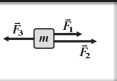


3. Σώμα μάζας $m=5\text{ kg}$ δέχεται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις $F_1=10\text{ N}$, $F_2=20\text{ N}$ και F_3 όπως στο σχήμα. Αν το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου $a=5\text{ m/s}^2$ τότε το μέτρο της δύναμης F_3 μπορεί να είναι [...] N ή [...] N .



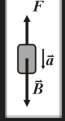
• Αν η επιτάχυνση είναι ημεγαλύτερη από 0:

 $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_1 + F_2 - F_3 = m \cdot a \Rightarrow 10 + 20 - F_3 = 5 \cdot 5 \Rightarrow F_3 = 5\text{ N}$

 • Αν η επιτάχυνση είναι ημεγαλύτερη από 0:

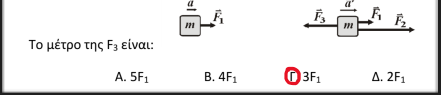
 $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_3 - F_1 - F_2 = m \cdot a \Rightarrow F_3 - 10 - 20 = 5 \cdot 5 \Rightarrow F_3 = 55\text{ N}$

4. Για το σώμα του σχήματος έχουμε: $m=2\text{ kg}$, $g=10\text{ m/s}^2$, $a=4\text{ m/s}^2$. Η δύναμη F έχει μέτρο $F=[...]\text{N}$.



$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow B - F = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - F = m \cdot a \Rightarrow 2 \cdot 10 - F = 2 \cdot 4 \Rightarrow 20 - F = 8 \Rightarrow F = 12\text{ N}$

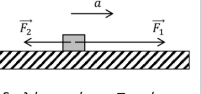
5. Για τα σώματα (ισής μάζας) του σχήματος έχουμε $a'=3a$ και $F_2=5F_1$.



1η Διάταξη: $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_1 = m \cdot a \quad (1)$

2η Διάταξη: $\Sigma F' = m \cdot a' \Rightarrow F_1 + F_2 - F_3 = m \cdot a' \Rightarrow F_1 + 5F_1 - F_3 = m \cdot 3a \Rightarrow 6F_1 - F_3 = 3m \cdot a \Rightarrow 6F_1 - F_3 = 3F_1 \Rightarrow 6F_1 - F_3 = 3F_1 \Rightarrow 6F_1 - 3F_1 = F_3 \Rightarrow F_3 = 3F_1$

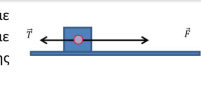
7. (Τράπεζα) Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 με αποτέλεσμα το κιβώτιο να κινείται με επιτάχυνση ομόρροπη της F_1 . Αν καταργηθεί η F_2 η επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο έχει διπλάσιο μέτρο. Τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 συνδέονται με τη σχέση:



αρχικά: $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_1 - F_2 = m \cdot a \Rightarrow F_1 - F_2 = \frac{F_1}{2} \Rightarrow F_1 - \frac{F_1}{2} = F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{F_1}{2} \Rightarrow F_1 = 2F_2$

 Τότε: $\Sigma F' = m \cdot a' \Rightarrow F_1 = m \cdot 2a \Rightarrow m \cdot a = \frac{F_1}{2}$

8. (Τράπεζα) Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης. Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου $a=1\text{ m/s}^2$. Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με 3 m/s^2 . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Το μέτρο της δύναμης ισούται με:



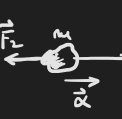
$m=2\text{ kg}$
 $a=1\text{ m/s}^2 \quad (F_1)$
 $a'=3\text{ m/s}^2 \quad (2F_1)$
 $F=?$

 Διαφορές των περιπτώσεων διαφέρουν:

 • αρχικά: $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F - T = m \cdot a \Rightarrow F - T = 2 \cdot 1 \Rightarrow F - T = 2 \Rightarrow T = F - 2 \quad (1)$

 • Τότε: $\Sigma F' = m \cdot a' \Rightarrow 2F - T = m \cdot a' \Rightarrow 2F - T = 2 \cdot 3 \Rightarrow 2F - T = 6 \xrightarrow{(1)} 2F - (F - 2) = 6 \Rightarrow 2F - F + 2 = 6 \Rightarrow F = 4\text{ N}$

3. Σώμα μάζας $m=4\text{ kg}$ δέχεται δύο αντίρροπες δυνάμεις $F_1=45\text{ N}$ και F_2 (με $F_2 < F_1$). Το σώμα επιταχύνεται από την ηρεμία και η εξίσωση θέσης του είναι $x=3,75t^2$. Η δύναμη F_2 έχει μέτρο $F_2=[...]\text{N}$.

