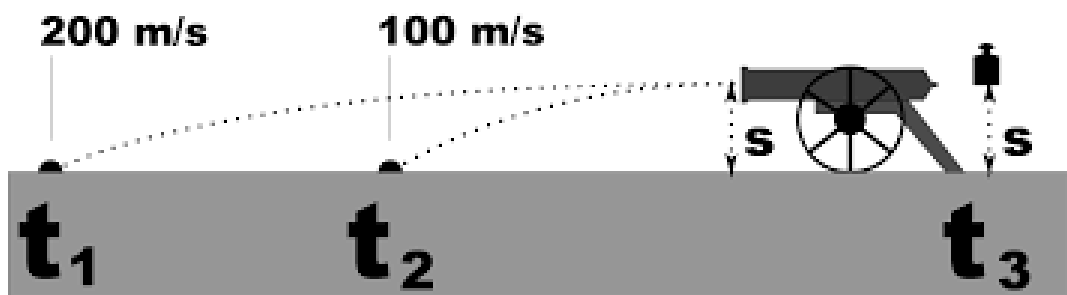


οριζόντια βολή



1. Οριζόντια βολή

Ερωτήσεις Θεωρίας

Τι είναι η ελεύθερη πτώση:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί κοντά στην επιφάνεια της Γης χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με την επιτάχυνση της βαρύτητας, g . Αν για $t=0$, είναι $v_0=0$ και $y_0=0$ τότε οι εξισώσεις ταχύτητας και θέσης είναι:

$$v=gt \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

Τι είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, g :

Κάθε σώμα όταν πέφτει ελεύθερα από χαμηλό ύψος έχει σταθερή επιτάχυνση g , ανεξάρτητη από τη μάζα του. Η τιμή του g εξαρτάται από τη μάζα της Γης, αυξάνεται όσο μειώνεται το υψόμετρο, και επηρεάζεται από το γεωγραφικό πλάτος. Κοντά στην επιφάνεια της Γης έχει, στον ισημερινό τιμή $g_{\sigma}=9,78\text{m/s}^2$ ενώ στους πόλους $g_{\pi}=9,83\text{m/s}^2$. Σε γεωγραφικό πλάτος 45° είναι $g=9,81\text{m/s}^2$.

Τι είναι η κατακόρυφη βολή προς τα κάτω:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα που ρίχνεται με αρχική ταχύτητα v_0 κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω, κοντά στην επιφάνεια της Γης, χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με g .

Οι εξισώσεις της κατακόρυφης βολής προς τα κάτω: $v=v_0 + gt$ και $y=v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

Τι είναι η κατακόρυφη βολή προς τα πάνω:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα που ρίχνεται με αρχική ταχύτητα v_0 κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω, κοντά στην επιφάνεια της Γης, χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με $|a|=g$.

Οι εξισώσεις της κατακόρυφης βολής προς τα πάνω: $v=v_0 - gt$ και $y=v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

Ο χρόνος ανόδου στο μέγιστο ύψος ($v=0$): $t_{av} = \frac{v_0}{g}$

Μέγιστο ύψος: $y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$

Χρόνος επιστροφής στο σημείο βολής ($y=0$): $t_{\omega\lambda} = \frac{2v_0}{g}$

Ταχύτητα επιστροφής στο σημείο βολής: $v = v_0 - gt_{\omega\lambda} \rightarrow v = -v_0$

Τι λέει η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων (αρχή της επαλληλίας)

Όταν ένα κινητό μετέχει ταυτόχρονα σε πολλές κινήσεις, τότε η κάθε μια από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες. Η θέση στην οποία φτάνει το κινητό σε χρόνο t είναι ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε εκτελούνται διαδοχικά αλλά σε χρόνο t η κάθε μία.

Η μετατόπιση του κινητού σε ορισμένο χρονικό διάστημα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των μετατοπίσεων που οφείλονται στις επιμέρους κινήσεις.

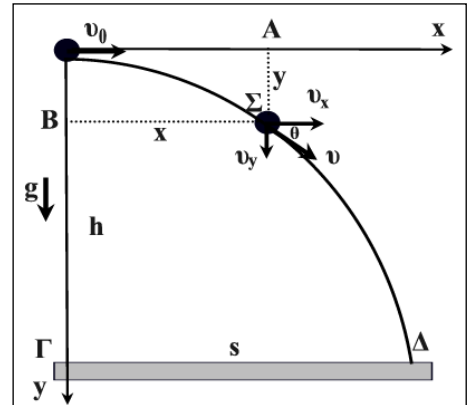
Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του κινητού κάθε χρονική στιγμή ισούνται με το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων που οφείλονται στις επιμέρους κινήσεις.

Τι είναι η οριζόντια βολή;

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα το οποίο βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα v_0 από σημείο κοντά στην επιφάνεια της Γης, αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα.

Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση. Το σώμα μετέχει ταυτόχρονα δύο κινήσεων. Η μια είναι ευθύγραμμη και ομαλή με την αρχική ταχύτητα v_0 σε οριζόντια διεύθυνση. Η άλλη είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g χωρίς αρχική ταχύτητα σε κατακόρυφη διεύθυνση (ελεύθερη πτώση).

Το σώμα θα βρεθεί σε μια θέση Σ μετά από χρόνο t από τη στιγμή που βλήθηκε. Στην ίδια θέση θα βρεθεί αν κάνει πρώτα μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με v_0 και βρεθεί στη θέση A μετά από χρόνο t και μετά μια ελεύθερη πτώση επί χρόνο t και βρεθεί τελικά στο Σ .



Η μελέτη της οριζόντια βολής:

Για τη μελέτη θεωρούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αναφοράς με ένα άξονα Ox οριζόντιο και ένα Oy κατακόρυφο. Ως αρχή O του συστήματος (Ox, Oy) θεωρούμε το σημείο βολής.

Στον άξονα Ox : (ευθύγραμμη ομαλή, $a_x=0$)

$$v_x=v_0, \quad (1) \quad x=v_0 \cdot t \quad (2)$$

Στον άξονα Oy : (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με $a_y=g$)

$$v_y=g \cdot t, \quad (3) \quad y=\frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

Με τη χρήση των 4 εξισώσεων μπορούμε να βρούμε οποιοδήποτε κινηματικό μέγεθος θέλουμε σε οποιοδήποτε σημείο της τροχιάς, αρκεί να γνωρίζουμε, εκτός των v_0 και g , ένα ακόμα μέγεθος, πχ, t , v_y , $\vec{v}$, x , y .

Η ταχύτητα κάθε χρονική στιγμή είναι: $\vec{v}=\vec{v}_x+\vec{v}_y$

με μέτρο
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \quad (5)$$

και κατεύθυνση θ
$$\epsilon\phi\theta=\frac{v_y}{v_x} \quad (6)$$

Βασικό πρόβλημα οριζόντιας βολής.

Το σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Προσγειώνεται στο σημείο Δ μετά από χρόνο t και σε οριζόντια απόσταση s (βεληνεκές) με ταχύτητα v . Να υπολογιστούν τα t , s , $\vec{v}$. Δίνεται το g .

Στο σημείο προσεδάφισης Δ έχει $y=h$. Άρα από: $y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Το βεληνεκές s είναι η οριζόντια απόσταση του ίχνους Γ της καθέτου από το σημείο O προς το έδαφος και του σημείου προσεδάφισης, Δ . Δηλαδή $s=x_\Delta = (\Gamma\Delta)$

Από $x=v_0t \rightarrow s=v_0t \rightarrow s=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

Στο Δ το σώμα έχει δύο ταχύτητες με μέτρα: $v_x=v_0$ και $v_y=gt$

Η ολική ταχύτητα στο Δ έχει μέτρο: $v_\Delta = \sqrt{v_{x,\Delta}^2 + v_{y,\Delta}^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2} \rightarrow v_\Delta = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

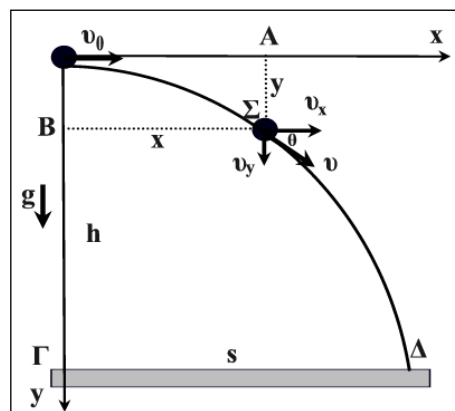
Η ταχύτητα $\vec{v}$ σχηματίζει γωνία θ με το έδαφος: $\epsilon\phi\theta = \frac{v_{y,\Delta}}{v_{x,\Delta}} \rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{gt}{v_0}$

Ποια είναι η μορφή της καμπύλης που διαγράφει το σώμα στην οριζόντια βολή;

Για να το ανακαλύψουμε πρέπει να κατασκευάσουμε την εξίσωση της τροχιάς και να δούμε τη μορφή της. Για αν γίνει αυτό απαλείφουμε το χρόνο t μεταξύ των εξισώσεων $x=v_0t$ και $y = \frac{1}{2}gt^2$.

Άρα $t = \frac{x}{v_0}$ και $y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

Η σχέση αυτή είναι δευτέρου βαθμού ως προς x και συνεπώς παριστά **παραβολή** ($y=\lambda x^2$).



Προσοχή:

1. Ο χρόνος, $t = \sqrt{2h/g}$, που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος δεν εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα v_0 . Εξαρτάται από το g και το ύψος βολής h .
2. Το βεληνεκές είναι ανάλογο του χρόνου βολής t και της αρχικής ταχύτητας, v_0 . Άρα επηρεάζεται και από το ύψος, h .
3. Το μέτρο της ταχύτητας προσεδάφισης μπορεί να υπολογιστεί και από την ΑΔΜΕ $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$.
4. Σε κάθε οριζόντια βολή γράφε όλες τις εξισώσεις (6) και ψάχνε να βρεις πρώτα το χρόνο t πτώσης. Τα δεδομένα σου δείχνουν σε ποια εξίσωση να πας πρώτα. Μετά όλα είναι εύκολα.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A.1.1 Η οριζόντια βολή

- α. είναι μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
- β. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλή κίνηση και μια ελεύθερη πτώση
- γ. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλή κίνηση και μια κατακόρυφη βολή προς τα κάτω
- δ. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλά επιταχύνουσα κίνηση και μια ελεύθερη πτώση

A.1.2 Σύμφωνα με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων (αρχή της επαλληλίας) όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις

- α. Η συνολική μετατόπιση ισούται με το άθροισμα των απόλυτων τιμών των μετατοπίσεων λόγω των επιμέρους κινήσεων
- β. Η κάθε κίνηση εκτελείται σε άμεση και διαρκή εξάρτηση από την άλλη
- γ. Η θέση στην οποία φτάνει το σώμα σε χρόνο t , είναι ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται μαζί είτε εκτελούνται χωριστά στον ίδιο χρόνο t ή κάθε μία.
- δ. η ταχύτητα μετά χρόνο t ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των ταχυτήτων που αποκτά το σώμα λόγω των επιμέρους κινήσεων.

