

ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ – ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

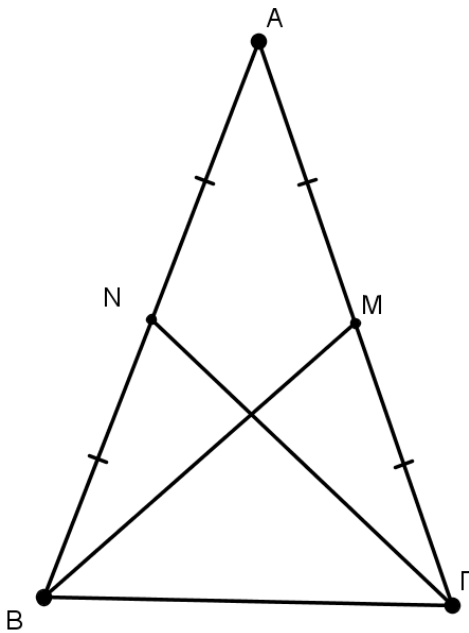
ΑΣΚΗΣΗ 1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι ΒΜ και ΓΝ είναι ίσοι.

Σχήμα / Υπόθεση - Συμπέρασμα

Το σχήμα είναι απαραίτητο. Κάνω ένα πρόχειρο σχήμα και σημειώνω πάνω του, όσα δεδομένα μπορώ.

Διαβάζω προσεκτικά την εκφώνηση για να ξεκαθαρίσω τι είναι δεδομένο (υπόθεση) και τι ζητούμενο (συμπέρασμα).

Βοηθάει να ετοιμάσω έναν σταυρό με τα αρχικά Υ. Σ. όπου θα καταγράψω Υπόθεση και Συμπέρασμα.



Υ	ΑΒΓ ισοσκελές (ΑΒ=ΑΓ) ΒΜ, ΓΝ διάμεσοι	<αλλιώς Μ,Ν μέσα των ΑΓ,ΑΒ αντίστοιχα> <αλλιώς ΑΜ=ΜΓ, ΒΝ=ΝΓ>
Σ	ΒΜ=ΓΝ	

Σκεπτικό στο κεφάλαιο των ίσων τριγώνων:

Για να αποδείξω ότι δυο ευθ. τμήματα είναι ίσα, αρκεί να αποδείξω ότι βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες σε ίσα τρίγωνα.

Οπότε βρίσκω δυο τρίγωνα που έχουν τα ευθ. τμήματα αυτά ως πλευρές και τα συγκρίνω.

Για να κάνω σύγκριση τριγώνων χρειάζομαι 3 στοιχεία.

Αιτιολογώ γιατί ισχύει καθένα από τα 3.

Αφού βρω 3, τότε γράφω πως τα τρίγωνα είναι ίσα.

Άρα και τα ζητούμενα ευθ. τμήματα.

Αναλόγως θα έκανα, αν ζητούσα 2 γωνίες ίσες στο ίδιο κεφάλαιο.

<Εφόσον θέλω τρίγωνο με πλευρά το ΒΜ, αυτό θα είναι το τρίγωνο ΒΜΑ ή το ΒΜΓ. Το βρίσκω βάζοντας άλλο ένα γράμμα στο τμήμα ΒΜ που έχω. Αντίστοιχα για το ΓΝ τα πιθανά τρίγωνα είναι το ΑΝΓ και το ΒΓΝ. Κοιτώντας το σχήμα, συμπεραίνω ότι ή θα συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΜΑ και ΑΝΓ ή τα τρίγωνα ΒΜΓ και ΒΓΝ, γιατί αυτά έχουν κοινά στοιχεία. Βολεύει να φτιάχνω πολλά μικρότερα σχήματα όταν τα ζητούμενα τρίγωνα τέμνονται.>

1^{ος} τρόπος

Συγκρίνω τα τρίγωνα $\hat{BMA}$ και $\hat{ANG}$:

- $\hat{A}$ κοινή
- ΑΒ=ΑΓ διότι ΑΒΓ ισοσκελές
- ΑΜ=ΑΝ διότι $AM = \frac{AG}{2} = \frac{AB}{2} = AN$ αφού ΑΒΓ ισοσκελές

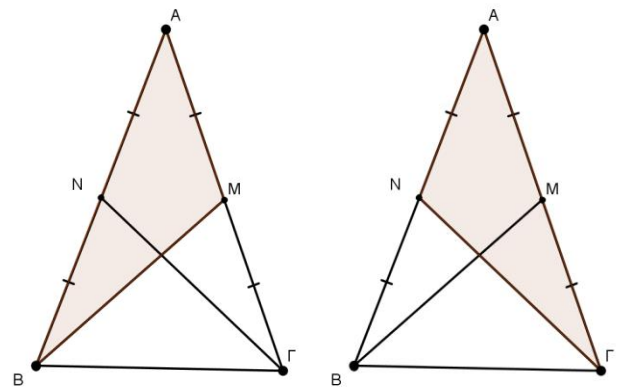
<αλλιώς $\hat{A} = \hat{A}$ >

<αλλιώς υπόθεση>

<αλλιώς ως μισά των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου>

<αλλιώς ως μισά των ίσων ΑΓ,ΑΒ αντίστοιχα, αφού ΑΒΓ ισοσκελές>

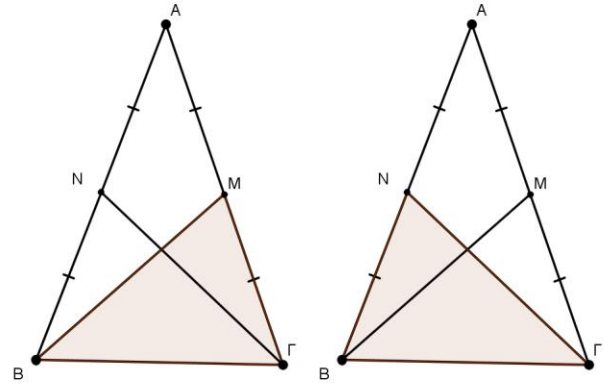
Από κριτήριο ΠΓΠ $\Rightarrow \hat{BMA} = \hat{ANG} \Rightarrow BM = GN$.



