

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΤΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Στόχοι των ασκήσεων 1-8 : Κατανόηση της εξίσωσης του στάσιμου κύματος.

1. Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκους του άξονα $x'Ox$. Το ελαστικό μέσο είναι πακτωμένο στο ένα άκρο του και στο άλλο ελεύθερο. Στο μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο ίδια κύματα με πλάτος $0,15\text{ m}$ μήκος κύματος 2 m και ταχύτητα διάδοσης 20 m/s . Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων O βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο.

α) Γράψτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται.

β) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου.

γ) Γράψτε την εξίσωση της επιτάχυνσης της ταλάντωσης των σημείων του μέσου.

δ) Υπολογίστε την θέση που απέχει από το ελεύθερο άκρο ο πρώτος και ο τρίτος δεσμός.

Απ. $y=0,3\sin(\pi x)\eta\mu(20\pi t)$ (S.I.), $v=6\pi\sin(\pi x)\sigma\upsilon\nu(20\pi t)$ (S.I.), $a=-120\pi^2\sin(\pi x)\eta\mu(20\pi t)$ (S.I.), $x_1=0,5\text{ m}$, $x_2=2,5\text{ m}$.

2. Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκους του άξονα $x'Ox$. Το ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στο γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται κύμα με πλάτος 5 cm , περίοδο $0,2\text{ s}$ και ταχύτητα διάδοσης 20 m/s . Το κύμα ανακλάται στο σταθερά στερεωμένο άκρο και δημιουργείται στο μέσο στάσιμο κύμα. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων O βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο.

α) Γράψτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται.

β) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου.

γ) Γράψτε την εξίσωση της επιτάχυνσης της ταλάντωσης των σημείων του μέσου.

δ) Υπολογίστε την διαφορά φάσης που έχουν τα σημεία A και B με συντεταγμένες $x_A=0,5\text{ m}$ και $x_B=2\text{ m}$ και τα σημεία Γ και Δ με συντεταγμένες $x_A=2,5\text{ m}$ και $x_B=6\text{ m}$

Απ. $y=0,1\sin(0,5\pi x)\eta\mu(10\pi t)$ (S.I.), $v=\pi\sin(0,5\pi x)\sigma\upsilon\nu(10\pi t)$ (S.I.), $a=-10\pi^2\sin(0,5\pi x)\eta\mu(10\pi t)$ (S.I.), $\Delta\varphi=\pi\text{ rad}$, $\Delta\varphi=0\text{ rad}$.

3. Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκους του άξονα $x'Ox$. Το ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στο γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται κύμα με πλάτος 10 cm , περίοδο $0,25\text{ s}$ και ταχύτητα διάδοσης 8 m/s . Το κύμα ανακλάται στο σταθερά στερεωμένο άκρο και δημιουργείται στο μέσο στάσιμο κύμα. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο.

α) Γράψτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται.

β) Υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσης των σημείων A και B του μέσου με $x_A=1/3\text{ m}$ και $x_B=5/6\text{ m}$.

γ) Υπολογίστε την μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης των σημείων Γ και Δ με συντεταγμένη $x_\Gamma=7/4\text{ m}$ και $x_\Delta=3,5\text{ m}$.

Απ. $y=0,2\sin(\pi x)\eta\mu(8\pi t)$ (S.I.), β) $A_A=0,1\text{ m}$, $A_B=0,1\sqrt{3}\text{ m}$ γ) $v_{m\Gamma}=0,8\pi\sqrt{2}\text{ m/s}$, $v_{m\Delta}=0\text{ m/s}$.

4. Γραμμικό ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,1\sin(2\pi x)\eta\mu(\pi t)$ (S.I.).

α) Γράψτε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

β) Γράψτε τις συντεταγμένες της θέσης της πρώτης, δεύτερης και τρίτης κοιλίας.

γ) Γράψτε τις συντεταγμένες της θέσης του πρώτου, δεύτερου και τρίτου δεσμού.

Απ.α) $y_1=0,05\eta\mu 2\pi(0,5t-x)$ (S.I.), $y_2=0,05\eta\mu 2\pi(0,5t+x)$ (S.I.) β) 0 m , $0,5\text{ m}$, 1 m γ) $0,25\text{ m}$, $0,75\text{ m}$, $1,25\text{ m}$.