A.1.3 Στην οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας, η τροχιά του σώματος είναι:

- α. οριζόντια και ευθύγραμμη
- β. κατακόρυφη και ευθύγραμμη
- γ. τυχαία καμπύλη
- δ. παραβολική.

A.1.4 Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι κίνηση που πραγματοποιείται σε

- α. κατακόρυφο επίπεδο
- β. οριζόντιο άξονα
- γ. κατακόρυφο άξονα
- δ. οριζόντιο επίπεδο

A.1.5 Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις οι οποίες είναι:

- α. ομαλά επιταχυνόμενες σε κάθε άξονα.
- β. ομαλή στον οριζόντιο άξονα και ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο.
- γ. ομαλή και στους δύο άξονες.
- δ. ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα και ομαλά επιβραδυνόμενη στον οριζόντιο.

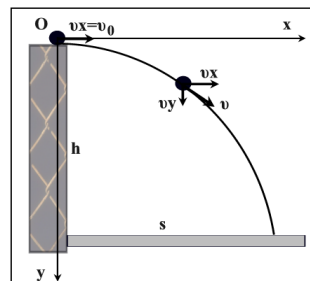
A.1.6 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

- α. ανάλογος του ύψους h .
- β. ανεξάρτητος της τιμής του g .
- γ. ανάλογος της v_0
- δ. ανεξάρτητος της v_0 .

A.1.7 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Το βεληνεκές, s , είναι:

- α. ανάλογο της v_0 .
- β. ανεξάρτητο του ύψους h .
- γ. ανεξάρτητο της v_0 .
- δ. ανεξάρτητο του g .

A.1.8 Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα σ_1 και ταυτόχρονα βάλλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα σ_2 με αρχική



ταχύτητα u_0 . Η σ_1 κάνει χρόνο t_1 και η σ_2 χρόνο t_2 για να φτάσουν στο έδαφος. Για τους χρόνους ισχύει:

α. $t_1 > t_2$

β. $t_1 = 2t_2$

γ. $t_2 > t_1$

δ. $t_2 = t_1$

A.1.9 Δύο σώματα σ_1 και σ_2 βάλλονται οριζόντια στο κενό από το ίδιο ύψος, h με ταχύτητες $u_{0,1} > u_{0,2}$. Στο έδαφος

α. πρώτο φτάνει το βαρύτερο

β. φτάνουν ταυτόχρονα και με ίδιο βεληνεκές

γ. φτάνουν ταυτόχρονα με το σ_1 να έχει μεγαλύτερο βεληνεκές και μεγαλύτερη ταχύτητα

δ. φτάνουν ταυτόχρονα με το σ_2 να έχει μεγαλύτερο βεληνεκές και μικρότερη ταχύτητα

A.1.10 Από ένα αεροπλάνο που πετά οριζόντια με ταχύτητα, u_0 σε μικρό ύψος h αφήνεται ένα μικρό δέμα που κινείται χωρίς να δέχεται την αντίσταση του αέρα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. Ο πιλότος βλέπει το δέμα συνεχώς στην ίδια κατακόρυφο με το αεροπλάνο

β. Το δέμα κάνει ελεύθερη πτώση

γ. Το δέμα κάνει οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα, u_0

δ. Όταν το δέμα προσγειώνεται το αεροπλάνο έχει διανύσει μεγαλύτερη οριζόντια απόσταση από αυτό.

ε. Ο χρόνος που χρειάζεται το δέμα για αν πέσει στο έδαφος είναι ανεξάρτητος από την ταχύτητα του αεροπλάνου.

A.1.11 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy) και το σώμα δέχεται μόνο τη δύναμη του σταθερού βάρους του. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι συνεχώς ίση με u_0 .

β. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο πτήσης t .

γ. Η επιτάχυνση του σώματος έχει κατεύθυνση εφαπτομένη της τροχιάς του.

δ. Η κινητική ενέργεια αυξάνεται

ε. Η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή

A.1.12 Σώμα βάλλεται στο κενό οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 μέσα στο πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. Η οριζόντια απομάκρυνση x είναι ανάλογη του χρόνου t .

β. Η κατακόρυφη απομάκρυνση y είναι ανάλογη του χρόνου t .

γ. Το βεληνεκές εξαρτάται μόνο από την αρχική ταχύτητα u_0 .

δ. Η κατεύθυνση της ταχύτητα v είναι συνεχώς η ίδια.

ε. Το βεληνεκές εξαρτάται και από το ύψος h της βολής

A1.13 Ποια από τα παρακάτω μεγέθη μένουν σταθερά κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής στο κενό από μικρό σχετικά ύψος;

α. η επιτάχυνση

β. η ταχύτητα

γ. η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας

δ. η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας

ε. η μηχανική ενέργεια

A1.14 Σώμα κάνει οριζόντια βολή στο κενό από σχετικά μικρό ύψος. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Στο σημείο εκκίνησης η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι παράλληλες.
- β. Η κατακόρυφη απομάκρυνση από την αφετηρία είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
- γ. Η οριζόντια απομάκρυνση από την αφετηρία είναι ανάλογη του χρόνου.
- δ. Η επιτάχυνση είναι σταθερή
- ε. Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο διατηρείται σταθερή.

A1.15 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα Α και ταυτόχρονα βάλλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα Β μεγαλύτερης μάζας με αρχική ταχύτητα u_0 . Οι κινήσεις γίνονται στο κενό. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Οι σφαίρες πέφτουν με τις ίδιες επιταχύνσεις
- β. Οι σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος
- γ. Πρώτα φτάνει στο έδαφος η βαρύτερη σφαίρα
- δ. Οι κατακόρυφες συνιστώσες των ταχυτήτων των δύο σφαιρών είναι κάθε στιγμή ίσες
- ε. Οι σφαίρες έχουν κάθε στιγμή την ίδια κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος

A.1.16 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα, u_0 , τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Καθώς το σώμα πέφτει σε κάθε χρονική στιγμή t

- α. η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου t .
- β. η κατακόρυφη απομάκρυνση y είναι ανάλογη του t^2
- γ. η οριζόντια απομάκρυνση x είναι ανάλογη του t
- δ. η ταχύτητά του έχει σταθερή διεύθυνση
- ε. η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.

A.1.17 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα, u_0 τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Καθώς το σώμα πέφτει

- α. Η τροχιά που διαγράφει είναι παραβολική.
- β. Η γωνία κλίσης της ταχύτητας σε σχέση με το κατακόρυφο επίπεδο αυξάνεται.
- γ. Η κινητική ενέργεια αυξάνεται και η δυναμική ενέργεια μειώνεται
- δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι θετικός και ανάλογος του χρόνου, t
- ε. Η μηχανική ενέργεια του σώματος μειώνεται

A1.18 Μέσα σε τρένο που κινείται με σταθερή ταχύτητα, ο Μίμης στέκεται όρθιος και κρατάει μια μπάλα. Κάποια στιγμή την αφήνει να πέσει χωρίς αρχική ταχύτητα (ως προς το τρένο) πάνω ακριβώς από τις μύτες των ποδιών του. Η μπάλα θα συναντήσει το πάτωμα του τρένου

- α. πίσω από τα πόδια του Μίμη
- β. μπροστά από τα πόδια του Μίμη
- γ. ακριβώς στα πόδια του Μίμη.
- δ. κάπου που εξαρτάται από την τιμή της ταχύτητας του τρένου.

A.1.19 Κατά τη διάρκεια μιας οριζόντιας βολής στο κενό μένουν σταθερά

- α. η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας
- β. η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας
- γ. η ταχύτητα
- δ. η οριζόντια απόσταση x από το σημείο βολής

A.1.20 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από μικρό ύψος. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

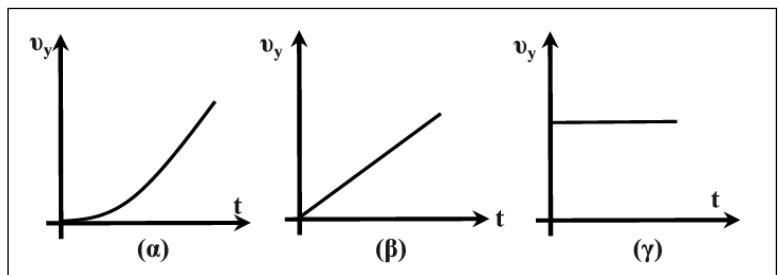
- α. Το μέτρο της ταχύτητας διατηρείται σταθερό
- β. Η μηχανική ενέργεια αυξάνεται
- γ. Η γωνία μεταξύ της ταχύτητας και της κατακόρυφης συνιστώσας της διατηρείται σταθερή
- δ. Η κινητική ενέργεια αυξάνεται
- ε. Η επιτάχυνση διατηρείται σταθερή

A.1.21 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από μικρό ύψος, h με αρχική ταχύτητα v_0 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

Η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) όταν φτάνει στο έδαφος είναι

- α. ανάλογη της αρχικής ταχύτητας
- β. ανεξάρτητη του ύψους της βολής, h .
- γ. ανάλογη του ύψους h .
- δ. ανάλογη του $\sqrt{h}$.
- ε. ανεξάρτητη της επιτάχυνσης της βαρύτητας g .

