

$m_1 = m_2 = m$
 $u_1 = v$ $u_2 = 0$

ΕΛΑΣΤΙΚΗ

ΑΔΟ $P_{\text{μπάνι}} = P_{\text{μικτό}}$
 $mu_1 + m \cdot 0 = mu_1' + mu_2' \Rightarrow$
 $u_1 = u_1' + u_2' \quad (1)$

ΑΔΕ $k_1 + k_2 = k_1' + k_2' \Rightarrow \frac{1}{2}mu_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mu_1'^2 + \frac{1}{2}mu_2'^2 \Rightarrow$
 $u_1^2 = u_1'^2 + u_2'^2 \quad (2)$
 $(u_1' + u_2')^2 = u_1'^2 + u_2'^2 \Rightarrow u_1'^2 + 2u_1'u_2' + u_2'^2 = u_1'^2 + u_2'^2$
 $\Rightarrow 2u_1'u_2' = 0 \Rightarrow$

$\begin{cases} u_1' = 0 \\ u_2' = 0 \text{ ΑΠΟΡ.} \end{cases}$
 $\boxed{u_1' = 0} \quad (1) \quad \boxed{u_2' = u_1}$

ΑΝΤΑΓΓΑΓΗ
ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ

3. Ένας ποδοσφαιριστής κυλάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24 m/s . Αν η μπάλα έχει μάζα $0,5 \text{ kg}$ και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι $0,03 \text{ s}$, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

$u_1 = 0$
 $u_1' = 24 \text{ m/s}$

$m = 0,5 \text{ kg}$
 $\Delta t = 0,03 \text{ s}$

$P_1 = mu_1 = 0$

$P_1' = mu_1' = 0,5 \cdot 24 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \quad F = ?$

$\Delta P = P_1' - P_1 = 12 - 0 = +12 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ΑΥΞΗΣΗ}$

$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{12}{0,03} \text{ N} = \underline{\underline{4000 \text{ N}}}$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4000}{10} \text{ kg} \\ \boxed{400 \text{ kg}} \end{array} \right.$

4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξιπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι $m = 90 \text{ kg}$, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Ποση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο;

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$m = 90 \text{ kg}$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = ?$

$\sum F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = B = mg \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 90 \cdot 10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\boxed{\frac{\Delta P}{\Delta t} = 900 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_1' - P_1}{\Delta t} = \frac{mu_1' - 0}{\Delta t} \Rightarrow$

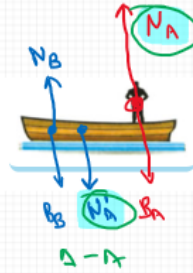
$\frac{\Delta P}{\Delta t} = m \frac{u_1}{\Delta t} \Rightarrow 900 = 90 \cdot \frac{u_1}{1} \Rightarrow \boxed{u_1 = 10 \text{ m/s}}$
 36 km/h

$$N_A = N_A' \quad \text{ΔΡΑΓΗ - ΑΝΤΙΔΡΑΓΗ}$$

3. Πάνω στην ακίνητη βάρκα βρίσκεται ένας άνθρωπος, όπως φαίνεται στην εικόνα.

A. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις για το σύστημα βάρκα-άνθρωπος.

B. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές, είναι εξωτερικές και ποιες είναι εσωτερικές;



$$(Σ) B + A$$

$$\text{ΕΙΣΟΓΚΗΚΕΣ } F: N_A, N_A'$$

$$\text{ΕΞΟΓΚΗΚΕΣ } F: \underbrace{B_A, B_B}_{\Gamma H}, \underbrace{N_B}_{N \text{ ΕΡΩ}} \rightarrow \text{ΑΝΟΥΣΗΤ}$$

4. Ένας μαθητής τραβάει προς το μέρος του το καβάνο, με τη βοήθεια ενός σχοινιού. Να ελεγχτείτε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων.

A. Η δύναμη F που ασκεί ο μαθητής, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - καβάνο - Γη.

B. Η δύναμη F είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα καβάνο - Γη.

Γ. Το βάρος του καβανιού, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - καβάνο.

Δ. Το βάρος του καβανιού, είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - καβάνο - Γη.

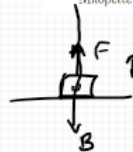


$$B. F \text{ (ΜΑΘΗΤΗΣ)} \rightarrow \text{ΚΙΒ} \text{ ΕΡΩ} \quad \text{ΕΙ} \quad \text{ΚΙΒ} + \Gamma \text{Η}$$

$$\leftarrow \text{ΕΡΩ}$$

$$\text{Γ. ΒΑΡΟΣ} \rightarrow \text{ΓΗ} \quad \text{ΕΙ} \quad \text{ΜΑΘ. ΚΙΒ}$$

5. Ένας φορέας έχει πιασμένο στην λεπτή πετονιά του, ένα μεγάλο φάρι, το οποίο έχει πάγει να αντιστέκεται. Αν τραβήξει την πετονιά απότομα, αυτή, μάλλον θα σπάσει, ενώ αν τραβήξει σιγά - σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;