5. Μία χορδή έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο. Στην χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,2\sin(0,4\pi x)\eta\mu(4\pi t)$ (S.I.). Η χορδή έχει μήκος $11,25\text{ m}$.

α) Γράψτε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

β) Γράψτε τις συντεταγμένες της θέσης της πρώτης και τρίτης κοιλίας και του πρώτου και τρίτου δεσμού.

γ) Υπολογίστε πόσες κοιλίες και πόσοι δεσμοί υπάρχουν στην χορδή.

δ) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου με συντεταγμένη $x=7,5\text{ m}$.

Απ.α) $y_1=0,1\eta\mu 2\pi(2t-0,2x)$ (S.I.), $y_2=0,1\eta\mu 2\pi(2t+0,2x)$ (S.I.) β) 0 m , 5 m , $1,25\text{ m}$, $6,25\text{ m}$. γ) $5, 5$
δ) $v=-0,8\pi\sin(4\pi t)$ (S.I.)

6. Μία χορδή έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο. Στην χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,2\sin(\pi x/3)\eta\mu(2\pi t)$ (S.I.).

α) Γράψτε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

β) Υπολογίστε την διαφορά φάσης ανάμεσα στα σημεία.

i) A και B με $x_A=1\text{ m}$ και $x_B=2\text{ m}$

ii) A και Γ με $x_A=1\text{ m}$ και $x_\Gamma=5\text{ m}$

iii) B και Δ με $x_B=2\text{ m}$ και $x_\Delta=4\text{ m}$

iv) A και Z με $x_A=1\text{ m}$ και $x_Z=8\text{ m}$

γ) Κάντε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο του σημείου $x=1\text{ m}$.

δ) Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου με συντεταγμένη $x=2\text{ m}$.

Απ.α) $y_1=0,1\eta\mu 2\pi(t-x/6)$ (S.I.), $y_2=0,1\eta\mu 2\pi(t+x/6)$ (S.I.) β) i) π rad ii) 0 rad iii) 0 rad iv) π rad γ) 5, 5
δ) $v=-0,2\pi\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$ (S.I.)

7. Γραμμικό ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,14\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(40\pi t)$ (S.I.). Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις κοιλίες.

α) Γράψτε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

β) Υπολογίστε το μήκος του ελαστικού μέσου.

γ) *Υπολογίστε την αμέσως μεγαλύτερη συχνότητα για την οποία δημιουργείται στάσιμο κύμα στο μέσο.

Απ.α) $y_1=0,07\eta\mu 2\pi(20t-5x)$ (S.I.), $y_2=0,07\eta\mu 2\pi(20t+5x)$ (S.I.) β) 0,35 m γ) $f=180/7$ Hz

8. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Η αρχή μέτρησης των συντεταγμένων βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,1\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi x}{3})\eta\mu(4\pi t)$ (S.I.). Το ελαστικό μέσο έχει μήκος 13,5 m.

α) Γράψτε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

β) Υπολογίστε πόσες κοιλίες και πόσους δεσμούς έχει το στάσιμο κύμα..

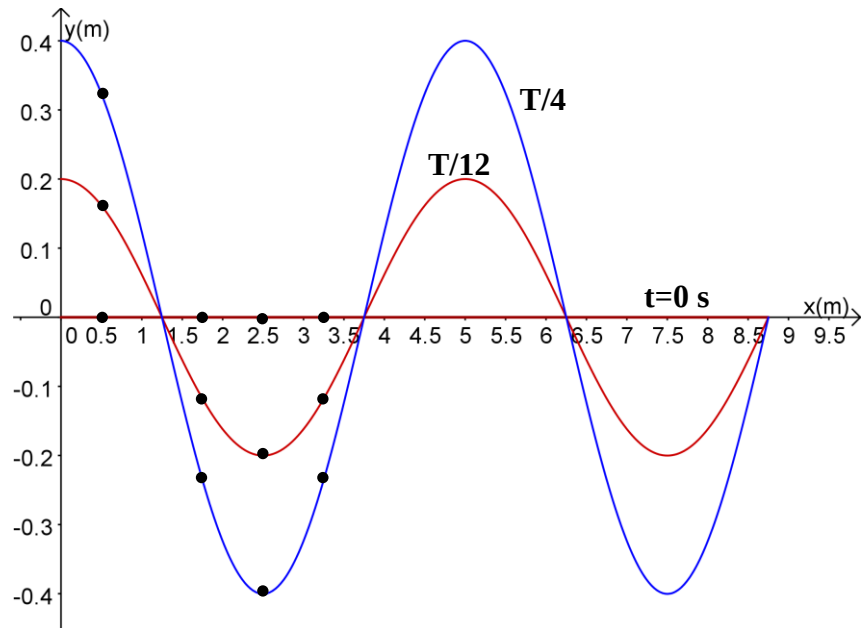
γ) Υπολογίστε το αμέσως μεγαλύτερο μήκος του ελαστικού μέσου για το οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα.

