

14. Συνέχεια – Πόρισμα προσήμου

1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu x-1$, $x\in[0,\pi]$. Να βρεθεί το πρόσημό της.

2) Δίνεται $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ συνεχής με $f(1)=-2$ και $x_1=-1, x_2=2$ διαδοχικές ρίζες της f . Να βρεθεί το $\lim_{x\rightarrow+\infty}\frac{x^3f(0)+1}{x^2+2}$.

3) Δίνεται f συνεχής στο $\mathbb{R}$ με $f^2(x)=x^2+1$. Να αποδειχθεί ότι:

α) η $f(x)=0$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

β) Αν $f(0)=-1$, να βρεθεί ο τύπος της f .

4) Δίνεται $f:[-3,3]\rightarrow\mathbb{R}$, συνεχής με $x^2+f^2(x)=9$, για κάθε $x\in[-3,3]$.

α) Να λυθεί η $f(x)=0$.

β) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $y'y$ στο $M(0,3)$, να βρεθεί ο τύπος της f .

5) Δίνεται $f:[2,5]\rightarrow\mathbb{R}$, με $f(2)=24\cdot f(5)$ και $g(x)=f(x)-xf(x+1)$, $x\in[2,4]$.

α) Να αποδειχθεί ότι $g(2)+2\cdot g(3)+6\cdot g(4)=0$

β) Αν g συνεχής, να δείξετε ότι υπάρχει $x_0\in[2,4]$: $f(x_0)=x_0\cdot f(x_0+1)$