$$F_{\max} = 0.10 \text{ ΘΡΝΚΗΤΕ}$$

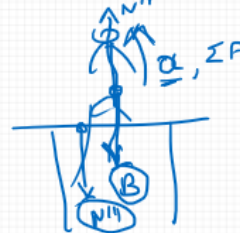
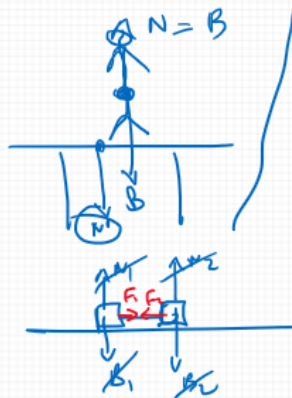
$$v \approx -1 \text{ ΚΡΩ} \Rightarrow \alpha \approx 0$$

$$\Sigma F = F - B \approx 0 \Rightarrow \boxed{F = B}$$

$$F < F_{\max} \text{ ΟΧΙ ΣΤΑΤΙΜΟ}$$

$$v \text{ ΜΕΤΑΒ} \rightarrow \alpha \uparrow \quad \Sigma F = m \alpha \uparrow \Rightarrow \Sigma F = F - B$$

$$F = \Sigma F + B \uparrow \quad F = F_{\max} \text{ ΣΤΑΤΙΜΟ}$$



$$\Sigma F_{F2} = 0$$

$$F_1, F_2 \text{ ΕΙΣΩΤ.}$$

$$F_1 = -F_2 \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot a_1 = -m_2 \cdot a_2 \Rightarrow$$

$$m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta(m_1 v_1)}{\Delta t} = -\frac{\Delta(m_2 v_2)}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta(m_1 v_1)}{\Delta t} + \frac{\Delta(m_2 v_2)}{\Delta t} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2) = 0$$

$$\text{ΜΟΝΩΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ}$$

$$\Sigma F_{\text{ΕΞΩΤ.}} = 0 \quad \text{ΜΟΝΩΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ}$$

(Σ) ξυφαινούμεν.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow \Sigma F_{ext} = 0$$

ΚΡΟΥΣΗ $\rightarrow$ ΕΛΑΣΤΙΚΗ $Q=0$
 $dt \rightarrow$ $\rightarrow$ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ $Q \neq 0$
 F_{12}, F_{21} πολυμερή $\rightarrow$ ΠΛΑΣΤΙΚΗ
 ΣΥΣΤΗΜ.

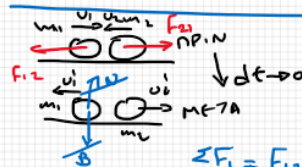
$$\text{ΟΡΜΗ} \quad \vec{P} = m \cdot \vec{v}$$

$$x \frac{164}{3,6}$$

1. Πόση είναι η ορμή ενός λεωφορείου μάζας $m = 2.500 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

$$P = m \cdot v \Rightarrow P = 2.500 \cdot 20 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$P = 50000 \text{ kg m/s}$$



$$F_{12} = -F_{21} \quad \text{3.3 N.N.} \quad \Delta-A$$

$$\textcircled{m_1} \quad \Sigma F_1 = m_1 \cdot a_1 = 0 \quad \Sigma F_1 = F_{12} = m_1 \cdot a_1 = 0 \quad F_{12} = m_1 \cdot \frac{\Delta v_1}{\Delta t}$$

$$F_{12} = m \frac{(v_1' - u_1)}{\Delta t} \Rightarrow F_{12} = \frac{m v_1' - m v_1}{\Delta t} = 0$$

$$F_{12} = \frac{P_1' - P_1}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F_{12} = \frac{\Delta P_1}{\Delta t}}$$

$$\textcircled{m_2} \quad \Sigma F_2 = m_2 \cdot a_2 = 0 \quad F_{21} = m_2 \cdot \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$F_{21} = m_2 \frac{(v_2' - u_2)}{\Delta t} = 0 \quad F_{21} = \frac{m_2 v_2' - m_2 v_2}{\Delta t}$$

$$F_{21} = \frac{P_2' - P_2}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F_{21} = \frac{\Delta P_2}{\Delta t}}$$

$$F_{12} = -F_{21} \Rightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta t} = - \frac{\Delta P_2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$P_1' - P_1 = - (P_2' - P_2) \Rightarrow P_1' - P_1 = -P_2' + P_2 \Rightarrow$$

$$P_1' + P_2' = P_2 + P_1 \Rightarrow \boxed{P_1 + P_2 = P_1' + P_2'}$$

A. Δ. Ο. $P_{0 \text{ στην } N} = P_{0 \text{ στην } \pi}$

ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ ΟΛΕΣ

ΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ

$$\boxed{\cancel{F_{12} \in \mathbb{R}}}$$

ΓΕΝ. 2.3 N.N.

$$\boxed{\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t}}$$

$$\Sigma F = m \cdot a = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

ΑΔΟ

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$

$$\boxed{P_{0 \text{ στην } \pi} = P_{0 \text{ στην } N}}$$

*12. Δύο σώματα $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $u_1 = 10 \text{ m/s}$ και $u_2 = 6 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.