Απ.α) $y_1=0,05\eta\mu 2\pi(2t-x/6)$ (S.I.), $y_2=0,05\eta\mu 2\pi(2t+x/6)$ (S.I.) β) 5, 5 γ) 16,5 m.

Στόχοι των ασκήσεων 9-15 : Συναγωγή στοιχείων απο το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος και κατασκευή στιγμιότυπου του στάσιμου κύματος.

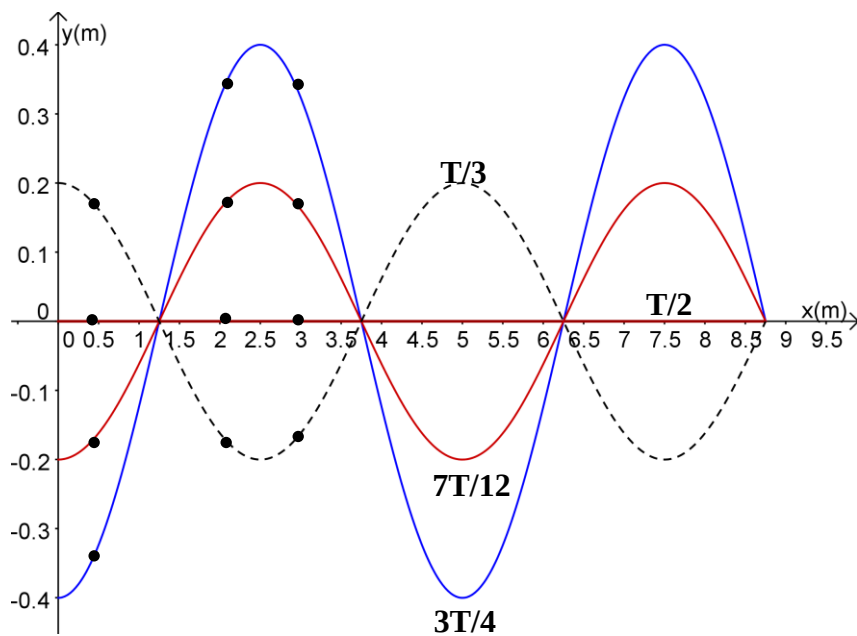
9. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο (βλ. σχήμα). Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα.

Σχεδιάστε στις θέσεις $x_1=0,5$ m, $x_2=1,75$ m, $x_3=2,5$ m, $x_4=3,25$ m τα διανύσματα των ταχυτήτων ταλάντωσης για τα τρία στιγμιότυπα που απεικονίζονται στο σχήμα.

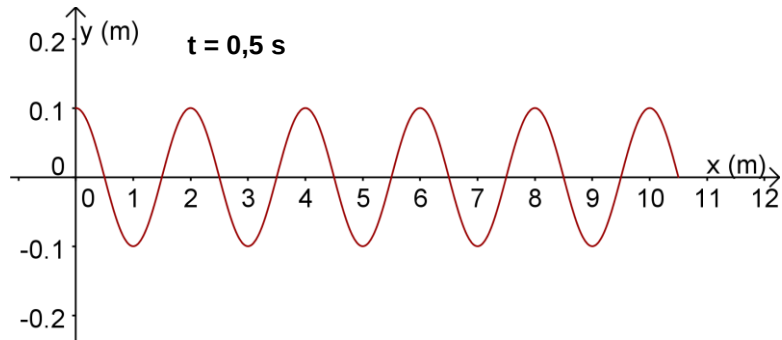


10. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο (βλ. σχήμα). Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα.