A.1.22 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από μικρό ύψος, h με αρχική ταχύτητα v_0 . Ποιο από τα διαγράμματα που ακολουθούν παριστάνει την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας v_y σε συνάρτηση με το χρόνο, t ;

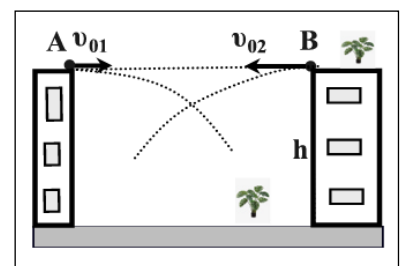


A1.23 Δύο σώματα βάλλονται από το ίδιο ύψος οριζόντια στο κενό την ίδια χρονική στιγμή. Το σώμα A με αρχική ταχύτητα v_0 και το σώμα B με $2v_0$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Και τα δύο φτάνουν στο έδαφος με την ίδια ταχύτητα
- β. Και τα δύο φτάνουν στο έδαφος στον ίδιο χρόνο.
- γ. Το σώμα B κάνει διπλάσιο βεληνεκές από το A
- δ. Το σώμα B έχει κάθε στιγμή διπλάσια κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας από το σώμα A
- ε. Το σώμα B έχει κάθε στιγμή διπλάσια οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας από το σώμα A

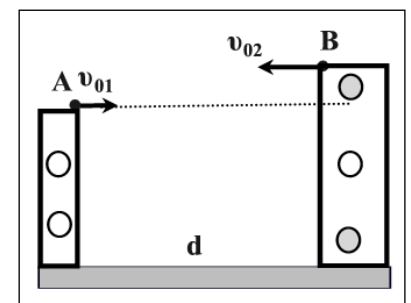
► **A.1.24** Από τα σημεία A και B της ταράτσας δύο κτιρίων ίδιου ύψους βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα. Αν οι τροχιές τους τέμνονται, τότε τα σώματα

- α. μπορούν να συναντηθούν αν ριχτούν με κατάλληλες ταχύτητες
- β. είναι αδύνατον να συναντηθούν.
- γ. θα συναντηθούν μόνο στην περίπτωση που έχουν αρχικές ταχύτητες ίσου μέτρου.
- δ. θα συναντηθούν



► **A.1.25** Από τα σημεία A και B της ταράτσας δύο κτιρίων διαφορετικού ύψους βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα. Αν οι τροχιές τους τέμνονται, τότε τα σώματα

- α. θα συναντηθούν
- β. είναι αδύνατον να συναντηθούν.
- γ. είναι αδύνατον να συναντηθούν παρά μόνο στην περίπτωση που έχουν αρχικές ταχύτητες ίσου μέτρου.
- δ. μπορούν να συναντηθούν αν ριχτούν με κατάλληλες ταχύτητες



ΘΕΜΑΤΑ Β

B.1.1 Μια σφαίρα βάλλεται από την αρχή Ο του συστήματος αξόνων xOy, οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 . Κάποια χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες της σφαίρας είναι $x=600\text{m}$ και $y=500\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αρχική ταχύτητα είναι

α. $v_0=60\text{m/s}$

β. $v_0=100\text{m/s}$

γ. $v_0=600\text{m/s}$

δ. $v_0=20\text{m/s}$

B.1.2 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή t είναι:

α. $v=\sqrt{v_0^2+gt}$

β. $v=v_0$,

γ. $v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$

δ. $v<v_0$

B.1.3 Σε μια οριζόντια βολή από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 , χωρίς αντιστάσεις από τον αέρα, η ταχύτητα, v με την οποία το σώμα προσγειώνεται σε οριζόντιο έδαφος είναι

α. $v=\sqrt{v_0^2+2gh}$

β. $v=v_0$

γ. $v=\sqrt{2gh}$

δ. $v=\sqrt{v_0^2-2gh}$

B.1.4 Από την ταράτσα κτιρίου ύψους h βάλλεται οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα v_0 . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα γίνει ίσο με $2v_0$, μετά από χρόνο

α. $\Delta t = v_0 \frac{\sqrt{3}}{g}$

β. $\Delta t = 2v_0 \frac{\sqrt{3}}{g}$

γ. $\Delta t = v_0 \frac{\sqrt{2}}{g}$

δ. $\Delta t = 3v_0 \frac{\sqrt{2}}{g}$

B.1.5 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα v_0 . Το σώμα προσγειώνεται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου και τότε ισχύει:

α. $h=2v_0^2/3g$

β. $h=v_0^2/2g$

γ. $h=3v_0^2/2g$

δ. $h=v_0^2/3g$

B.1.6 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g. Σε μια τυχαία χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες του είναι x και y στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Η σχέση των x και y είναι:

α. $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

β. $y = \frac{gx^2}{4v_0^2}$

γ. $y = \frac{gx^2}{v_0^2}$

δ. $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

B.1.7 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t. Το διάνυσμα της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία θ, ισχύει ότι:

α. $\epsilon\phi\theta = \frac{g}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$

β. $\epsilon\phi\theta = 2 \frac{g}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$

γ. $\epsilon\phi\theta = \frac{1}{v_0} \cdot \sqrt{2gh}$

B.1.8 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος βάλλουμε οριζόντια δύο σφαίρες s_1 και s_2 με αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$ αντιστοίχως. Η s_1 κάνει χρόνο t_1 να φτάσει στο έδαφος και βεληνεκές s_1 ενώ η s_2 κάνει χρόνο t_2 και βεληνεκές s_2 και γι αυτά τα στοιχεία ισχύει

α. $t_1=t_2$ & $s_1=s_2$

β. $t_1=t_2$ & $s_2=2s_1$

γ. $t_1>t_2$ & $s_1>s_2$

δ. $t_1=t_2$ & $s_1=2s_2$

B.1.9 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 βάλλονται ταυτόχρονα οριζόντια με την ίδια αρχική ταχύτητα v_0 από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h_1 και h_2 με $h_1 > h_2$.

- α. Τα σώματα πέφτουν ταυτόχρονα στο έδαφος
- β. Το Σ_1 φτάνει στο έδαφος με μικρότερη ταχύτητα από το Σ_2
- γ. Το Σ_2 πέφτει γρηγορότερα στο έδαφος αλλά κάνει μικρότερο βεληνεκές από το Σ_1 .
- δ. Τα σώματα κάνουν το ίδιο βεληνεκές.

B.1.10 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1, m_2, m_1 > m_2$, βάλλονται οριζόντια στον ίδιο τόπο, το μεν Σ_1 από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 , το δε Σ_2 από ύψος $4h$ με αρχική ταχύτητα $2v_0$. Για τους χρόνους πτήσης και τα βεληνεκή ισχύει:

α. $t_1 = t_2$ και $s_2 = 2s_1$

β. $t_2 = 2t_1$ και $s_2 = 4s_1$

γ. $t_2 = 2t_1$ και $s_2 = 2s_1$

B.1.11 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα σ_1 και ταυτόχρονα βάλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα σ_2 με αρχική ταχύτητα v_0 . Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

- I.** Οι σφαίρες πέφτουν στο έδαφος
- α. ταυτόχρονα.
 - β. σε διαφορετικούς χρόνους με πρώτη τη σ_1 .
 - γ. σε διαφορετικούς χρόνους με πρώτη τη σ_2 .

II. Αν οι σφαίρες προσγειώνονται με ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 ισχύει:

α. $v_1 = v_2$

β. $v_1 > v_2$

γ. $v_1 < v_2$

B.1.12 Μια σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια στο κενό από το ίδιο ύψος, h , ως προς το έδαφος δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$, αντίστοιχα. Αν οι χρόνοι για να φτάσει στο έδαφος είναι t_1 και t_2 και τα βεληνεκή s_1 και s_2 τότε ισχύει:

α. $t_1 = t_2$ και $s_1 = s_2$

β. $t_2 = 2t_1$ και $s_2 = 2s_1$

γ. $t_1 = t_2$ και $s_2 = 2s_1$

δ. $t_1 = 2t_2$ και $s_2 = 2s_1$

B.1.13 Δύο σφαίρες εκτοξεύονται οριζόντια στο κενό με την ίδια αρχική ταχύτητα, v_0 , από ύψη $h_1 = h$ και $h_2 = 16h$ που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Αν τα βεληνεκή είναι s_1 και s_2 τότε η σχέση που τα συνδέει είναι:

α. $s_1 = s_2$

β. $s_1 = 4s_2$

γ. $s_2 = 2s_1$

δ. $s_2 = 4s_1$

B.1.14 Δύο σφαίρες Α και Β εκτοξεύονται οριζόντια στο κενό με αρχικές ταχύτητες, v_A και v_B από ύψη h_1 και h_2 που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Αν τα βεληνεκή είναι ίδια, $s_1 = s_2$ και η σχέση των υψών $\frac{h_1}{h_2} = \frac{9}{4}$ τότε η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων είναι:

α. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{3}$

β. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{9}$

$\frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{4}$

$\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{3}$

B.1.15 Σώμα βάλλεται στο κενό οριζόντια με αρχική ταχύτητα, v_0 . Κάποια στιγμή t που η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι ίσες οι συντεταγμένες του σώματος είναι x και y . Ο λόγος των συντεταγμένων $\frac{x}{y}$ είναι

- α. 2 β. $\frac{1}{2}$ γ. $\frac{1}{4}$ δ. 4

B.1.16 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή t_1 που το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $v=v_0\sqrt{3}$ η οριζόντια μετατόπιση είναι

- α. $x_1 = \frac{v_0^2}{g} \sqrt{2}$ β. $x_1 = \frac{v_0^2}{2g}$ γ. $x_1 = \frac{v_0^2}{4g}$ δ. $x_1 = \frac{2v_0^2}{g}$

B.1.17 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος και όταν προσεδαφίζεται το βεληνεκές είναι s . Κάποια χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε θέση όπου η οριζόντια μετατόπιση είναι s_1 και το ύψος του $h_1 = 15h/16$. Η σχέση που συνδέει τα s και s_1 είναι:

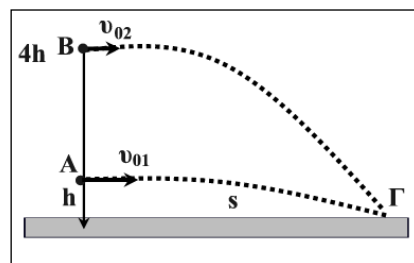
- α. $s = 2s_1$ β. $s = 8s_1$ γ. $s = 4s_1$ δ. $s = 16s_1$

B.1.18 Σώμα όταν εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $h_1 = h$ με αρχική ταχύτητα v_0 , όταν φτάνει στο έδαφος έχει διανύσει οριζόντια απόσταση s . Αν με την ίδια ταχύτητα v_0 διανύει τετραπλάσια οριζόντια απόσταση, πρέπει να βάλλεται από ύψος