Α. Να βρείτε την ορμή του συστήματος $m_1 \cdot m_2$ στην περίπτωση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.

Β. Υποθέστε, πως ενώ τα σώματα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται ελαστικά. Πως νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά τη σύγκρουση;

$$\begin{array}{c} m_1 u_1 \quad m_2 u_2 \\ \rightarrow \quad \rightarrow \\ (+) \end{array}$$

$$P_1 = m_1 u_1 = 20 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_2 = m_2 u_2 = 24 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{0 \text{ στην } \pi} = P_1 + P_2 = 44 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{array}{c} m_1 u_1 \quad u_2 \\ \rightarrow \quad \leftarrow \\ (-) \end{array}$$

$$P_1 = m_1 u_1 = 20 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_2 = -m_2 u_2 = -24 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{0 \text{ στην } \pi} = 20 - 24 = -4 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24 m/s . Αν η μπάλα έχει μάζα 0.5 kg και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι 0.03 s , ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_1 - p_0}{\Delta t} = \frac{m u_1}{\Delta t} =$$

$$= \frac{0.5 \cdot 24}{\frac{3}{100}} \text{ N} = \frac{12 \cdot 100}{3} =$$

$$= 400 \text{ N}$$

$$u_0 = 0$$

$$u_1 = 24 \text{ m/s}$$

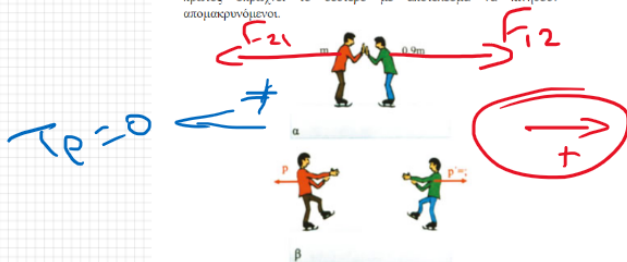
$$m = 0.5 \text{ kg}$$

$$\Delta t = \frac{3}{100} \text{ s}$$

$$F = ;$$

$$40 \text{ kg}$$

13. Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και $0.9m$ αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι.



Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p , η ορμή του δεύτερου θα είναι:

- Α. p Β. $0.9p$ Γ. $-p$ Δ. $-0.9p$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\Sigma F = F_{21} = m \cdot a_1 \Rightarrow$$

$$F_{21} = m \cdot \frac{\Delta u_1}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$F_{21} = \frac{\Delta m u_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$$

$$F_{12} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$$

$$F_{12} = -F_{21} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta p_2}{\Delta t}$$

ΑΔΟ

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 \Rightarrow$$

$$0 + 0 = -p + p'_2 \Rightarrow p'_2 = p$$

$$p'_2 = -p$$

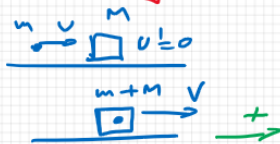
ΠΛΗΡΕΣ ΚΑ

$$m = 0.1 \text{ kg} \quad u = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M = 9.9 \text{ kg} \quad u' = 0$$

ΠΡΙΝ

$$M \leftarrow m$$



$$\text{ΑΔΟ} \quad p_m + p_M = p_{m+M} \Rightarrow$$

$$m \cdot u = (m + M) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m u}{m + M}$$

$$B. Q = ; \Rightarrow v = \frac{0.1 \cdot 200}{0.1 + 9.9} \text{ m/s} \Rightarrow v = \frac{20}{10} \text{ m/s}$$

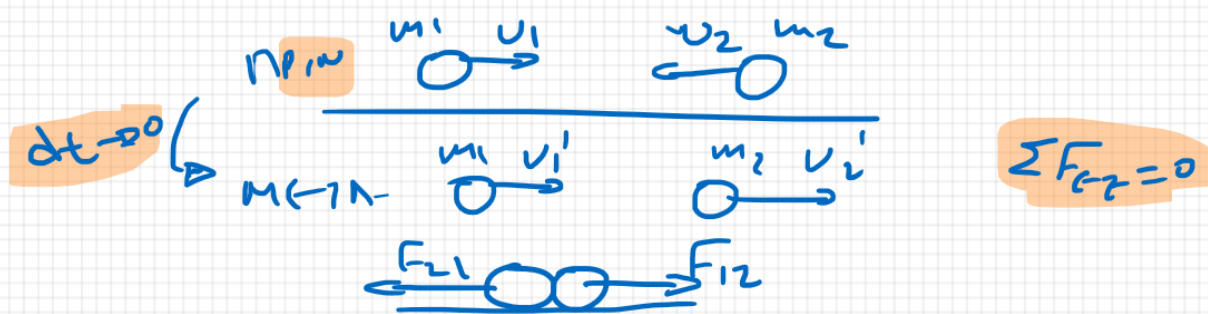
$$\Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

$$B. Q = ;$$

$$Q = k_m - k_{m+M} = \frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} (m + M) v^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 200^2 - \frac{1}{2} \cdot (0.1 + 9.9) \cdot 2^2 \text{ J} = 2100 - 20 \text{ J}$$