2^{ος} τρόπος

Συγκρίνω τα τρίγωνα $\triangle BM\Gamma$ και $\triangle BN\Gamma$:

- $B\Gamma$ κοινή $\langle \text{αλλιώς } B\Gamma=B\Gamma \rangle$
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ διότι $AB\Gamma$ ισοσκελές $\langle \text{αλλιώς διότι } AB=AG \rangle$
- $M\Gamma=BN$ διότι $MM = \frac{A\Gamma}{2} = \frac{AB}{2} = BN$ αφού $AB\Gamma$ ισοσκελές
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου} \rangle$
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων } AG, AB \text{ αντίστοιχα, αφού } AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \rangle$



Από κριτήριο ΠΓΠ $\Rightarrow \triangle BM\Gamma = \triangle BN\Gamma \Rightarrow BM = GN$.

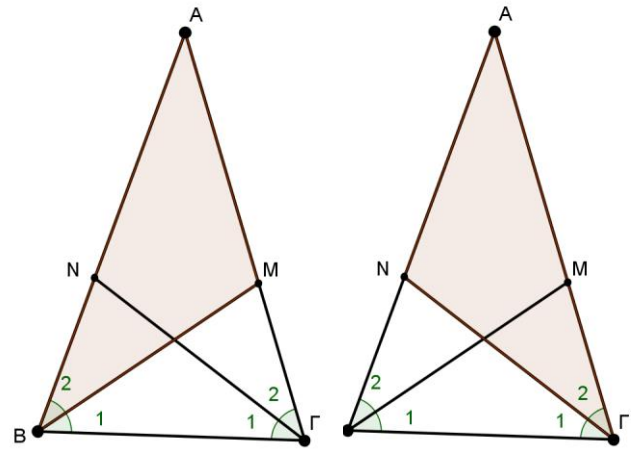
ΑΣΚΗΣΗ 2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Νδο οι διχοτόμοι BM , GN των γωνιών $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα είναι ίσες.

	$AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$)
Υ	BM, GN διχοτόμοι $\langle \text{αλλιώς } \hat{B}_1 = \hat{B}_2, \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 \rangle$
Σ	$BM=GN$

1^{ος} τρόπος

Συγκρίνω τα τρίγωνα $\triangle BMA$ και $\triangle ANG$:

- $\hat{A}$ κοινή $\langle \text{αλλιώς } \hat{A} = \hat{A} \rangle$
- $AB=AG$ διότι $AB\Gamma$ ισοσκελές $\langle \text{αλλιώς υπόθεση} \rangle$
- $\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$ διότι $\hat{B}_2 = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{\Gamma}}{2} = \hat{\Gamma}_2$ αφού $AB\Gamma$ ισοσκελές
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων γωνιών ισοσκελούς τριγώνου} \rangle$
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων } \hat{B}, \hat{\Gamma} \text{ αντίστοιχα, αφού } AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \rangle$

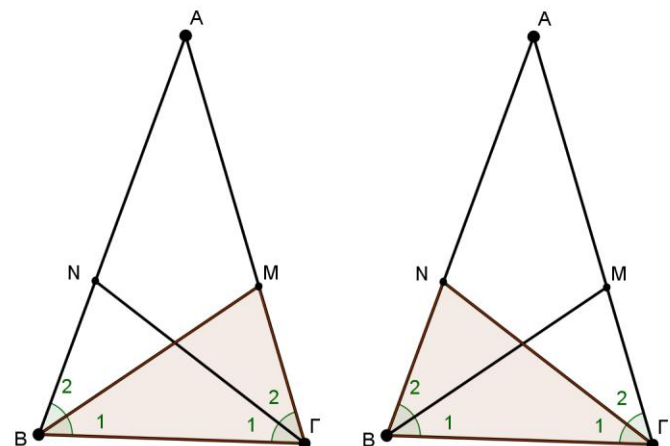


Από κριτήριο ΠΓΠ $\Rightarrow \triangle BMA = \triangle ANG \Rightarrow BM = GN$.

2^{ος} τρόπος

Συγκρίνω τα τρίγωνα $\triangle BM\Gamma$ και $\triangle BN\Gamma$:

- $B\Gamma$ κοινή $\langle \text{αλλιώς } B\Gamma=B\Gamma \rangle$
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ διότι $AB\Gamma$ ισοσκελές $\langle \text{αλλιώς διότι } AB=AG \rangle$
- $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ διότι $\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{\Gamma}}{2} = \hat{\Gamma}_1$ αφού $AB\Gamma$ ισοσκελές
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων γωνιών ισοσκελούς τριγώνου} \rangle$
 $\langle \text{αλλιώς ως μισά των ίσων } \hat{B}, \hat{\Gamma} \text{ αντίστοιχα, αφού } AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \rangle$



Από κριτήριο ΓΠΓ $\Rightarrow \triangle BM\Gamma = \triangle BN\Gamma \Rightarrow BM = GN$