Σχεδιάστε στις θέσεις $x_1=0,5$ m, $x_2=2$ m, $x_3=3$ m τα διανύσματα των ταχυτήτων ταλάντωσης για τα τέσσερα στιγμιότυπα που απεικονίζονται στο σχήμα.



11. *Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο (βλ. σχήμα). Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και στο στιγμιότυπο παρουσιάζεται η χρονική στιγμή $T/12$.



α) Υπολογίστε την περίοδο και το μήκος κύματος του στάσιμου κύματος.

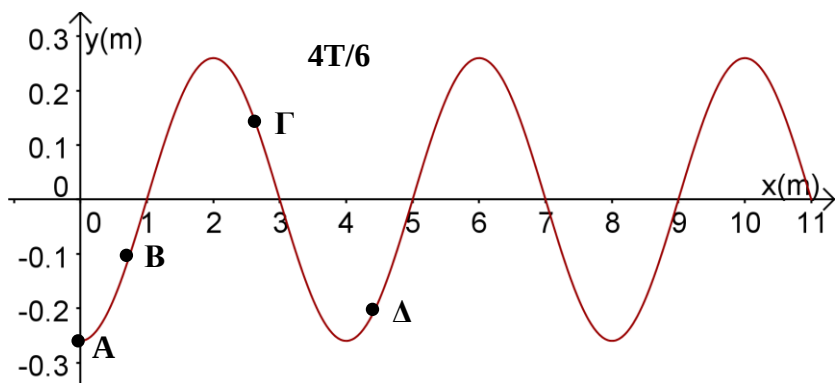
β) Υπολογίστε το πλάτος του στάσιμου κύματος στην θέση $x=0$.

γ) Γράψτε την εξίσωση των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου.

δ) Υπολογίστε το αμέσως μεγαλύτερο μήκος του ελαστικού μέσου για το οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα.

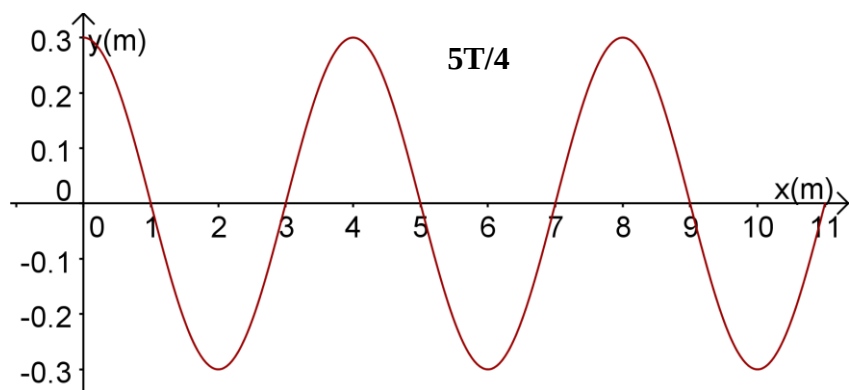
Απ.α) $T=6\text{ s}$, $\lambda=2\text{ m}$, β) $A=0,2$ γ) $y_1=0,1\mu\text{m}2\pi(t/6-x/2)$ (S.I.), $y_2=0,1\mu\text{m}2\pi(t/6+x/2)$ (S.I.) δ) 11, 5 m.

12. *Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο (βλ. σχήμα). Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και στο πρώτο



στιγμιότυπο παρουσιάζεται η χρονική στιγμή $4T/6$. Στο δεύτερο στιγμιότυπο παρουσιάζεται η χρονική στιγμή $5T/4$. Η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα είναι 10 m/s.

α) Υπολογίστε το μήκος κύματος και την περίοδο του στάσιμου κύματος.



β) Βρείτε το πλάτος του στάσιμου κύματος στην θέση $x=0$ και υπολογίστε την

απομάκρυνση του σημείου A την χρονική στιγμή $5T/4$.

γ) Γράψτε την εξίσωση των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου.

δ) Σημειώστε τα διανύσματα των ταχυτήτων ταλάντωσης στις θέσεις Α, Β, Γ, Δ την χρονική στιγμή $4T/6$.