$$= 2080 \text{ J}$$



$$\Sigma F_{xt} = 0$$

$$\textcircled{m_1} \quad \Sigma F = F_{21} = m_1 \cdot a_1 = D$$

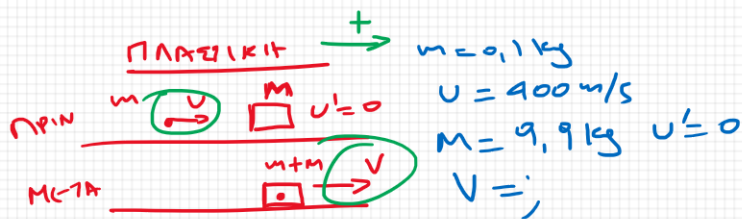
$$F_{21} = m_1 \frac{\Delta u_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$$

$$F_{12} = \dots \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$F_{21} = -F_{12} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = - \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$p_1' - p_1 = -(p_2' - p_2) \Rightarrow \textcircled{p_1 + p_2 = p_1' + p_2'}$$

$$\underline{\underline{A \Delta 0}} \quad p_{0 \rightarrow \text{NPIIN}} = p_{0 \rightarrow \text{M} \leftarrow \text{IN}}$$



$t \rightarrow \infty$
 $\Sigma F_{ext} = 0$

$\Rightarrow P_{0, \text{NPIN}} = P_{0, \text{MKTN}} \Rightarrow m \cdot u + M \cdot u' = (m+M) V$

$$\Rightarrow 0,1 \cdot 400 = (0,1 + 9,9) \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{40}{10} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V = 4 \text{ m/s}}$$

ΠΑΝΤΑ $Q = K_{0, \text{NPIN}} - K_{0, \text{MKTN}} \Rightarrow Q = \frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} (m+M) V^2$

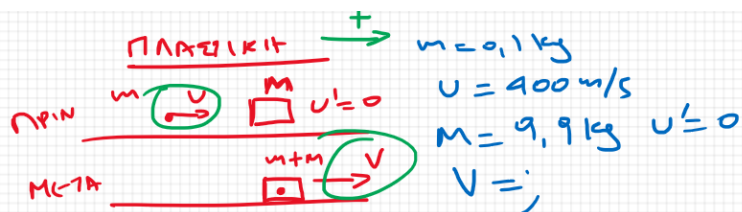
$$Q = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 400^2 - \frac{1}{2} \cdot (0,1 + 9,9) \cdot 4^2 \Rightarrow$$

$$Q = 8 \cdot 10^3 - 80 \text{ J} \Rightarrow \boxed{Q = 7.920 \text{ J}}$$

$$K_{0, \text{NPIN}} = 8.000 \text{ J}$$

$$K_{0, \text{MKTN}} = 80 \text{ J}$$

$$\downarrow Q = \underline{7.920 \text{ J}}$$



$$t_{\text{κρ}} \rightarrow 0 \left. \begin{array}{l} \Delta p = 0 \\ \Sigma F_{\text{ext}} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow P_{0,NRI} = P_{0,ME} \Rightarrow m \cdot U + M \cdot 0 = (m+M)V$$

$$\Rightarrow 0,1 \cdot 400 = (0,1 + 9,9) \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{40}{10} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V = 4 \text{ m/s}}$$

ΠΛΑΣΤΑ $Q = K_{0,NRI} - K_{0,ME} \Rightarrow Q = \frac{1}{2} m U^2 - \frac{1}{2} (m+M) V^2$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 400^2 - \frac{1}{2} \cdot (0,1 + 9,9) \cdot 4^2 \Rightarrow$$

$$Q = 8 \cdot 10^3 - 80 \text{ J} \Rightarrow \boxed{Q = 7.920 \text{ J}}$$

$$K_{0,NRI} = 8.000 \text{ J}$$

$$K_{0,ME} = 80 \text{ J}$$

$$\left. \begin{array}{l} K_{0,NRI} = 8.000 \text{ J} \\ K_{0,ME} = 80 \text{ J} \end{array} \right\} Q = \underline{7.920 \text{ J}}$$

ASK

$m_1 = 2 \text{ kg}$ $m_2 = 1 \text{ kg}$
 $u_1 = 3 \text{ m/s}$ $u_2 = 2 \text{ m/s}$
 $u_1' = 1 \text{ m/s}$ $u_2' = ?$

Diagram showing two carts on a track. Cart 1 has mass m_1 and initial velocity u_1 . Cart 2 has mass m_2 and initial velocity u_2 . After collision, cart 1 has velocity u_1' and cart 2 has velocity u_2' .

