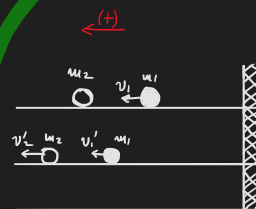


Δε 23-11-20



$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

ώστε μετά την κρούση
ταχύτητά να είναι
αντίστροφα.

I) $m_1 \geq m_2$

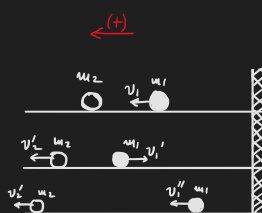
i) $m_1 = m_2 \rightarrow v_1' = 0, v_2' = v_1$
ii) $m_1 > m_2$
iii) $m_1 < m_2$

$$\begin{aligned} v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{από την συνθήκη} \\ v_2' > v_1' \Rightarrow \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 > \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow 2m_1 > m_1 - m_2 \Rightarrow m_1 > -m_2 \Rightarrow m_1 > -m_2 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} v_2' &> v_1' \\ v_2' &> 0 \quad (\text{ή } v_2' > 0) \\ v_1' &> 0 \quad (\text{ή } v_1' > 0) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ή } v_2' > v_1' \\ \text{ή } v_2' > 0 \\ \text{ή } v_1' > 0 \end{array} \right.$$

από $m_1 \geq m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \geq 1$: πάντα έχουμε την
συνθήκη.

II) $m_1 < m_2$ $\rightarrow \frac{m_1}{m_2} < 1$



για να έχουμε την συνθήκη
απαιτούμε $v_2' > v_1'$
ή $v_2' > 0$ ή $v_1' > 0$

$$m_1 < m_2 : v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 < 0$$

ήδη το m_1 κινείται προς τα αριστερά.
Απαιτούμε $v_2' > v_1'$ ή $v_2' > 0$ ή $v_1' > 0$

$$v_2' = -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Ενώ για m_2 έχουμε:

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

ήδη να είναι $v_2' > v_1'$
ή $v_2' > 0$ ή $v_1' > 0$

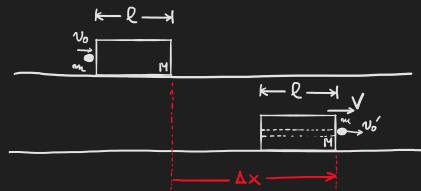
$$v_2' \geq v_1' \Rightarrow \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \geq \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow 2m_1 \geq m_2 - m_1 \Rightarrow 3m_1 \geq m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3m_1 \geq m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \geq \frac{1}{3}$$

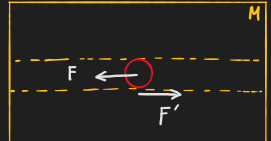
$$\frac{1}{3} \leq \frac{m_1}{m_2} < 1$$

ΜΗ ΑΞΙΑΙΑ ΔΙΑΤΗΛΗ

$M = 1 \text{ kg}$
 $m = 0.1 \text{ kg}$
 $l = 0.4 \text{ m}$
 $v_0 = 40 \text{ m/s}$
 $v_0' = 20 \text{ m/s}$
 $\Delta x = ?$
 $\Delta k_{\text{ολ}} = ?$



$$\begin{aligned} \Delta k_{\text{ολ}} &= \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 40^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 40^2 \\ &= 2 + 20 - 80 - 80 \Rightarrow \Delta k_{\text{ολ}} = -138 \text{ J} \end{aligned}$$



F : από το ζεύγος στο κέντρο ($v_0 = 40 \text{ m/s} \rightarrow v_0' = 20 \text{ m/s}$)
 F' : από το ζεύγος στο κέντρο ($v = 0 \rightarrow v = 2 \text{ m/s}$)
 $\vec{F} \perp \Delta \vec{x} \rightarrow W_F = 0$
 $\vec{F}' \parallel \Delta \vec{x} \rightarrow W_{F'} > 0$

$$\begin{aligned} \Delta k &= W_{\text{ολ}} \Rightarrow \\ k_0' - k_0 &= W_F \Rightarrow \\ \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 &= -F \cdot (l + \Delta x) \\ \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 &= -F \cdot l - F \cdot \Delta x \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta k &= W_{\text{ολ}} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 &= W_{F'} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 &= F \cdot \Delta x \quad (2) \end{aligned}$$

(1) + (2):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 + \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 &= -F \cdot l - F \cdot \Delta x + F \cdot \Delta x \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v'^2 + \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 &= -F \cdot l \Rightarrow -58 = -F \cdot 0.4 \Rightarrow F = 145 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\Delta k_{\text{ολ}} = W_{\text{ολ}} \quad (\text{ΑΘΟΣ})$$

Είναι $\vec{F}$ και $\vec{F}'$ παράλληλα
(από το ζεύγος) $\rightarrow$ Δx είναι
το ίδιο για και τα
δύο ζεύγη $\rightarrow$ Δx είναι
(και F').

$$\begin{aligned} (2): \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 &= 145 \cdot \Delta x \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta x &= \frac{2}{145} \text{ m} \end{aligned}$$