- α. $h_2 = 2h$ β. $h_2 = 4h$ γ. $h_2 = 8h$ δ. $h_2 = 16h$

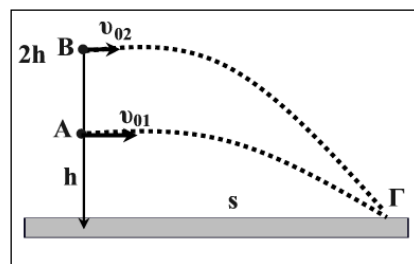
B.1.19 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , βάλλονται οριζόντια από τα σημεία A και B που βρίσκονται σε ύψη $h_1 = h$ και $h_2 = 4h$ με ταχύτητες v_{01} και v_{02} αντιστοίχως. Τα σώματα προσγειώνονται στο ίδιο σημείο, Γ του εδάφους. Η σχέση των αρχικών ταχυτήτων τους είναι:

- α. $v_{01} = v_{02}$ β. $v_{01} = 2v_{02}$ γ. $v_{01} = 4v_{02}$ δ. $v_{01} = \sqrt{2}v_{02}$



B.1.20 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , ίσης μάζας βάλλονται οριζόντια από τα σημεία A και B που βρίσκονται σε ύψη $h_1 = h$ και $h_2 = 2h$ με ταχύτητες v_{01} και v_{02} αντιστοίχως. Τα σώματα προσγειώνονται στο ίδιο σημείο, Γ του εδάφους. Αν η αρχική ταχύτητα του Σ_2 είναι: $v_{02} = \sqrt{gh}$ τότε ο λόγος των κινητικών του ενεργειών όταν προσγειώνονται είναι

- α. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{5}$ β. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}$ γ. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ δ. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{5}$



B.1.21 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική κινητική ενέργεια K_0 από το σημείο O που είναι η αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων. Κάποια χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες της θέσης του είναι x και y με $x=2y$. Η κινητική ενέργεια K εκείνη τη στιγμή θα είναι:

- α. $K = 2K_0$ β. $K = 4K_0$ γ. $K = \sqrt{2}K_0$ δ. $K = \frac{1}{2}K_0$

B.1.22 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Στο σημείο βολής η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από τη δυναμική, $K=2U$. Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το έδαφος. Η σχέση που συνδέει το ύψος h και το βεληνεκές s είναι

- α. $s=2h$ β. $s=2\sqrt{2}h$ γ. $s=4h$ δ. $s=h$

B.1.23 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό. Στο σημείο βολής η δυναμική ενέργεια βαρύτητας είναι ίση με την κινητική, $K=U$. Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το έδαφος. Αν το σώμα βάλλεται από ύψος h και το βεληνεκές είναι d ισχύει

- α. $d=h$ β. $d=2h$ γ. $h=2d$ δ. $h=4d$

B.1.24 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 από το σημείο O που είναι η αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων. Κάποια στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας είναι $v=\sqrt{5}v_0$ οι συντεταγμένες της θέσης του σώματος είναι:

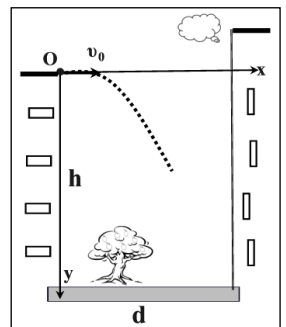
- α. $x=v_0^2/g$ και $y=v_0^2/2g$ β. $x=2v_0^2/g$ και $y=v_0^2/2g$
 γ. $x=v_0^2/g$ και $y=2v_0^2/g$ δ. $x=2v_0^2/g$ και $y=2v_0^2/g$

B.1.25 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια στο κενό από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 και όταν φτάνει στο έδαφος έχει καλύψει οριζόντια απόσταση s . Άλλο σώμα βάλλεται με διπλάσια οριζόντια ταχύτητα και καλύπτει την ίδια οριζόντια απόσταση όταν φτάνει στο έδαφος. Το δεύτερο σώμα εκτοξεύθηκε από ύψος

- α. $h/4$ β. $h/2$ γ. $2h$ δ. $4h$

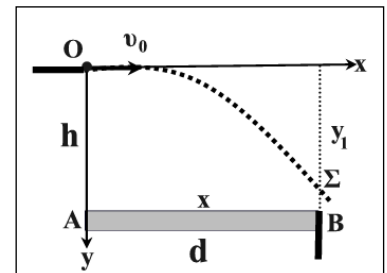
•**B.1.26** Μια πέτρα βάλλεται στο κενό από σημείο O , τη χρονική στιγμή $t=0$ με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Το σημείο O απέχει από το έδαφος απόσταση $h=45\text{m}$ και από τον απέναντι κατακόρυφο τοίχο οριζόντια απόσταση $d=20\text{m}$. Ποια πρόταση είναι η σωστή

- α. Η πέτρα θα πέσει στο οριζόντιο έδαφος τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$.
 β. Η πέτρα θα χτυπήσει στον απέναντι τοίχο τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$ και σε ύψος 20m από το έδαφος.
 γ. Η πέτρα θα χτυπήσει στη βάση του απέναντι τοίχου τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$.
 δ. Η πέτρα θα χτυπήσει στον απέναντι τοίχο τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$ και σε ύψος 25m από το έδαφος.

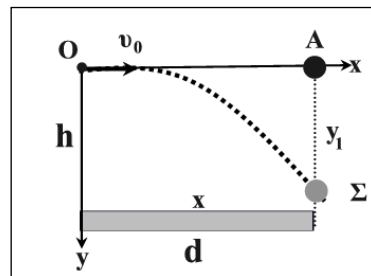


•**B.1.27** Μια σφαίρα βάλλεται στο κενό από σημείο O με αρχική ταχύτητα v_0 . Το σημείο O βρίσκεται σε ύψος h από οριζόντιο πλάτωμα AB , μήκους d . Οι τιμές της ταχύτητας v_0 για τις οποίες η σφαίρα δεν θα χτυπήσει στο οριζόντιο πλάτωμα είναι:

- α. $v_0 > d\sqrt{\frac{g}{2h}}$ β. $v_0 > 2d\sqrt{\frac{g}{2h}}$ γ. $v_0 > d\sqrt{\frac{g}{h}}$



•**B.1.28** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται στα σημεία Ο και Α αντιστοίχως που είναι στο ίδιο ύψος h και απέχουν οριζόντια απόσταση, d . Το σώμα Σ_1 βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 ενώ το Σ_2 αφήνεται ταυτόχρονα ελεύθερο και χωρίς αρχική ταχύτητα. Για να συναντηθούν τα σώματα πρέπει να ισχύει

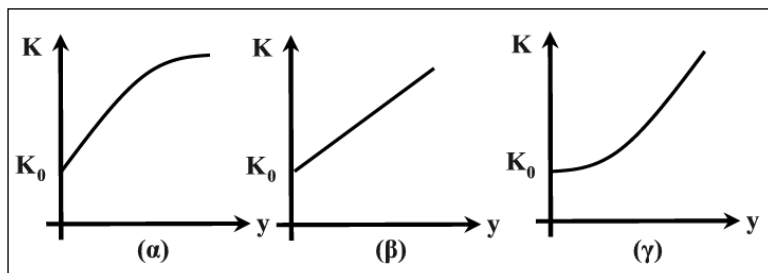


α. $v_0 \geq 3d \sqrt{\frac{g}{2h}}$

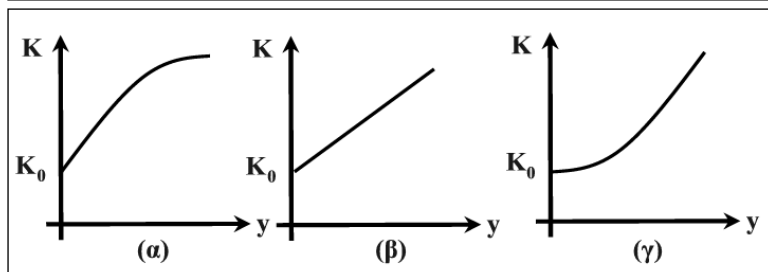
β. $v_0 \geq 2d \sqrt{\frac{g}{2h}}$

γ. $v_0 \geq d \sqrt{\frac{g}{2h}}$

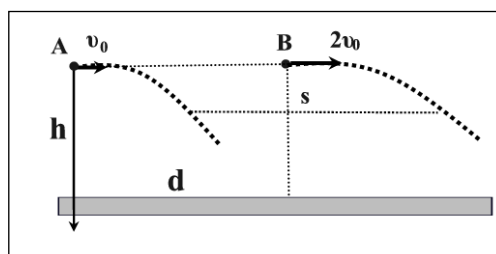
•**B.1.29** Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική κινητική ενέργεια K_0 . Η κινητική ενέργεια K σε μια τυχαία θέση μεταβάλλεται σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση y από το σημείο βολής σύμφωνα με τη γραφική παράσταση,



•**B.1.30** Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική κινητική ενέργεια K_0 τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Η κινητική ενέργεια K σε μια τυχαία θέση μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο, t σύμφωνα με τη γραφική παράσταση,



► **B.1.31** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 ίσων μαζών βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β που βρίσκονται στο ίδιο ύψος με αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$ αντιστοίχως. Τα σημεία βολής απέχουν απόσταση $AB=d$. Η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση s



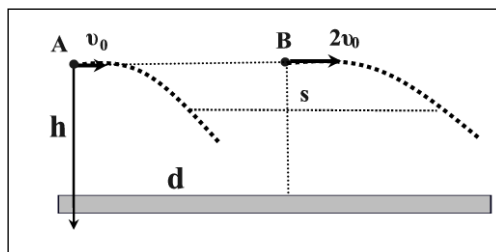
α. διατηρείται σταθερή ίση με d .

β. αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=d+v_0t$

γ. αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=d+2v_0t$

δ. αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=v_0t$

► **B.1.32** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 ίσων μαζών βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β που βρίσκονται στο ίδιο ύψος με αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$ αντιστοίχως. Τα σημεία βολής απέχουν απόσταση $AB=d$. Οι σχέσεις των κινητικών και δυναμικών ενεργειών ως προς το έδαφος των δύο σωμάτων κάθε χρονική στιγμή, είναι:



α. $K_1=K_2$ και $U_1=U_2$

β. $K_1<K_2$ και $U_1=U_2$

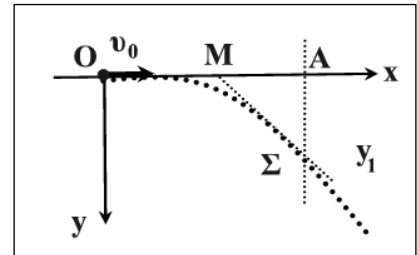
γ. $K_1<K_2$ και $U_1<U_2$

► **B.1.33** Σώμα μάζας m βάλλεται στο κενό, οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 σε ομογενές πεδίο βαρύτητας με επιτάχυνση, g . Οι στιγμιαίοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι:

α. $dK/dt = mg^2t$ $dU/dt = -mg^2t$ β. $dK/dt = mg^2t^2$ $dU/dt = -mg^2t^2$
 γ. $dK/dt = \frac{1}{2}mg^2t$ $dU/dt = -\frac{1}{2}mg^2t$ δ. $dK/dt = 2mg^2t$ $dU/dt = -2mg^2t$

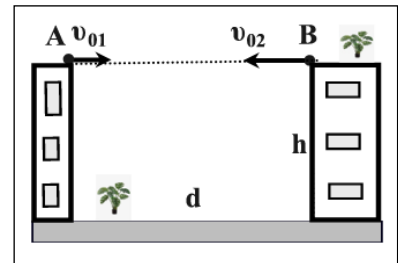
► **B.1.34** Σε σημείο Σ της παραβολικής τροχιάς οριζόντιας βολής φέρουμε μια εφαπτομένη στην τροχιά η οποία τέμνει τον άξονα Ox στο σημείο Μ. Το σημείο τομής της καθέτου από το σημείο Σ προς τον άξονα Ox είναι Μ. Η σχέση που συνδέει τα τμήματα OA και OM είναι

α. $(OM) = \frac{1}{2}(OA)$ β. $(OM) = \frac{3}{4}(OA)$ γ. $OM = \frac{2}{3}(OA)$



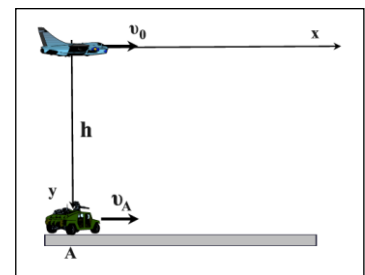
► **B.1.35** Από τα σημεία Α και Β της ταράτσας δύο κτηρίων του ίδιου ύψους βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα, με ταχύτητες $v_{01}=30\text{m/s}$ και $v_{02}=50\text{m/s}$. Η απόσταση των κτηρίων είναι $d=160\text{m}$. Το ελάχιστο ύψος των κτηρίων ώστε να γίνει συνάντηση των σωμάτων είναι:

α. 5m β. 10m γ. 20m δ. 40m



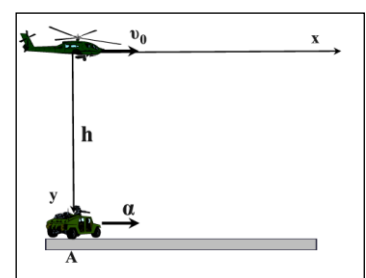
► **B.1.36** Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα v_0 ενώ ένα όχημα κινείται οριζόντια στο δρόμο με σταθερή ταχύτητα v_A στην ίδια κατεύθυνση με το αεροπλάνο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που βρίσκεται ακριβώς πάνω από το όχημα Α, αφήνει μια βόμβα. Για να πετύχει η βόμβα το όχημα θα πρέπει η ταχύτητα του οχήματος να είναι:

α. $v_A > v_0$ β. $v_A = v_0$ γ. $v_A < v_0$



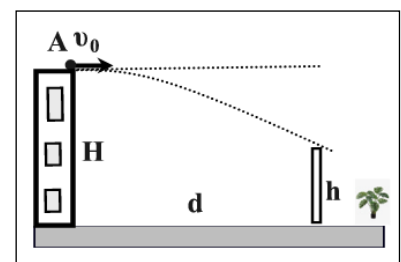
► **B.1.37** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με ένα όχημα Α αυτό ξεκινάει από την ηρεμία εκείνη τη στιγμή και κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση a στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το ελικόπτερο αφήνει μια βόμβα. Για να πετύχει η βόμβα το όχημα θα πρέπει να ισχύει η σχέση:

α. $h = \frac{4gv_0^2}{a^2}$ β. $h = \frac{2gv_0^2}{a^2}$ γ. $h = \frac{2g^2v_0^2}{a^2}$



B.1.38 Πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα v_0 που πρέπει να εκτοξεύσουμε οριζόντια τη μπάλα από το ύψος $H=40\text{m}$ του κτιρίου ώστε να περάσει πάνω από το στύλο ύψους $h=20\text{m}$ που απέχει από την κατακόρυφο του σημείου βολής Ο, απόσταση $d=10\text{m}$

α. $v_0=10\text{m/s}$ β. $v_0=5\text{m/s}$ γ. $v_0=4\text{m/s}$



ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ.1.1 Σώμα βάλλεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, από ύψος $h=20\text{m}$ με οριζόντια αρχική ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

- α. Η χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.
 - β. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.
 - γ. Η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
 - δ. Το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\alpha. t=2\text{s}, \beta. s=40\text{m}, \gamma. 20\text{m/s}, 20\text{m/s}, \delta. v=20\sqrt{2}\text{m/s}, \theta=45^\circ$$

Γ.1.2 Πέτρα μάζας $m=2\text{kg}$ βάλλεται στο κενό από το σημείο Ο ($t_0=0$, $x=0$, $y=0$) με οριζόντια αρχική ταχύτητα $u_0 = 10\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, να υπολογιστούν:

- α. Η οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος.
- β. Το μέτρο της ταχύτητας.
- γ. Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο
- δ. Η επιτάχυνση της πέτρας.

$$\alpha. x=10\text{m}, y=5\text{m}, \beta. 10\sqrt{2}\text{m/s}, \gamma. \theta=45^\circ, \delta. 10\text{m/s}^2$$

Γ.1.3 Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ βάλλεται από το σημείο Ο ($t_0=0$, $x=0$, $y=0$) με οριζόντια αρχική ταχύτητα u_0 . Κάποια χρονική στιγμή t_1 περνάει από το σημείο Α με συντεταγμένες $x_A=100\text{m}$ και $y_A=125\text{m}$. Να βρεθούν:

- α. Η χρονική στιγμή t_1 .
 - β. Η αρχική ταχύτητα u_0 .
 - γ. Η ταχύτητα του σώματος όταν περνάει από το Α.
 - δ. Η κινητική ενέργεια του βλήματος τη χρονική στιγμή t_1 .
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\alpha. t_1=5\text{s}, \beta. 20\text{m/s}, \gamma. v=10\sqrt{29}\text{m/s}, \epsilon\phi\theta=2,5, \delta. K=290\text{J}$$

Γ.1.4 Μπαλάκι του τένις βάλλεται στο κενό οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$ από την τσάντα ενός κτηρίου. Όταν προσγειώνεται η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία 45° με το οριζόντιο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν:

- α. Το ύψος h του κτηρίου;
- β. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.
- γ. Η ταχύτητα προσγείωσης.
- δ. Το έργο του βάρους μέχρι να πέσει στο έδαφος αν η μάζα του είναι $m=100\text{g}$.

$$\alpha. h=20\text{m}, \beta. s=40\text{m}, v=20\sqrt{2}\text{m/s}, 20\text{J}$$

Γ.1.5 Σφαίρα εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, από ύψος $h = 125\text{ m}$ από την επιφάνεια του εδάφους με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0 = 5\text{ m/s}$.

- α. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που φτάνει η σφαίρα στο έδαφος.
 - β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που διανύει.
 - γ. Να γράψετε την εξίσωση της τροχιάς της σφαίρας.
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\alpha. t=5\text{s}, \beta. x=25\text{m}, \gamma. y=0, 2x^2 \text{ όπου } 0 \leq x \leq 25\text{m}$$

Γ.1.6 Μικρό μήλο εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=10\sqrt{3}\text{m/s}$.

- Ποια χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο;
 - Ποιες είναι οι συντεταγμένες του μήλου τη χρονική στιγμή t_1 ;
 - Πόση γωνία σχηματίζουν τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του μήλου;
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\alpha. t_1=3\text{s}, \beta. x=30\sqrt{3}\text{m και } y=45\text{m}, \gamma. \varphi=30^\circ$$

Γ.1.7 Βέλος βάλλεται από σημείο Ο που θεωρείται αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy, με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Σε κάποιο σημείο Α της τροχιάς του η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας v_x γίνεται ίση με την κατακόρυφη συνιστώσα, v_y . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να βρεθούν:

- Η χρονική στιγμή που περνάει από το Α.
- Οι συντεταγμένες του σημείου Α.
- Η ταχύτητα v στο σημείο Α.

$$\alpha. 2\text{s}, \beta. x=40\text{m}, y=20\text{m}, \gamma. 20\sqrt{2}\text{m/s}, \theta=45^\circ$$

•**Γ.1.8** Ένα βότσαλο βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από την αρχή Ο ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy. Μετά χρόνο $t=1\text{s}$ η ταχύτητά του $\vec{v}$ σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο που διέρχεται από τη θέση, Α, του βότσαλου εκείνη τη στιγμή. Να υπολογιστούν:

- Η αρχική ταχύτητα v_0 .
 - Οι συντεταγμένες x,y του σημείου Α.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$10\sqrt{3}\text{m/s}, \beta. (x,y)=(10\sqrt{3}\text{m}, 5\text{m})$$

•**Γ.1.9** Μια σφήνα μάζας $m=0,2\text{kg}$ βάλλεται οριζόντια από το σημείο Ο ταρατσας κτηρίου ύψους $H=80\text{m}$ με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Μετά από χρόνο t φτάνει στο σημείο Σ που απέχει απόσταση $h=60\text{m}$ από το έδαφος. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα στο σημείο Σ.
 - Το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας από το Ο έως το Σ.
 - Η ισχύς της δύναμης του βάρους και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας στο σημείο Σ.
 - Η μηχανική ενέργεια της σφήνας ως προς το έδαφος, στο σημείο Σ.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. v=20\sqrt{2}\text{m/s}, \beta. \Delta v=20\text{m/s}, \gamma. P_w=40\text{J/s}, \Delta U/\Delta t=-40\text{J/s} \delta. E=200\text{J}$$

•**Γ.1.10** Μπάλα μάζας $m=0,6\text{kg}$ βάλλεται στο κενό από ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0=10\sqrt{3}\text{m/s}$ και προσγειώνεται με ταχύτητα μέτρου $v=20\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν:

- Ο χρόνος πτήσης.
- Το βεληνεκές, s και το ύψος h .
- Οι ρυθμοί μεταβολής κινητικής και δυναμικής ενέργειας τη στιγμή που προσγειώνεται.

$$\alpha. 1\text{s}, \beta. s=10\sqrt{3}\text{m}, h=5\text{m}, \gamma. 60\text{J/s}, -60\text{J/s}$$

•**Γ.1.11** Μικρός δίσκος μάζας $m=1\text{kg}$ βάλλεται στο κενό από σημείο Ο με οριζόντια ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και μετά από χρονικό διάστημα Δt περνάει από ένα σημείο Ρ της τροχιάς της στο οποίο ο στιγμιαίος ρυθμός της κινητικής της ενέργειας είναι 200J/s . Να υπολογιστούν:

- Το χρονικό διάστημα Δt .