$P_1 = m_1 u_1 = 6 \text{ kg m/s}$
 $P_2 = m_2 u_2 = 2 \text{ kg m/s}$
 $P_{\text{total}} = P_1 + P_2 = 8 \text{ kg m/s}$

$P_1' = m_1 u_1' = 2 \text{ kg m/s}$ $P_2' = m_2 u_2' = 1 u_2' = 6 \text{ kg m/s}$

ADD $P_{\text{total}} = P_{\text{total}} \Rightarrow 8 = P_1' + P_2' \Rightarrow$

$8 = 2 + 1 u_2' \Rightarrow u_2' = 6 \text{ m/s}$

$\Delta P_1 = P_1' - P_1 = 2 - 6 = -4 \text{ kg m/s}$ $\text{MCH} \rightarrow \text{CH}$
 $\Delta P_2 = P_2' - P_2 = 6 - 2 = +4 \text{ kg m/s}$ $\text{CH} \rightarrow \text{MCH}$
 $20 + 80 = 100 \rightarrow 10 + 90$

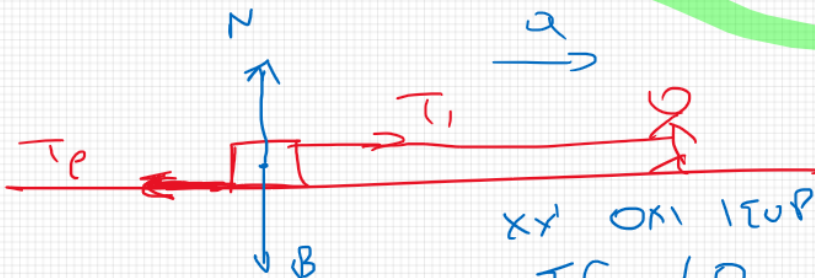
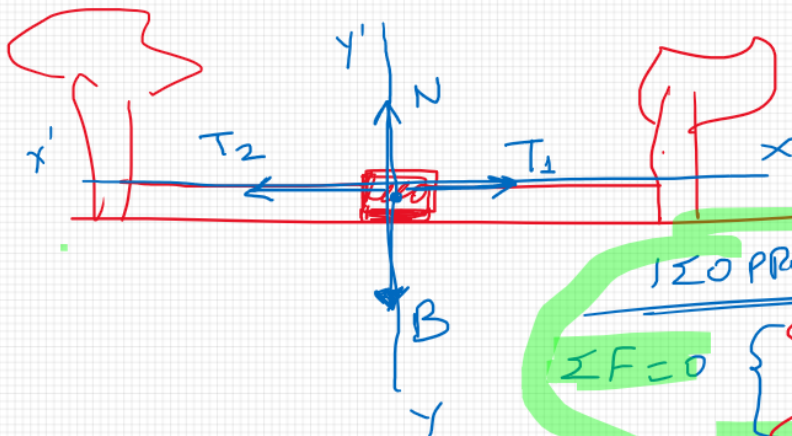
$\phi \text{ of } H$

$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$

$\vec{U}' = \epsilon \gamma \vec{A} \vec{O}$

$\sum F = 0 \Leftrightarrow \vec{U}' = \epsilon \gamma \vec{A} \vec{O}$

ADPANC-1A



$\sum F_x \neq 0$
 $\sum F_y = 0 \Rightarrow N = B$

$m_1 = m_2 = m$
 $u_1 = v$ $u_2 = 0$

ΕΛΑΣΤΙΚΗ

ΑΔΟ $P_{\text{μπαν}} = P_{\text{μετα}}$
 $m u_1 + m \cdot 0 = m u_1' + m u_2' \Rightarrow$
 $u_1 = u_1' + u_2' \quad (1)$

ΑΔΕ $k_1 + k_2 = k_1' + k_2' \Rightarrow \frac{1}{2} m u_1^2 + 0 =$
 $= \frac{1}{2} m u_1'^2 + \frac{1}{2} m u_2'^2 \Rightarrow u_1^2 = u_1'^2 + u_2'^2 \quad (2)$
 $(u_1' + u_2')^2 = u_1'^2 + u_2'^2 \Rightarrow \cancel{u_1'^2} + 2u_1' u_2' + \cancel{u_2'^2} =$
 $\cancel{u_1'^2} + \cancel{u_2'^2}$
 $\Rightarrow 2u_1' u_2' = 0 \Rightarrow$

$u_1' = 0$
 $u_2' = 0$ ΑΠΟΡ.

$u_1' = 0 \quad (1) \quad u_2' = u_1$ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗ
 ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24 m/s . Αν η μπάλα έχει μάζα $0,5 \text{ kg}$ και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι $0,03 \text{ s}$, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

$u_1 = 0$
 $u_1' = 24 \text{ m/s}$
 $m = 0,5 \text{ kg}$
 $\Delta t = 0,03 \text{ s}$

$P_1 = m u_1 = 0$

$P_1' = m u_1' = 0,5 \cdot 24 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \quad F = ?$

$\Delta P = P_1' - P_1 = 12 - 0 = +12 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ΑΥΞΗΣΗ}$

$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{12}{0,03} \text{ N} = \underline{\underline{4000 \text{ N}}}$ { $\frac{4000}{10} \text{ kg}$
 400 kg

4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξίπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι $m = 90 \text{ kg}$, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Πόση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο;

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$m = 90 \text{ kg}$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = ?$

