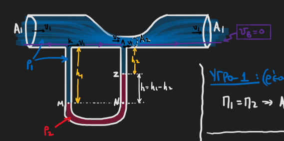
Τρ 16-2-2021

ΓΥ

Εφαρμογές θεωρήματος BERNOULLI

ΑΝΕΣΤΡΑΜΕΝΟ ΡΟΟΜΕΤΡΟ Venturi ΜΕ ΔΥΟ ΥΓΡΑ ΠΟΥ ΔΕΝ ΑΝΑΜΙΓΝΥΟΝΤΑΙ



$P_2 > P_1$

(*) συμπληρώνοντας το ρευστό σε αέρα (ΔΕ 15-2-2021) έχουμε $P_2 = P_{Hg}$, $P_1 = P_{αέρα} \Rightarrow P_2 >> P_1$

Υγρό-1: (ένα υγρό)

$Π_1 = Π_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$ (1)

Υγρό-1: Θ. Bern K→Λ (οριζόντια ρευματική γραμμή)

$P_K + \frac{1}{2}ρ_1 v_1^2 + ρ_1 g 0 = P_Λ + \frac{1}{2}ρ_1 v_2^2 + ρ_1 g 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = \frac{1}{2}ρ_1 (v_2^2 - v_1^2) \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = \frac{1}{2}ρ_1 \left(\frac{A_1^2 v_1^2}{A_2^2} - v_1^2\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = \frac{1}{2}ρ_1 v_1^2 (A_1^2/A_2^2 - 1)$ (2)

U-Σωλήνας (στατικά υγρά)

(ίδια οριζόντια επιφάνεια του ίδιου υγρού ($ρ_2$))

$P_M = P_N \Rightarrow P_K + ρ_1 g h_1 = P_Λ + ρ_1 g h_2 + ρ_2 g h \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = ρ_1 g h_2 + ρ_2 g h - ρ_1 g h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = ρ_1 g h_2 + ρ_2 g (h_1 - h_2) - ρ_1 g h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = ρ_1 g h_2 + ρ_2 g h_1 - ρ_2 g h_2 - ρ_1 g h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = (ρ_1 - ρ_2) g h_2 + (ρ_2 - ρ_1) g h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = -(ρ_2 - ρ_1) g h_2 + (ρ_2 - ρ_1) g h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_K - P_Λ = (ρ_2 - ρ_1) g (h_1 - h_2)$ (3)

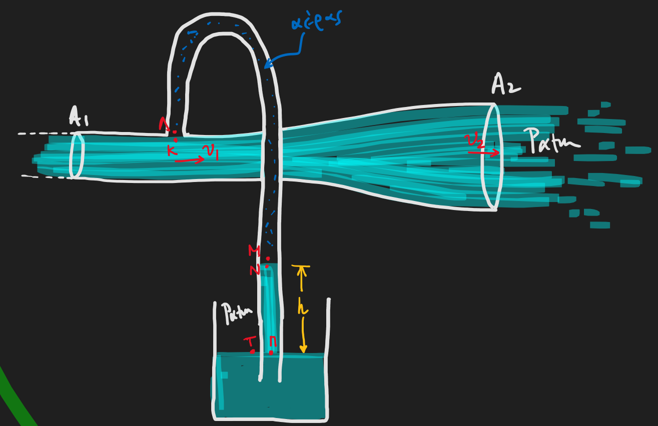
$(2)/(3): (ρ_2 - ρ_1) g (h_1 - h_2) = \frac{1}{2}ρ_1 v_1^2 (A_1^2/A_2^2 - 1) \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2(ρ_2 - ρ_1) g (h_1 - h_2)}{ρ_1 (A_1^2/A_2^2 - 1)}}$

$(h_1 - h_2 = h)$

$v_1 = \sqrt{\frac{2(ρ_2 - ρ_1) g h}{ρ_1 (A_1^2/A_2^2 - 1)}}$ — αν $ρ_2 >> ρ_1$ (2: Hg, 1: αέρας) → $ρ_2 - ρ_1 \approx ρ_2$ → $v_1 = \sqrt{\frac{2 ρ_2 g h}{ρ_1 (A_1^2/A_2^2 - 1)}}$

↳ ο τύπος της ΔΕ 15-2-2021 (*)

ΑΝΥΨΩΣΗ ΣΤΑΘΜΗΣ ΣΕ ΑΝΕΣΤΡΑΜΜΕΝΟ U-ΣΩΛΗΝΑ



$P_K = P_Λ$ (δεν υπάρχει ροή από τον οριζόντιο σωλήνα προς/από τον κατακόρυφο)

(πίεση ρέοντος υγρού) (πίεση στατικού αέρα)

$P_Λ = P_M$ (αέρας) (ισορροπία αέρα ακίνητου)

$P_M = P_N$ (η στάθμη h είναι σταθεροποιημένη)

→ $P_K = P_N$ (1)

$P_T = P_Π$ (ίδια οριζόντια επιφάνεια, ίδιου υγρού)

$P_T = P_{ατμ}$ (σε επαφή με την ατμόσφαιρα)

$P_Π = ρ g h + P_N$

$P_{ατμ} = ρ g h + P_K$ (2)

$Π_1 = Π_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = A_1 v_1 / A_2$ (3)

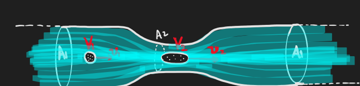
Bern: K → Έξοδος: $P_K + \frac{1}{2}ρ v_1^2 + ρ g 0 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}ρ v_2^2 + ρ g 0 \Rightarrow$

$\overset{(2)}{\Rightarrow} P_K + \frac{1}{2}ρ v_1^2 = ρ g h + P_K + \frac{1}{2}ρ v_2^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow h = \frac{\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{1}{2}v_2^2}{g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \overset{(3)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow h = \frac{v_1^2 - A_1^2 v_1^2 / A_2^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{v_1^2}{2g}(1 - A_1^2/A_2^2)$

Φυσαλίδα μέσα σε στένωση σωλήνα



ΚΑΘΩΣ Η ΦΥΣΑΛΙΔΑ ΠΕΡΝΑΕΙ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΣΤΕΝΩΣΗ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ Ο ΟΓΚΟΣ ΤΗΣ

1ο Βήμα: $Π_1 = Π_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A_2 < A_1} v_2 > v_1$ (1)

2ο Βήμα: $P_1 + \frac{1}{2}ρ v_1^2 + ρ g 0 = P_2 + \frac{1}{2}ρ v_2^2 + ρ g 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} P_1 > P_2$ (2)

! 3ο Βήμα: $P_{υγρού} = P_{φυσαλίδας}$ σε κάθε σημείο, γιατί αλλιώς η φυσαλίδα θα "έσκαγε" ή θα "συνθλιβόταν".

$\overset{(2)}{\rightarrow} P_{φυσ.1} > P_{φυσ.2}$ (3)

4ο Βήμα: Νόμος του Boyle (ιδανικά αέρια): $T = σταθερή \Rightarrow P \cdot V = σταθερό \Rightarrow P_{φυσ.1} \cdot V_1 = P_{φυσ.2} \cdot V_2 \overset{(3)}{\Rightarrow} V_1 < V_2$ Δηλαδή η φυσαλίδα αυξάνει τον όγκο της.