- β. Η απόσταση OP;
 γ. Το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας στο σημείο P.
 δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

$$\alpha. \Delta t=2\text{s}, \beta. OP=10\sqrt{5}\text{m}, \gamma. 20,62\text{m/s}, \varepsilon\varphi\theta=4, \delta. 10\text{m/s}^2$$

Γ.1.12 Μια μικρή μπίλια μάζας $m=0,2\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα v_0 από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $h=20\text{m}$ από το έδαφος. Η μπίλια όταν προσκρούει στο έδαφος, έχει μετατοπιστεί σε οριζόντια απόσταση $s=10\text{m}$.

- α. Να βρείτε το χρόνο κίνησης της μπίλιας μέχρι να προσκρούσει στο έδαφος.
 β. Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας
 γ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μπίλιας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

$$\alpha. t=2\text{s}, \beta. 5\text{m/s}, \gamma. 40\text{J/s}$$

Γ.1.13 Δύο σώματα A και B εκτοξεύονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο με οριζόντιες ταχύτητες που έχουν μέτρα $v_{01}=10\text{m/s}$ και $v_{02}=20\text{m/s}$ αντιστοίχως με αντίθετες κατευθύνσεις. Τη χρονική στιγμή που το A σώμα έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση 20m να υπολογιστούν:

- α. Η κατακόρυφη απόσταση του άλλου σώματος
 β. Η απόσταση των σωμάτων την ίδια χρονική στιγμή
 γ. Αν η μέγιστη οριζόντια απόσταση μεταξύ τους είναι 300m , να βρεθεί το ύψος από το οποίο εκτοξεύτηκαν.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\alpha. 20\text{m}, \beta. 60\text{m}, \gamma. 500\text{m}$$

•**Γ.1.14** Τη χρονική στιγμή $t=0$ τα σημειακά αντικείμενα A και B εκτοξεύονται από ένα σημείο που απέχει κατακόρυφη απόσταση $h=80\text{m}$ από το έδαφος, με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=30\text{m/s}$ αντίστοιχα.

- α. Να υπολογίσετε τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων.
 β. Να υπολογίσετε την μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.
 γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να βρεθούν τα δύο σωματίδια μέχρι τη στιγμή που θα ακουμπήσουν στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

$$\alpha. t_1=t_2=4\text{s}, \beta. 80\text{m}, \gamma. 160\text{m}$$

Γ.1.15. Από το ίδιο σημείο και από μεγάλο ύψος ρίχνονται ταυτόχρονα και οριζόντια δύο πέτρες με ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=20\text{m/s}$. Οι ταχύτητες έχουν την ίδια διεύθυνση. Σε ποια απόσταση θα βρίσκονται μεταξύ τους οι σφαίρες, μετά από χρόνο $t=0,1\text{sec}$, όταν :

- α) οι ταχύτητες έχουν την ίδια φορά
 β) έχουν αντίθετη φορά. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$

$$\alpha. \Delta x=1\text{m} \quad \beta. \Delta x=3\text{m}$$

Γ.1.16 Κύβος μάζας $m=0,2\text{kg}$ βάλλεται οριζόντια από ύψος h στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 . Η εξίσωση της τροχιάς του δίνεται από τη σχέση $y=\frac{1}{20}x^2$ (στο SI) . Να υπολογιστούν:

- α. Η αρχική ταχύτητα v_0

β. Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία η ταχύτητα έχει μέτρο $v=10\sqrt{5}\text{m/s}$.

γ. Η εφθ της γωνίας θ που σχηματίζει η ταχύτητα, $\vec{v}$ με το οριζόντιο επίπεδο.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1

$$\alpha. v_0=10\text{m/s}, \beta. t_1=2\text{s}, \gamma. \varepsilon\phi\theta=2. \delta. 40\text{J/s}. -40\text{J/s}. \varepsilon. W=40\text{J}$$

Γ1.17 Ένας αστροναύτης προκειμένου να προσδιορίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη στον οποίο προσγειώθηκε, ρίχνει οριζόντια από ύψος $h = 12\text{m}$ μια μικρή πέτρα. Με ένα χρονόμετρο, μετρά το χρόνο που χρειάζεται η πέτρα για να φτάσει στο έδαφος και τον βρίσκει $t = 2\text{sec}$. Να βρείτε :

α. την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη αυτό.

β. την αρχική ταχύτητα της πέτρας, αν η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση είναι $s = 30\text{m}$.

γ. το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η πέτρα χτυπά στο έδαφος.

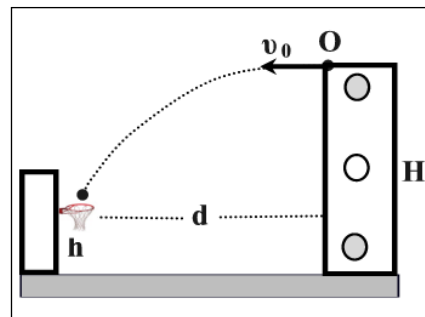
$$\alpha. g=6\text{m/s}^2, \beta. 15\text{m/s}, \gamma. 19,2\text{m/s}$$

Γ1.18 Ένα παιδί που βρίσκεται στην ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $H=48\text{m}$ εκτοξεύει οριζόντια μια μπάλα με στόχο να ευστοχήσει σε ένα καλάθι που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d=24\text{m}$ από αυτό και σε ύψος $h=3\text{m}$ από το έδαφος.

α. Με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξεύσει τη μπάλα ώστε να πετύχει το καλάθι;

β. Ποιο είναι το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας της μπάλας όταν φτάνει στο καλάθι;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.



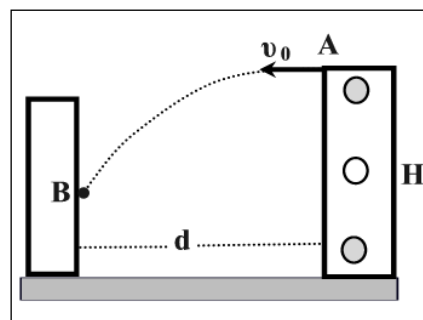
$$\alpha. v_0=8\text{m/s} \beta. v=31,05\text{m/s}, \varepsilon\phi\theta=3,75$$

Γ1.19 Μια μπάλα ρίχνεται από την ταράτσα ενός κτιρίου A με οριζόντια ταχύτητα $v_0=10\text{m/sec}$ και κατεύθυνση προς κάποιο άλλο κτίριο B που απέχει οριζόντια $d=25\text{m}$.

α. Σε πόσο χρόνο η μπάλα θα χτυπήσει στο κτίριο B ;

β. Αν η ταράτσα του κτιρίου A βρίσκεται σε ύψος $H=20\text{m}$ ποια είναι η πιο μεγάλη τιμή της ταχύτητας με την οποία πρέπει να ριχτεί η μπάλα για να μην χτυπήσει στο κτίριο B ;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.



$$\alpha. t=2\text{s}, \beta. v_0=12,5\text{m/s}$$

•**Γ1.20** Τη χρονική στιγμή $t=0$ τα αμελητέων διαστάσεων σώματα A και B εκτοξεύονται από σημεία που απέχουν από το έδαφος κατακόρυφες αποστάσεις $h_1=220\text{m}$ και $h_2=180\text{m}$ με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $v_1=15\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ αντίστοιχα. Να βρεθούν:

α. Το βεληνεκές του σώματος B.

β. Η οριζόντια μετατόπιση και η κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος του σώματος A, εκείνη τη χρονική στιγμή που το B φτάνει στο έδαφος.

γ. Η απόσταση των δύο σωμάτων τη στιγμή που το σώμα B ακουμπά στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

$$\alpha. 60\text{m}, \beta. 90\text{m}, 40\text{m}, \gamma. 50\text{m}$$

•**Γ1.21** Από άγνωστο ύψος h πάνω από το έδαφος εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με σκοπό να πέσει μέσα σε καλάθι που βρίσκεται ακίνητο πάνω στο έδαφος. Αν η αρχική ταχύτητα της βολής είναι $v_{01}=10\text{m/s}$ η μπάλα πέφτει 20m πριν το καλάθι ενώ αν είναι $v_{02}=20\text{m/s}$ η μπάλα πέφτει 20m μετά το καλάθι. Να υπολογιστούν:

α. Η οριζόντια απόσταση d , του σημείου βολής από το καλάθι.

β. Το ύψος h .

γ. Η κατάλληλη τιμή της ταχύτητας βολής ώστε η μπάλα να πέσει μέσα στο καλάθι.

δ. Η εφθ της γωνίας θ που σχηματίζει η ταχύτητα της μπάλας με το έδαφος όταν πέφτει μέσα στο καλάθι. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

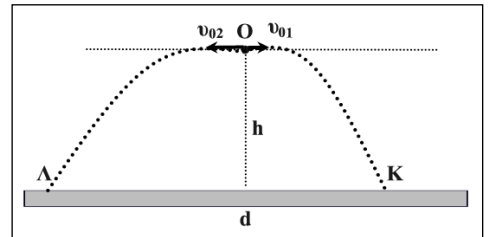
$$\alpha. d=60\text{m}, \beta. h=80\text{m}, \gamma. 15\text{m/s}, \delta. \varepsilon\phi\theta=8/3$$

•**Γ.1.22** Δύο σώματα (1) και (2) εκτοξεύονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντιες ταχύτητες $v_{01}=10\text{m/s}$ και $v_{02}=15\text{m/s}$ σε αντίθετη κατεύθυνση. Όταν πέφτουν στο έδαφος στα σημεία Κ και Λ αυτά απέχουν μεταξύ τους απόσταση $ΚΛ=d=100\text{m}$. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος h .