Απ.α) $\lambda=4\text{ m}$ $T=0,04\text{ s}$ β) $A=0,3\text{ m}$, $y=-0,3\frac{\sqrt{3}}{2}$ γ) $y_1=0,15\eta\mu 2\pi(25t-x/4)$ (S.I.), $y_2=0,15\eta\mu 2\pi(25t+x/4)$ (S.I.) δ) Η φορά των Α,Β,Γ,Δ : κάτω, κάτω, πάνω, κάτω. Τα μέτρα τους: $|v_A| > |v_D| > |v_\Gamma| > |v_B|$.

13. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y=0,4\sigma\upsilon\upsilon(2,5\pi x)\eta\mu(2\pi t)$ και έχει τρεις δεσμούς.

α) Σχεδιάστε τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές $t=0\text{ s}$, $t=0,25\text{ s}$, $t=0,5\text{ s}$, $t=0,75\text{ s}$, $t=11/12\text{ s}$.

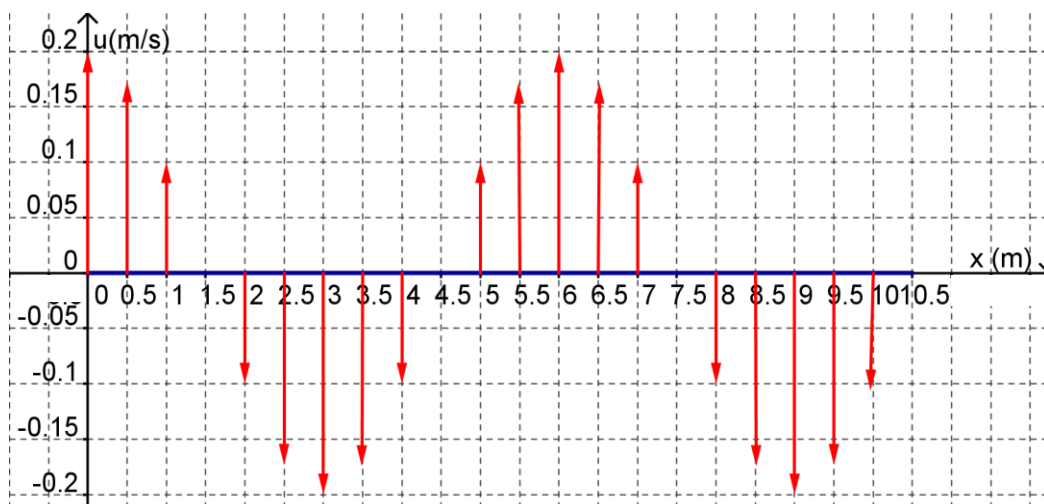
14. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y=0,8\sigma\upsilon\upsilon(2\pi x/3)\eta\mu(2\pi t)$. Το ελαστικό μέσο έχει μήκος $L=4,25\text{ m}$.

Σχεδιάστε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την χρονική στιγμή $t=4,625\text{ s}$.

15. Ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στο μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y=0,25\sigma\upsilon\upsilon(5\pi x)\eta\mu(\pi t)$ και έχει τέσσερεις δεσμούς.

α) Σχεδιάστε τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές $t=0\text{ s}$, $t=1/3\text{ s}$, $t=0,5\text{ s}$, $t=1\text{ s}$, $t=1,5\text{ s}$, $t=11/12\text{ s}$.

16. *Χορδή έχει το ένα άκρο ελεύθερο και το άλλο άκρο σταθερά στερεωμένο. Στην χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Την χρονική στιγμή T τα διανύσματα των ταχυτήτων της χορδής δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Αν η περίοδος του κύματος είναι $\pi/4$ s

α) Βρείτε το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργηθεί το στάσιμο και υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης τους.

β) Υπολογίστε το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης της χορδής λόγω του στάσιμου.

γ) Γράψτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

δ) Σχεδιάστε τα διανύσματα των ταχυτήτων την χρονική στιγμή $3T/2$.

Απ.α) $\lambda=6$ m $v=24/\pi$ m/s β) $A=0,025$ γ) $y_1=0,025\sin(2\pi x/6)\eta\mu(8t)$ (S.I.)