$\sum F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = B = m g \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 90 \cdot 10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = 900 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_1' - P_1}{\Delta t} = \frac{m u_1' - 0}{\Delta t} \Rightarrow$

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = m \frac{u_1}{\Delta t} \Rightarrow 900 = 90 \cdot \frac{u_1}{1} \Rightarrow \underline{\underline{u_1 = 10 \text{ m/s}}}$
 36 km/h

2. Πόση είναι η δύναμη που ασκείται στον Boeing 747, αν μετά από 3,6 s το αεροπλάνο προωθήθηκε με ταχύτητα $u = 216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ και εκτοξευτείται μετά από χρόνο $t = 1,20 \text{ s}$.
(Η μάζα του Boeing είναι περίπου 10^5 kg)

$$\begin{aligned} \Delta t &= 1,20 \text{ s} & u &= 216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow u_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ m &= 10^5 \text{ kg} & & u_2 = 0 \\ P_1 &= m \cdot u_1 \Rightarrow P_1 = 60 \cdot 10^5 \text{ kg m/s} \\ P_2 &= m \cdot 0 \Rightarrow P_2 = 0 \\ \Delta P &= P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = 0 - 60 \cdot 10^5 \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \\ \Delta P &= -6 \cdot 10^6 \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \\ \bar{F} &= \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-6 \cdot 10^6}{1,2} \text{ N} = -50.000 \text{ N} \end{aligned}$$

3. Ένας ποδοσφαιριστής κινείται μία ακόμη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24 m/s . Αν η μπάλα έχει μάζα $0,5 \text{ kg}$ και η διάρκεια της επαφής του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι $0,03 \text{ s}$, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκείται στην μπάλα;

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 & u_2 &= 24 \text{ m/s} & m &= 0,5 \text{ kg} & t &= 0,03 \text{ s} \\ \Sigma F &= \bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{m u_2 - m u_1}{\Delta t} \\ &= \frac{0,5 \cdot 24}{0,03} \text{ N} = \frac{12 \text{ N}}{0,03} = \frac{1200}{3} \text{ N} = 400 \text{ N} \\ &= \frac{400}{10} = 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

4. Ένας αερόπτερος εφαρμόζει το δυνάμειο και πέφτει με το αερόπτερο που να μην έχει οριζόντια ταχύτητα. Αν η διάρκεια του πέλου είναι $t = 0,03 \text{ s}$, ποια ταχύτητα αποκτά μετά από αυτό ένα δυνάμειο;

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{\Delta t} &= \Sigma F = B = m g = 900 \text{ N} \\ \Sigma F &= \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow 900 = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} \Rightarrow \\ \frac{m \cdot u_2 - 0}{\Delta t} &= 900 \Rightarrow 9 \cdot u_2 = 900 \Rightarrow u_2 = 10 \text{ m/s} \\ F_{\text{Aer. Rep}} &= -\frac{B}{2} \cdot u \\ &= -\frac{900}{2} \cdot 10 = -4500 \text{ N} \end{aligned}$$

5. Μία μπάλα μάζας $0,5 \text{ kg}$ αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος, ώστε να φτάσει στο έδαφος με ταχύτητα $u = 216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Η μπάλα αποτελεί κατασκευασμένη με ταχύτητα $u = 216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, αφού πέσει 0' επαφή με το έδαφος για χρόνο $\Delta t = 0,25 \text{ s}$.
Α. Τι μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt .
Β. Τι μέση δύναμη που δέχεται η μπάλα.

$$\begin{aligned} P_1 &= m u_1 = 15 \text{ kg m/s} \\ P_2 &= -m u_2 = -5 \text{ kg m/s} \\ \Delta P &= P_2 - P_1 = -5 - 15 \text{ kg m/s} = -20 \text{ kg m/s} \\ \bar{F} &= \Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{-20}{0,25} \text{ N} = -80 \text{ N} \end{aligned}$$

6. Ένα σφαίροειδές Μανωλά ξεκινά από την κορυφή και αποκτά ταχύτητα $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ αφού πέσει από ύψος $h = 1 \text{ m}$. Αν η μάζα του σφαίροειδούς είναι $0,005 \text{ kg}$, ποια είναι η μέση δύναμη που ασκείται στην μπάλα.
Α. Τι μεταβολή της ορμής του σφαίροειδούς.
Β. Τι δύναμη που ασκείται στο σφαίροειδές από την μπάλα κατά τη διάρκεια Δt .

$$\begin{aligned} P_1 &= m u_1 \Rightarrow P_1 = 0 \\ P_2 &= m u_2 \Rightarrow P_2 = 40.000 \text{ kg m/s} \\ \Delta P &= P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = 40.000 \text{ kg m/s} \\ \Sigma F &= \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{40.000}{5} \text{ N} = 8.000 \text{ N} \end{aligned}$$