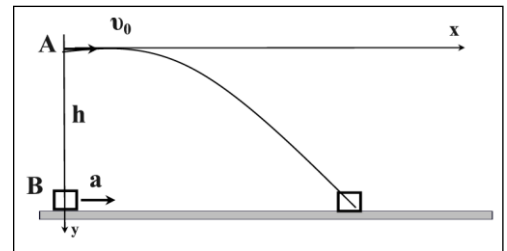
β. Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων 1s πριν φτάσουν στο έδαφος.

γ. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες φτάνουν στο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



$$\alpha. h=80\text{m}, d'=75\text{m}, \gamma. v_1/v_2=\sqrt{68/73}$$

•**Γ.1.23** Μικρό σώμα (1) εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 6\text{m/sec}$ από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = 45\text{m}$ από το έδαφος. Την ίδια χρονική στιγμή μικρό σώμα (2) ξεκινά από την ηρεμία και κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση a από το σημείο Β του εδάφους που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σημείο Α. Τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα σε σημείο Κ του εδάφους. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης a . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.



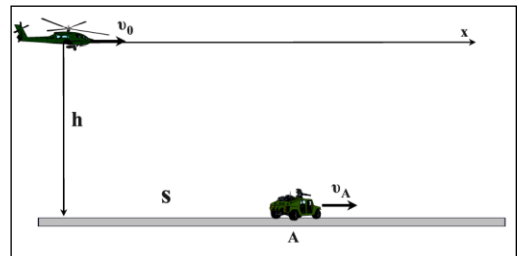
$$\alpha=4\text{m/s}^2$$

• **Γ.1.24** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος $h = 320\text{m}$ από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $v_0=100\text{m/s}$. Στο έδαφος κινείται, άρμα ευθύγραμμο. Αν οι ελικοπτερου και άρματος βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, να βρείτε :

α. από ποια οριζόντια απόσταση s_1 από το άρμα, πρέπει ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα αν αυτό κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A = 10\text{m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο.

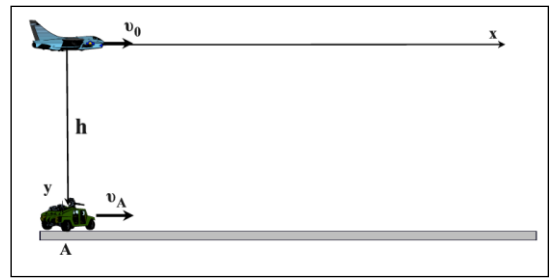
β. από ποια οριζόντια απόσταση s_2 από το άρμα, πρέπει ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα αν αυτό κινείται με ταχύτητα $v_A = 10\text{m/s}$ αλλά σε αντίθετη κατεύθυνση από το ελικόπτερο.

γ. από ποια οριζόντια απόσταση s_3 από το άρμα, πρέπει ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα αν αυτό ξεκινάει χωρίς αρχική ταχύτητα και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$ στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



$$\alpha. s=720\text{m} \quad \beta. s'=880\text{m}, \gamma. 736\text{m}$$

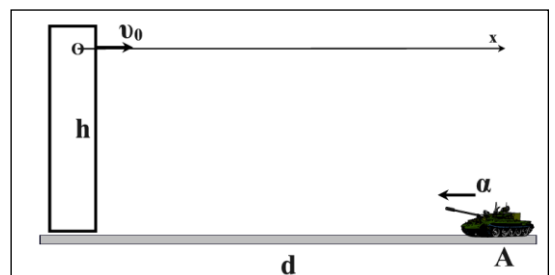
● **Γ.1.25** Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος $h=500\text{m}$ με σταθερή ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$. ενώ ένα όχημα κινείται οριζόντια στο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $v_A=30\text{m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με το αεροπλάνο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το αεροπλάνο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το όχημα Α, αφήνει μια βόμβα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Πόση απόσταση θα έχει το σημείο του εδάφους που έπεσε η βόμβα από το όχημα, αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$,



- το όχημα αρχίζει να επιβραδύνεται με $|a|=2\text{m/s}^2$.
- το όχημα αρχίζει να επιταχύνεται με $a=2\text{m/s}^2$.
- το όχημα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A=30\text{m/s}$.

α. $\Delta x=200\text{m}$. β. $\Delta x=0$, γ. 100m

► **Γ.1.26** Από το παράθυρο ενός κτηρίου που βρίσκεται σε ύψος $h=20\text{m}$ από το έδαφος εκτοξεύονται οριζόντια βλήματα με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$. Το τανκ ξεκινάει τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το σημείο Α που απέχει από το κτήριο οριζόντια απόσταση $d=40\text{m}$ και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=1,6\text{m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή t_1 βάλλεται από το παράθυρο ένα βλήμα που χτυπά τον τανκ τη χρονική στιγμή t_2 . Να υπολογιστούν:



- Το διάστημα που διένυσε το τανκ από τη στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή t_2 .
- Οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$ και τριβές δεν υπάρχουν.

α. $s=20\text{m}$, β. $t_1=1\text{s}$, γ. $t_2=5\text{s}$

♣ **Γ.1.27** Την ίδια στιγμή κάπου πιο πέρα αεροπλάνο πετάει οριζόντια σε ύψος $H=1445\text{m}$ από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$, όταν ο πιλότος αφήνει να πέσει μια βόμβα. Πόσος χρόνος περνάει από τη στιγμή που ο πιλότος αφήνει τη βόμβα μέχρι να φτάσει ο ήχος της έκρηξης στα αυτιά του. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και η ταχύτητα ήχου στον ακίνητο αέρα $v_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$.

Περίπου $21,3\text{s}$

► **Γ.1.28** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα. Δύο στρατιωτικά οχήματα κινούνται στο έδαφος με σταθερές ταχύτητες, το Α με $v_A=10\text{m/s}$ και το δε Β αντίθετα με ταχύτητα v_B .



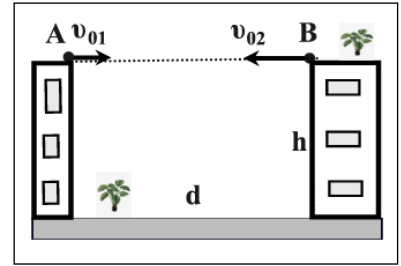
Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το όχημα Α, αφήνει μια βόμβα, ενώ το όχημα Β απέχει από το Α απόσταση $d=700\text{m}$. Αν η ταχύτητα του ελικοπτερου είναι $v_0=50\text{m/s}$ η βόμβα πέφτει πάνω στο όχημα Β. Να υπολογιστούν:

- Το ύψος h
- Η ταχύτητα του οχήματος, Β.
- Την απόσταση που απέχουν τα οχήματα τη στιγμή που η βόμβα πετυχαίνει το όχημα Β.

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$

α. $h=500\text{m}$, β. $v_B=20\text{m/s}$, γ. 400m

► **Γ.1.29** Από τα σημεία A και B της ταράτσας δύο κτηρίων του ίδιου ύψους βάλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα, με ταχύτητες $v_{01}=30\text{m/s}$ και $v_{02}=50\text{m/s}$. Τα σώματα πέφτουν στο ίδιο σημείο του οριζοντίου εδάφους. Η απόσταση των κτηρίων είναι $d=160\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν



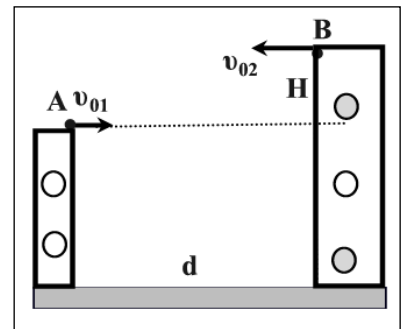
α. Το ύψος, h των κτηρίων ώστε να γίνει συνάντηση των σωμάτων είναι:

β. Τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες φτάνουν τα σώματα στο έδαφος

γ. Τη μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t=1\text{s}$.

α. $h=20\text{m}$, β. $v_1=10\sqrt{13}\text{m/s}$, $v_2=10\sqrt{29}\text{m/s}$ γ. $S=80\text{m}$

► **Γ.1.30** Από τα σημεία A και B των ταρατσών δύο κτιρίων διαφορετικού ύψους h_1 και h_2 βάλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίδιες ταχύτητες $v_0=20\text{m/s}$. Τα σώματα πέφτουν στο ίδιο σημείο του οριζοντίου εδάφους. Τα σημεία A και B απέχουν οριζόντια απόσταση $d=200\text{m}$ και κατακόρυφη $H=100\text{m}$.



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν

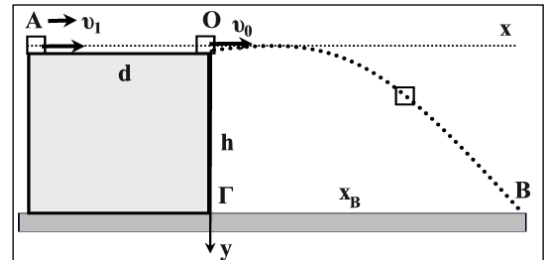
α. ο χρόνος καθόδου του κάθε σώματος

β. τα ύψη h_1 και h_2

γ. το βεληνεκές του κάθε βλήματος.

α. $t_1=4\text{s}$, $t_2=6\text{s}$, β. $h_1=80\text{m}$, $h_2=180\text{m}$, $s_1=80\text{m}$, $s_2=120\text{m}$

► **Γ.1.31** Κύβος μάζας $m=2\text{kg}$ εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το A που βρίσκεται πάνω σε ταράτσα κτηρίου με αρχική ταχύτητα $v_1=8\text{m/s}$. Ο κύβος δέχεται από το δάπεδο της ταράτσας τριβές με συντελεστή τριβής $\mu=0,2$ και διανύει απόσταση $AO=d=7\text{m}$ μέχρι να φτάσει στο σημείο O και να κάνει οριζόντια βολή στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 . Το σημείο O απέχει από το έδαφος $h=80\text{m}$. Δίνεται



$g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν:

α. Η αρχική ταχύτητα βολής v_0 στο O.

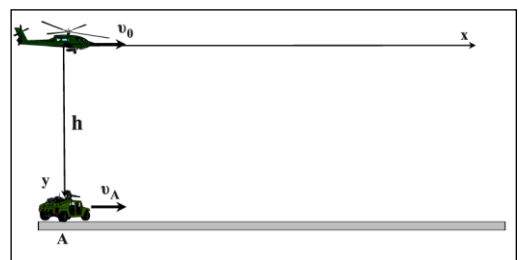
β. Η χρονική στιγμή που πέφτει στο σημείο B του οριζοντίου εδάφους.