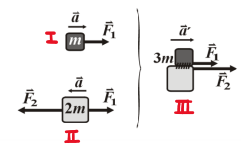


αφού $F_1 > F_2$ το σώμα επιταχύνεται προς την F_1

 $v_0=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x=3,75t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}a=3,75 \Rightarrow a=7,5\text{ m/s}^2$

 $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_1 - F_2 = m \cdot a \Rightarrow 45 - F_2 = 4 \cdot 7,5 \Rightarrow 45 - F_2 = 30 \Rightarrow F_2 = 15\text{ N}$

6. Σώμα μάζας m δεχόμενο μόνο μία δύναμη μέτρου F_1 επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου a . Δεύτερο σώμα, μάζας $2m$ δέχεται την δύναμη F_1 προς τα δεξιά και μια δύναμη F_2 προς τ' αριστερά, με αποτέλεσμα να επιταχύνεται πάλι με επιτάχυνση μέτρου a , αλλά αυτή τη φορά προς τ' αριστερά. Όταν ενώσουμε τα δύο σώματα και τους ασκήσουμε και τις δύο δυνάμεις προς την ίδια κατεύθυνση, τότε επιταχύνονται με επιτάχυνση μέτρου a' . Η σχέση που συνδέει τα μέτρα των επιταχύνσεων a και a' είναι:

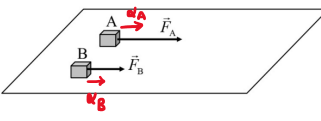


1η Διάταξη: $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F_1 = m \cdot a \quad (1)$

 2η Διάταξη: $\Sigma F' = 2m \cdot a \Rightarrow F_2 - F_1 = 2m \cdot a \xrightarrow{(1)} F_2 - m \cdot a = 2m \cdot a \Rightarrow F_2 = 3m \cdot a \quad (2)$

 3η Διάταξη: $\Sigma F'' = 3m \cdot a' \Rightarrow F_1 + F_2 = 3m \cdot a' \xrightarrow{(1)(2)} m \cdot a + 3m \cdot a = 3m \cdot a' \Rightarrow 4m \cdot a = 3m \cdot a' \Rightarrow a' = \frac{4}{3}a$

9. (Τράπεζα) Δύο κιβώτια Α και Β με ίσες μάζες βρίσκονται δίπλα - δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούνται στα κιβώτια Α και Β σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F_A και F_B με μέτρα $F_A=F$ και $F_B=F/2$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τα δύο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Αν μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους, τα κιβώτια Α και Β έχουν ταχύτητες με μέτρα u_A και u_B αντίστοιχα, τότε ισχύει:

$\alpha_A = \frac{\Sigma F_A}{m_A} = \frac{F_A}{m} = \frac{F}{m}$
 $\alpha_B = \frac{\Sigma F_B}{m_B} = \frac{F_B}{m} = \frac{F/2}{m} = \frac{F}{2m}$

 $\Rightarrow \alpha_B = \frac{\alpha_A}{2} \Rightarrow \alpha_A = 2\alpha_B \quad (1)$

$v_0=0 \Rightarrow v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a}$
 $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}a \frac{v^2}{a^2} \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v^2 = 2a \Delta x \Rightarrow v = \sqrt{2a \Delta x}$

$v_A = \sqrt{2\alpha_A \Delta x_A}$
 $v_B = \sqrt{2\alpha_B \Delta x_B}$

 $\Delta x_A = \Delta x_B$ ή $\alpha_A = 2\alpha_B$

 $v_A = \sqrt{2 \cdot 2\alpha_B \Delta x}$
 $v_B = \sqrt{2 \alpha_B \Delta x}$

 $\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2 \cdot 2\alpha_B \Delta x}}{\sqrt{2 \alpha_B \Delta x}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2} \Rightarrow v_A = \sqrt{2} \cdot v_B$

10. (Τράπεζα) Σε ένα σώμα μάζας m που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a=2g$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος B του σώματος θα έχει μέτρο:



$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow F - B = m \cdot a \Rightarrow F - m \cdot g = m \cdot 2g \Rightarrow F = m \cdot g + 2m \cdot g \Rightarrow F = 3m \cdot g \Rightarrow F = 3B \Rightarrow B = \frac{F}{3}$