7. Κατά τη διάρκεια μιας αστραπιαίας σύγκρουσης δύο αυτοκινήτων 500 kg, τα οποία κινούνται με ταχύτητα 17 m/s . Οι ταχύτητες των αυτοκινήτων μετά τη σύγκρουση είναι 17 m/s και 17 m/s .
Α. Ποια είναι η μεταβολή της ορμής των αυτοκινήτων κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.
Β. Ποια είναι η μέση δύναμη που ασκείται από τις σφαίρες της βροχής στο αυτοκίνητο.

$$\begin{aligned} \Sigma F &= P_1 = m \cdot u_1 \Rightarrow P_1 = 3 \cdot 10^5 \cdot 17 \text{ kg m/s} \Rightarrow P_1 = 51 \cdot 10^5 \text{ kg m/s} \\ P_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = -51 \cdot 10^5 \text{ kg m/s} \\ \bar{F}_1 &= \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F}_1 = \frac{-51 \cdot 10^5}{5} \text{ N} = -102 \cdot 10^5 \text{ N} \\ \bar{F}_2 &= f \cdot \Delta P \Rightarrow \bar{F}_2 = 5 \cdot 10^5 \cdot (-51 \cdot 10^5) \text{ N} \\ \bar{F}_2 &= -255 \cdot 10^5 \text{ N} = -255 \text{ N} \end{aligned}$$

Θεωρούμε $t = 1 \text{ s} \Rightarrow N = 500 \text{ N}$.

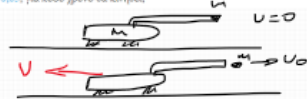
$$F_1 = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-51 \cdot 10^5}{1} \text{ N} = -51 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$F_2 = 500 \text{ N} = -0,255 \text{ N}$$

*11. Από ασήκτο παρβόλο, του οποίου η μάζα είναι $M = 1.000 \text{ kg}$, εκτοξεύεται βέλος μάζας $m = 1 \text{ kg}$ με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = 1.000 \text{ m/s}$.

A. Πόση ταχύτητα αποκτά το παρβόλο μετά την εκτοξευση βέλους;
B. Αν το παρβόλο έχει με το άσπλο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,05$, για πόσο χρόνο θα κινηθεί;

ΠΡ:Ν
ΜΕ:ΤΑ



$$M = 1000 \text{ kg} \quad u = 0$$

$$m = 1 \text{ kg} \quad u_0 = 1000 \text{ m/s}$$

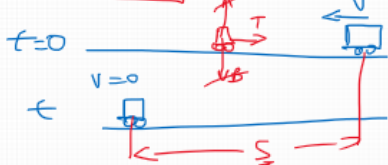
$$V = ? \quad t = ?$$

$$V = 0$$

ΑΔΟ ΠΡ:Ν - ΜΕ:ΤΑ $P_{0, \text{ΠΡ:Ν}} = P_{0, \text{ΜΕ:ΤΑ}} \Rightarrow$

$$0 + 0 = m u_0 - M \cdot V \Rightarrow V = \frac{m u_0}{M} \Rightarrow V = \frac{1 \cdot 1000}{1000} \text{ m/s}$$

$$V = 1 \text{ m/s}$$



ΚΧ' Κ. ΝΙΤΕΙΤ
ΥΥ' ΑΙΚΙΝ. $\Sigma F_y = 0$
 $N = B \Rightarrow N = 10^4 \text{ N}$
 $T = f \cdot N \Rightarrow T = 500 \text{ N}$

ΘΜΚΕ $\Sigma W_F = \Delta K$

$$W_T + W_N + W_B = K_{\text{ΤΕΛ}} - K_{\text{ΑΡΧ}} \Rightarrow f \cdot T \cdot S = \frac{1}{2} M V^2$$

$$\Rightarrow 500 S = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 1^2 \Rightarrow S = 1 \text{ m}$$

$$S = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{T}{m} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$1 = 1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} t^2 \Rightarrow 4 = 4t - t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t - 2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ
ΑΔΟ, ΑΔΜΕ, ΘΜΚΕ

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΑ
Ε.Ο.Κ., Γ.Ο.Κ., Γ.Ο.Κ., Γ.Ο.Κ., Γ.Ο.Κ.

$$T = f \cdot N \Rightarrow T = 500 \text{ N} \quad \Sigma F = m \cdot a \Rightarrow T = M \cdot a \Rightarrow$$

$$500 = 1000 a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

$$u = u_0 - a t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{1}{2} t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -T = \frac{P_2 - P_1}{t} \Rightarrow$$

$$-500 = \frac{0 - 1000}{t} \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$t_{\text{stop}} = 0$$

*12. Δύο σώματα $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $u_1 = 10 \text{ m/s}$ και $u_2 = 6 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.

