

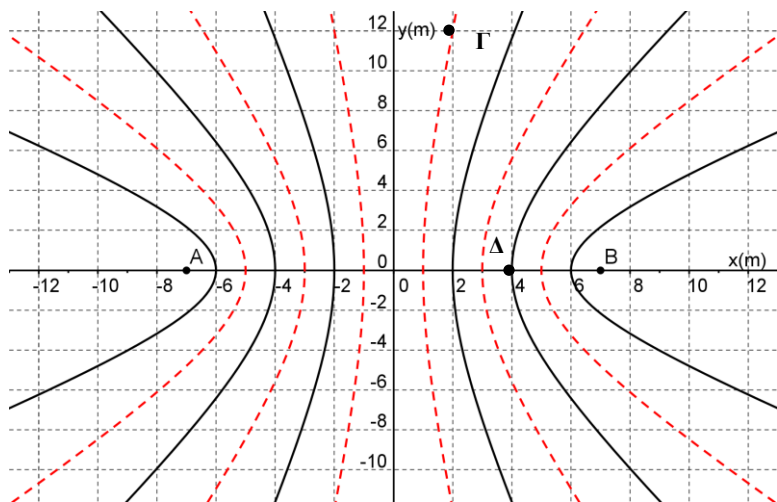
Απ. $\lambda = 2\text{ m}$, $T = 0,2\text{ s}$, $B\Gamma = 6\text{ m}$, $AA' = 7\text{ m}$, $A' = 0,1\sqrt{2}\text{ m}$, Γ : $\Delta\theta = \pi$, Δ : $\Delta\theta = 2,5\pi$, Z : $\Delta\theta = 1,75\pi$.



18. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 που απέχουν 18 m δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με μήκος κύματος 4 m. Υπολογίστε τον αριθμό των κροσσών της ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής που υπάρχουν ανάμεσα στις δύο πηγές.

Απ. Ενισχ. 9, Αποσβ. 8.

19. *Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις Α (-7,0) και Β (7,0). Οι πηγές δημιουργούν στο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα πλάτους 0,2 m που διαδίδονται με ταχύτητα 40 m/s. Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται είναι η πιο δίπλα. Θεωρούμε ότι οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται την χρονική στιγμή 0.



Υπολογίστε

α) Το μήκος κύματος και την περίοδο β) Τις αποστάσεις ΒΓ και ΑΓ (χρησιμοποιείστε τις συντεταγμένες του σχήματος). γ) Σχεδιάστε την γραφική παράσταση απομάκρυνσης του σημείου Γ από την θέση ισορροπίας σε σχέση με τον χρόνο. δ) Την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και την μέγιστη επιτάχυνση που έχει το σημείο Δ.

Απ. $\lambda = 4\text{ m}$, $T = 0,1\text{ s}$, $A\Gamma = 15\text{ m}$, $B\Gamma = 13\text{ m}$, $AA' = 7\text{ m}$, $v_{\max} = 8\pi\text{ m/s}$, $a_{\max} = 160\pi^2\text{ m/s}^2$.