γ. Το βεληνεκές ΓB , στο οριζόντιο έδαφος

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

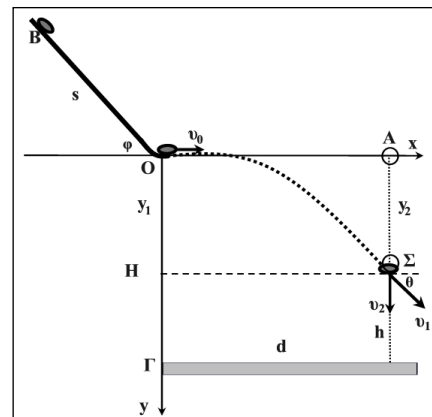
α. $v_0=6\text{m/s}$, β. $t=5\text{s}$, γ. 24m , δ. 800J/s

• **Γ.1.32** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$. ενώ ένα όχημα κινείται οριζόντια στο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $v_A=20\text{m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται ακριβώς επάνω από το όχημα A, αφήνει μια βόμβα ενώ το όχημα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά με σταθερή επιβράδυνση $a=2\text{m/s}^2$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Τη στιγμή που το όχημα σταματάει η βόμβα πέφτει πάνω του. Να υπολογιστούν η ταχύτητα του ελικοπτέρα, v_0 και το ύψος h .



$v_0=10\text{m/s}$, $h=500\text{m}$

► **Γ.1.33** Η σφαίρα αφήνεται χωρίς ταχύτητα από το σημείο Β του κεκλιμένου επιπέδου γωνία κλίσης φ ($\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$). Αφού διανύσει ολισθαίνοντας μια απόσταση $(BO)=s=80\text{m}$ φτάνει στο σημείο Ο απ' όπου εκτοξεύεται στο κενό οριζόντια με ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$.



α. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής της σφαίρας με το κεκλιμένο επίπεδο.

Στο σημείο Ο η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος $H=100\text{m}$ από το έδαφος. Στο ίδιο ύψος βρίσκεται και ένας στόχος ενώ η οριζόντια μεταξύ τους απόσταση είναι $(OA)=d=60\text{m}$. Ο στόχος αφήνεται ελεύθερος να πέσει ελεύθερα στο κενό, ενώ την ίδια στιγμή η σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια από το σημείο Ο. Να βρεθούν:

β. Το ύψος h από το έδαφος στο οποίο η σφαίρα θα συναντήσει το στόχο.

γ. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων τη στιγμή της συνάντησης στο σημείο Σ

δ. Η σφαίρα εκτοξεύεται και πάλι με τον ίδιο τρόπο από το Ο, αλλά ο στόχος βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω από το ίδιο σημείο με αρχική ταχύτητα $v_{0,2}$ και $2s$ μετά την εκκίνηση του βλήματος. Πόση πρέπει να είναι η τιμή της $v_{0,2}$ ώστε να συναντηθούν;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha.\mu=11/12, \beta. h=55\text{m}, \beta. v_{\sigma\tau}=30\text{m/s}, v_{\sigma\varphi}=10\sqrt{13}\text{ m/s}$$

► **Γ.1.34** Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=125\text{m}$ από το οριζόντιο έδαφος εκτοξεύονται οριζόντια δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ταχύτητες $v_{01}=6\text{m/s}$ και $v_{02}=10\text{m/s}$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ενώ με καθυστέρηση $\Delta t=2s$ εκτοξεύεται και το σώμα Σ_2 . Τη στιγμή που το Σ_1 φτάνει στο σημείο Α του εδάφους, το σώμα Σ_2 βρίσκεται σε σημείο Β. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται το σώμα Σ_2 τη στιγμή που το Α φτάνει στο έδαφος.

β. Η απόσταση ΑΒ.

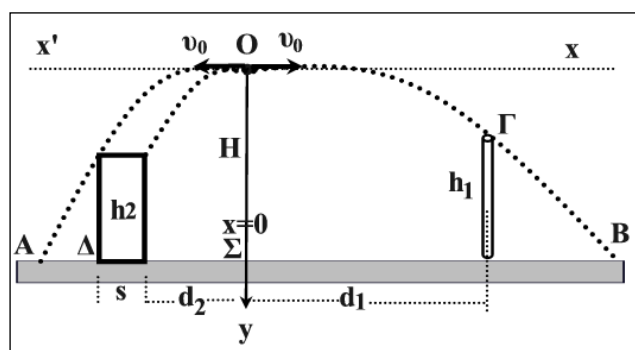
γ. Η απόσταση των δύο σωμάτων όταν και τα δύο θα βρίσκονται στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. d=80\text{m}, \beta. AB=100\text{m}, \gamma. s=80\text{m}$$

► **Γ.1.35** Τα βλήματα βάλονται οριζόντια από ύψος $H=20\text{m}$ (σημείο Ο) είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά με αρχική ταχύτητα v_0 .

α. Η κολώνα δεξιά έχει ύψος h_1 και απέχει από το Ο οριζόντια απόσταση $d_1=45\text{m}$. Αν η ταχύτητα του βλήματος είναι $v_0=30\text{m/s}$ για ποιες τιμές του ύψους h_1 , το βλήμα θα περάσει από πάνω της;



β. Το κτήριο αριστερά έχει ύψος $h_2=16,8\text{m}$ και πλάτος $s=4\text{m}$. Η δεξιά πλευρά του απέχει από το Ο οριζόντια απόσταση $d_2=16\text{m}$. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητας v_0 , τα βλήματα πετυχαίνουν την ταρατσα του.

γ. Πόσο είναι το μήκος ΑΔ της απυρόβλητης περιοχής; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

$$\alpha. h_1 < 8,75\text{m}, \beta. 20\text{m/s} \leq v \leq 25\text{m/s}, \gamma. 30\text{m}$$

► **Γ.1.36** Τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται στις άκρες των ταρατσών δύο κτιρίων και απέχουν οριζόντια απόσταση $d=90\text{m}$. Το σημείο Κ βρίσκεται όμως $h=40\text{m}$ ψηλότερα από το Λ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$

από το Κ εκτοξεύεται οριζόντια ένα μήλο με αρχική ταχύτητα $v_{01}=10\text{m/s}$. Μετά από χρόνο, $\Delta t=2\text{s}$ από την εκτόξευση του μήλου εκτοξεύεται από το σημείο Λ, μια σφαίρα έτσι ώστε να κινούνται και τα δύο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές με τον αέρα. Να βρεθούν:

α. Η χρονική στιγμή που το βλήμα καρφώνεται στο μήλο.

β. Η αρχική ταχύτητα v_{02} του βλήματος.

γ. Η κατακόρυφη απόσταση του σημείου σύγκρουσης από το σημείο Κ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $t=3\text{s}$, β. 60m/s , γ. 45m

♣Γ.1.37 Διαθέτουμε μία μηχανή που εκτοξεύει μικρά μπαλάκια και βρισκόμαστε στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους H . Απέναντι από την πολυκατοικία βρίσκεται μία κολόνα της ΔΕΗ ύψους $h=3,8\text{m}$. Μεταβάλλοντας την ταχύτητα εκτόξευσης πετυχαίνουμε την βάση της κολόνας όταν εκτοξεύουμε από το άκρο της ταράτσας με ταχύτητα μέτρου $v_1=36\text{m/s}$, ενώ όταν η ταχύτητα εκτόξευσης έχει μέτρο $v_2=40\text{m/s}$, το μπαλάκι μόλις που περνά ξυστά πάνω από την κολόνα. Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10\text{ m/s}^2$. Να υπολογιστούν

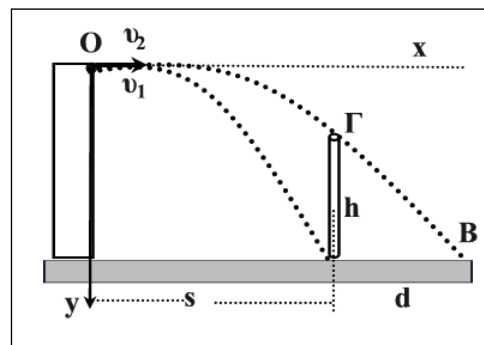
α. το ύψος της πολυκατοικίας

β. η απόσταση της πολυκατοικίας από την κολόνα

γ. η απόσταση που απέχει από την κολόνα το ίχνος που αφήνει ένα μπαλάκι ταχύτητας μέτρου v_2 .

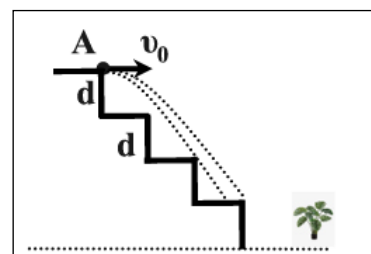
δ. το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που αποτελεί η κινητική ενέργεια την στιγμή που το μπαλάκι περνά πάνω από την κολόνα.

α. 20m , β. 72m , γ. 8m , δ. $96,2\%$



♣Γ.1.38 Η σφαίρα βάλλεται από το σημείο Α του κεφαλόσκαλου. Τα σκαλοπάτια έχουν μήκος και ύψος d . Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητας v_0 η σφαίρα θα πέσει πάνω στο τρίτο σκαλοπάτι όπως φαίνεται στο σχήμα. Υπόδειξη: Το x πρέπει να είναι στο διάστημα $2d < x < 3d$. Δίνονται d και g .

$$\sqrt{dg} < v_0 < \sqrt{1,5dg}$$



♣Γ.1.39 Μικρό σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=1,25\text{m}$ πάνω από το έδαφος. Σε όλη τη διαδρομή του σώματος μέχρι να πέσει στο έδαφος εκτός από το βάρος δέχεται και μια σταθερή οριζόντια δύναμη με κατεύθυνση αντίθετη της v_0 , μέτρου $F=40\text{N}$. Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

β. Το βεληνεκές, x_A .

γ. Το μέτρο και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης με την οποία κινείται

δ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0,2\text{s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

α. $v_A=5\text{m/s}$, $\theta=90^\circ$, β. $1,25\text{m}$, γ. $a=10\sqrt{2}\text{m/s}^2$, $\varphi=135^\circ$, δ. -40J/s , -80J/s , -120J/s

