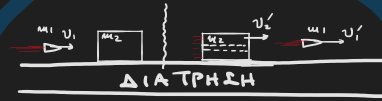


11.20.11.20



ΑΔΟ: $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

Έστω ότι η κρούση είναι ελαστική

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Σύμφωνα με το σχήμα τα ηρεμεί:

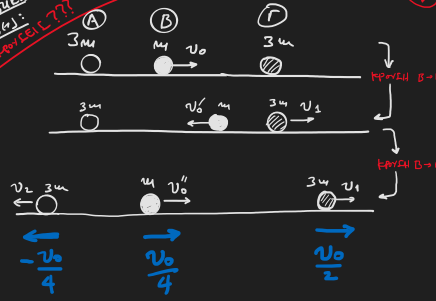
$$v_1' > v_2' \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 > \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 > 2m_1 \Rightarrow m_1 - 2m_1 > m_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m_1 > m_2 \quad \text{ΑΤΟΝΟ}$$

από κρούση-έναντι
ΔΕΝ είναι ελαστική

Για ελαστική
κρούση:
Πότε εφαρμόζεται?



$$v_0' = \frac{m - 3m}{m + 3m} \cdot v_0 = -\frac{2m}{4m} v_0 = -\frac{v_0}{2} < 0$$

$$v_1' = \frac{2m}{m + 3m} \cdot v_0 = \frac{2m}{4m} v_0 = \frac{v_0}{2} > 0$$

$$v_0'' = \frac{m - 3m}{m + 3m} \cdot v_0' = -\frac{2m}{4m} \cdot \left(-\frac{v_0}{2}\right) = \frac{v_0}{4} > 0$$

$$v_2' = \frac{2m}{m + 3m} v_0' = \frac{2m}{4m} \left(-\frac{v_0}{2}\right) = -\frac{v_0}{4} < 0$$

Επειδή $v_0'' < v_1$ δεν υπάρχει άλλη κρούση, άρα:

Μόνο 2 κρούσεις

Αντικείμενα που ηρεμούν κρούση

1η περίπτωση ($m_2 = 0$)



ΑΔΟ: $m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

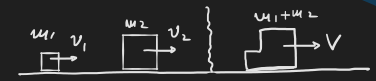
$$\bullet K_{\text{ολ}}^{\text{αεχ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\bullet K_{\text{ολ}}^{\text{ελα}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \frac{m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 v_1^2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{\text{ολ}}^{\text{ελα}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow K_{\text{ολ}}^{\text{ελα}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot K_{\text{ολ}}^{\text{αεχ}} \Rightarrow \frac{m_1}{m_1 + m_2} < 1$$

ΑΠΟΛΕΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

2η περίπτωση ($m_2 \neq 0$)



ΑΔΟ: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$$\bullet K_{\text{ολ}}^{\text{αεχ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\bullet K_{\text{ολ}}^{\text{ελα}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\bullet \text{Έστω ότι } K_{\text{ολ}}^{\text{ελα}} < K_{\text{ολ}}^{\text{αεχ}} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2}{m_1 + m_2} < \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\cdot (m_1 + m_2)} m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2 < (m_1 + m_2) (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2 < m_1^2 v_1^2 + m_1 m_2 v_1^2 + m_1 m_2 v_2^2 + m_2^2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 m_1 m_2 v_1 v_2 < m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2) \Rightarrow 2 v_1 v_2 < v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 < v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \Rightarrow 0 < (v_1 - v_2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_1 - v_2)^2 > 0 \quad \text{από λογική ή αρα γινά:} \quad \text{ταχύτητα αφαίρεση} \Rightarrow \text{θετικό αποτέλεσμα}$$

Συμπέρασμα: δεν υπάρχει περίπτωση να έχουμε $v_1 = v_2$ γιατί τότε θα σήμαινε ότι κινούνται "μαζί" και δεν θα αλληλεπιδρούσαν