A. Να βρείτε την ορμή του συστήματος m_1, m_2 στην κατάσταση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.

B. Υποθέστε, πως ενώ τα σώματα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται ελαστικά. Πόσα νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συστήματος μετά τη σύγκρουση;

$$m_1 = 2 \text{ kg} \quad u_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$m_2 = 4 \text{ kg} \quad u_2 = 6 \text{ m/s}$$

$$u_1' = ? \quad u_2' = ?$$

$$P_0 = P_1 + P_2 \Rightarrow P_0 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \Rightarrow P_0 = 44 \text{ kg m/s}$$

$$P_0' = P_1 + P_2' \Rightarrow P_0' = m_1 u_1' + m_2 u_2' \Rightarrow P_0' = -4 \text{ kg m/s}$$



$$\text{ΑΔΟ} \quad P_{0, \text{ΠΡ:Ν}} = P_{0, \text{ΜΕ:ΤΑ}} \Rightarrow$$

$$m_1 u_1 - m_2 u_2' = (m_1 + m_2) \cdot V$$

$$20 - 24 = 6 \cdot V \Rightarrow V = -\frac{4}{6} \text{ m/s}$$

$$V = -\frac{2}{3} \text{ m/s} \Rightarrow V = -0,67 \text{ m/s}$$

∴ Στοιαινε ότι $\vec{V}$ $\hat{=}$ $\vec{P}_{0, \text{ΤΕΛ}}$ $\hat{=}$ $\vec{P}_{0, \text{ΑΡΧ}}$ $\hat{=}$ $\vec{P}_{0, \text{ΠΡ:Ν}}$ $\hat{=}$ $\vec{P}_{0, \text{ΜΕ:ΤΑ}}$

$$T_r + W = F_k \Rightarrow T_r + W = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(T_r + W)R}{m}} \Rightarrow$$

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_B - W = \frac{m v^2}{R} = 0$$

$$U = \sqrt{\frac{(T_B - w)R}{1 + \dots}}$$

$$T_{Bmin} \in W$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$f = \frac{1}{60} \text{ Hz}$$

a. $N=j$ $t=3.6005$

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow N = f \cdot t \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{60} \cdot 3600 \text{ s} \Rightarrow \boxed{N = 60 \text{ s}}$$

②. $U = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 0.6 \cdot \frac{1}{60} = 0.0628 \text{ m/s}$

f. $S = \dots$ $t = 3.600s$

$$v = 628 \text{ m/s}$$

$$U = \frac{s}{t} \Rightarrow s = U \cdot t \Rightarrow s = 62,8 \cdot 3.600 \text{ m} = 226080 \text{ m}$$

$$S = 226,08 \text{ km}$$

Σ. m = 600 kg $\frac{LS=2}{T_{OL}=}$

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_{\text{or}} = F_k \Rightarrow$$

$$T_{\Omega} = \frac{m u^2}{r} \Rightarrow T_{\Omega} = \frac{600 \cdot (67.8)^2}{r}$$

$$T_{\text{tot}} = 4.000 \text{ N}$$

$$T_{\text{el}} \leq T_{02} = \mu \cdot N.$$

ΤΡΟΧΟΣ

- $r = 0,5 \text{ m}$

- $f_T = 5 \text{ Hz}$

- $U_{TP} = 20 \text{ V}_{FF} \Rightarrow$

$$\sqrt{U_{TP}} = 5 \text{ m/s}$$

76.14.11. $U_n = 5 \text{ m/s}$ $R = 50 \text{ m}$ $\alpha.t = 20 \text{ s}$, β , $m = 100 \text{ kg}$, γ , $F = 2000 \text{ N}$

$$U_n = 2nR \cdot E_0 - p \cdot E_0 - U_n$$

$$\frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\epsilon_d} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} = \frac{1}{2nr} \Rightarrow D$$

$$f_n = \frac{50}{2 \cdot 50} \Rightarrow f_n = 0,05 \text{ Hz} = \frac{1}{20} \text{ Hz} \rightarrow \boxed{T_n = 20 \text{ s}}$$

$$B. \left[F_c = \frac{mv^2}{r} \right] = p \quad 500 = m \cdot \frac{(50)^2}{50} \Rightarrow m = \frac{500 \cdot 50}{2500} = 10 \text{ kg}$$

$m = 100 \text{ kg}$

$$\text{f) } v_n' = 2v_n = 100 \text{ m/s}$$

$$F_k' = \frac{m(k)^2}{R} = 4F_k$$

$$F_k' = \frac{mv_n^2}{R} = \frac{100 \cdot (100)^2}{50} \text{ N} = 2.000 \text{ N}$$

$$T_m = 20 \text{ s} \Rightarrow F_m = \frac{1}{20} \text{ Hz}$$

$$v = 0,3 \text{ m}$$

$$r = 0,3 \text{ m}$$

$$V_m = \mathbb{Z} \cap P, G_m = D$$

$$a. U_T = \frac{192n}{20} \text{ m/s} = 2n \cdot f_{TP} = p$$

$$f_{TP} = \frac{1920}{20} \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f_{TP} = 96 \text{ Hz}} \quad \boxed{U_m = \frac{1920}{20} \text{ m/s}}$$

8. $f_m = \frac{N}{T} \Rightarrow N = f_m \cdot t \Rightarrow N = \frac{1}{20} \cdot 120 = 6$

γ. $N_{TP} =$ $t = 120s$ $N = 6540 \text{ PES}$

$$f_{TP} = \frac{N_{TP}}{T} \Rightarrow N_{TP} = 16.120 \text{ c} \Rightarrow$$

$$N_{TP} = 19200$$