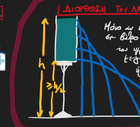
Ροές Υγρών (Water Jets)

ΤΡΣ2022Α

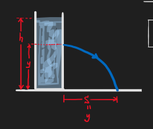
ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΟΥ ΛΑΘΟΥΣ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΣΤΟ Σ.Τ. ΑΛΜΟΠΙΕΣΗ



Ηδη αν κοιτάξουμε στον τύπο του εμβαδού η βάση του υγρού είναι σε [illegible] (2/3 h)
ύψος ενώ η/κ, όπως η, το πρόβλημα ήγιο το [illegible], ενώ η ροή πρέπει και ανήκει το δηγμένο τοιχο πιο κάτω δίνει το σωστό.

ΜΙΑ ΙΔΙΑΙΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΥΣΑ

Αν $S=y$ τότε $y=?$ και πόσο είναι το y' ώστε να βγαίνει ίδιο S?



$$\boxed{S = 2\sqrt{y(h-y)}}$$

$$\underbrace{}_{S=y} \quad y = 2\sqrt{y(h-y)} \Rightarrow y^2 = 4y(h-y) \Rightarrow$$

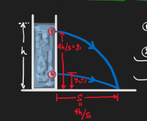
$$\Rightarrow y^2 = 4yh - 4y^2 \Rightarrow y^2 + 4y^2 = 4yh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5y^2 = 4yh \xrightarrow[y \neq 0]{} 5y = 4h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{4h}{5}}$$

Check: $S = 2\sqrt{y(h-y)} = 2\sqrt{\frac{4h}{5}\left(h - \frac{4h}{5}\right)} = 2\sqrt{\frac{4h}{5}\cdot\frac{h}{5}} =$

$$= 2\sqrt{\frac{4h^2}{25}} = 2\,\frac{2h}{5} = \frac{4h}{5} \quad ☺$$



① : $S = y_1 \Rightarrow y_1 = 2\sqrt{y_1(h-y_1)} = 2\sqrt{\frac{4h}{5}\left(h - \frac{4h}{5}\right)} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{4h}{5}$

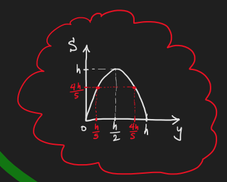
② : $S = y_2 \Rightarrow y_2 = 2\sqrt{y_2(h-y_2)}$

$S = \text{σταθ}$

$$\frac{4h}{5} = 2\sqrt{y_2(h-y_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{16h^2}{25} = 4y_2(h-y_2) \Rightarrow \frac{4h^2}{25} = y_2 h - y_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2^2 - h y_2 + \frac{4h^2}{25} = 0$$



$$\Delta = b^2 - 4ac = (-h)^2 - 4\cdot 1\cdot \frac{4h^2}{25} = h^2 - \frac{16h^2}{25} = \frac{9h^2}{25} \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \frac{3h}{5}$$

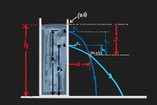
$$y_{1,(2)} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-h) \pm 3h/5}{2} = \frac{h}{2} \pm \frac{3h}{10}$$

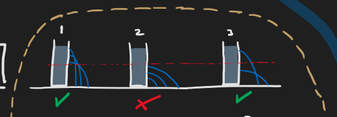
δηλ. έχω 2 τρόπους:

$y = \frac{h}{2} + 3h/10 = 8h/10 = \boxed{4h/5 = y_1}$

$y = \frac{h}{2} - 3h/10 = 2h/10 = \boxed{h/5 = y_2}$

ΣΗΜΕΙΟ ΣΥΝΑΝΤΗΣΗΣ ΦΛΕΒΩΝ





για να έχουμε συνάντηση φαίνη θα πρέπει είτε οι ροές να είναι πάνω από τη τρύπα (1), είτε ελεύθερη της τρύπας (3)

Τύπος: $\begin{cases} v_1 = \sqrt{2g(h-y_1)} \\ v_2 = \sqrt{2g(h-y_2)} \end{cases}$

Ροή 1: $x = v_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{v_1}$

$$h - y_1 = \frac{1}{2}g t_1^2 \Rightarrow y - (h - y_1) = \frac{1}{2}g t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - h + y_1 = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_1^2} \Rightarrow y = h - y_1 + \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = h - y_1 + \frac{1}{2}g\frac{x^2}{2g(h-y_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = h - y_1 + \frac{x^2}{4(h-y_1)}} \quad (1)$$

Ροή 2: ομοίως: $t_2 = \frac{x}{v_2}$

$$y - (h - y_2) = \frac{1}{2}g t_2^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \boxed{y = h - y_2 + \frac{x^2}{4(h-y_2)}} \quad (2)$$

$(1)=(2)$: $\cancel{h} - y_1 + \frac{x^2}{4(h-y_1)} = \cancel{h} - y_2 + \frac{x^2}{4(h-y_2)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{x^2}{4(h-y_1)}}_{\frac{h-y_2}{h-y_2}} - \underbrace{\frac{x^2}{4(h-y_2)}}_{\frac{h-y_1}{h-y_1}} = y_1 - y_2 \Rightarrow \frac{x^2(h-y_2) - x^2(h-y_1)}{4(h-y_1)(h-y_2)} = y_1 - y_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2\cancel{(h}\cancel{-y_2}\cancel{+y_1}) = (y_1 - y_2)\,4(h-y_1)(h-y_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2\cancel{(y_1 - y_2)} = \cancel{(y_1 - y_2)}\,4(h-y_1)(h-y_2) \xrightarrow{y_1 \neq y_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2\sqrt{(h-y_1)(h-y_2)}}$$

(1): $y = h - y_1 + \frac{\cancel{4}(h-y_1)(h-y_2)}{\cancel{4}(h-y_1)} \xrightarrow{x \neq 0}$

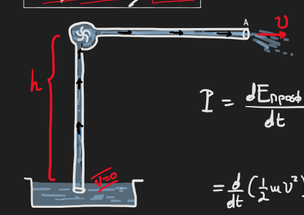
$$\Rightarrow y = h - y_1 + h - y_2 \Rightarrow \boxed{y = 2h - y_1 - y_2}$$

Άρα οι συντεταγμένες του σημείου συνάντησης είναι:

$$\boxed{(x,y) = \left(2\sqrt{(h-y_1)(h-y_2)},\ 2h - y_1 - y_2\right)}$$

με το (0,0) να είναι το πάνω δεξί σημείο της μ.ελεύθερης του υγρού και θετικές φορές: $y \downarrow$, $x \rightarrow$

Ισχύς Αντλίας



$$P = \frac{dE_{\text{παρεχ}}}{dt} = \frac{dK + dU}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right) + \frac{d}{dt}(mgh) = \frac{1}{2}\upsilon^2\frac{dm}{dt} + gh\frac{dm}{dt} =$$

$$= \frac{1}{2}\upsilon^2\frac{d(\rho V)}{dt} + gh\frac{d(\rho V)}{dt} = \frac{1}{2}\upsilon^2\rho\frac{dV}{dt} + gh\rho\frac{dV}{dt} =$$

$$= \frac{1}{2}\rho\upsilon^2\cdot\Pi + \rho g h\cdot\Pi = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 A\cdot\upsilon + \rho g h\cdot A\cdot\upsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P = A\cdot\upsilon\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g h\right)}$$

αν δεν υπάρχει ύψος για να ανέβει (οριζόντια κίνηση υγρού) $(h=0)$ $\Bigg\}$ $\boxed{P = \frac{1}{2}\rho A\upsilon^3}$