

1. Δύο σώματα μάζων m_1 και m_2 έχουν βαρυτική δυναμική ενέργεια -1000 J όταν βρίσκονται σε απόσταση r . Δύο άλλα σώματα μάζων $m_1 = 3m_2$ και $m_1 = 2m_2$, όταν βρεθούν σε απόσταση r' ή θα έχουν βαρυτική δυναμική ενέργεια:
Α. -1000 J Β. -2000 J Γ. -4000 J Δ. -6000 J

$$\bullet U = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad (U = -1000 \text{ J})$$

$$\bullet U' = -G \frac{m_1 m_2}{r'} = -G \frac{3m_2 \cdot 2m_2}{3r} = -G \frac{6m_2^2}{r} = 2U = 2 \cdot (-1000) = -2000 \text{ J}$$

2. Η ταχύτητα διαφυγής από έναν πλανήτη μάζας M και ακτίνας R είναι 10 km/s . Από έναν άλλο πλανήτη με μάζα $M' = 4M$ και την ίδια ακτίνα $R' = R$, η ταχύτητα διαφυγής θα είναι: $[6] \text{ km/s}$.

$$\bullet v_b = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\bullet v_b' = \sqrt{\frac{2GM'}{R'}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 4M}{R}} = 2 \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2v_b = 2 \cdot 10 = 20 \text{ km/s}$$

3. Σώμα βρίσκεται ακίνητο σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης. Αν από αυτό το σημείο η ταχύτητα διαφυγής του σώματος είναι η μισή από ότι από την επιφάνεια της Γης, τότε ο λόγος h/R , όπου R η ακτίνα της Γης, είναι: $h/R = [3]$.

$$\bullet v_b = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$$

$$\bullet v_b^{\text{στη Γ}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\left. \begin{aligned} v_b &= \frac{1}{2} v_b^{\text{στη Γ}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2GM}{R}} \xrightarrow{\uparrow \square} \frac{2GM}{R+h} = \frac{1}{4} \frac{2GM}{R} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{R+h} &= \frac{1}{4R} \Rightarrow 4R = R+h \Rightarrow 4R - R = h \Rightarrow \\ \Rightarrow 3R &= h \Rightarrow \frac{h}{R} = 3 \end{aligned} \right\}$$

4. Η Γη έχει μάζα M και ακτίνα R . Στην επιφάνειά της η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g_0 και το βαρυτικό δυναμικό είναι V_0 . Ο λόγος V_0/g_0 ισούται με:
Α. $-M$ Β. $-M/R$ Γ. $-R$ Δ. $-MR$

$$\bullet V_0 = -G \frac{M}{R}$$

$$\bullet g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\left. \frac{V_0}{g_0} = \frac{-G \frac{M}{R}}{G \frac{M}{R^2}} = -\frac{R^2}{R} = -R \end{aligned} \right\}$$

5. Σε ύψος h από την επιφάνεια ενός πλανήτη ακτίνας R , η ένταση του βαρυτικού πεδίου ισούται με το $1/16$ της έντασης στην επιφάνειά του ($g_0 = g/16$). Σε ύψος $h' = h - 2R$, η ένταση του βαρυτικού πεδίου θα είναι g_0/x . Ο αριθμός x ισούται με $[\quad]$.

$$\bullet g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$\bullet g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

$$\xrightarrow{\frac{g}{g_0}} \frac{1}{16} g_0 \Rightarrow G \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{1}{16} G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{1}{(R+h)^2} = \frac{1}{16R^2} \Rightarrow 16R^2 = (R+h)^2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{\quad} \Rightarrow 4R = R+h \Rightarrow 4R - R = h \Rightarrow h = 3R$$

$$\bullet h' = h - 2R = 3R - 2R \Rightarrow h' = R$$

$$\bullet g' = G \frac{M}{(R+h')^2} = G \frac{M}{(R+R)^2} = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{M}{4R^2}$$

$$\bullet g = G \frac{M}{R^2}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\Rightarrow g' = \frac{g_0}{4} \Rightarrow x = 4 \end{aligned} \right\}$$

6. Δορυφόρος βρίσκεται σε ακτίνα r από το κέντρο της Γης και περιφέρεται με περίοδο $T = 3 \text{ h}$. Αν ο δορυφόρος απομακρυνθεί και τεθεί σε νέα τροχιά ακτίνας $r' = 4r$ από το κέντρο της Γης, τότε θα περιφέρεται με περίοδο $T' = [54] \text{ h}$.

$$\bullet T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$\bullet T' = 2\pi \sqrt{\frac{r'^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{(4r)^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{64r^3}{GM}} = 8 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\Rightarrow T' = 8 \cdot T = 8 \cdot 3 = 24 \text{ h} \end{aligned} \right\}$$

7. Τρεις ίσες σημειακές μάζες m η κάθε μια, βρίσκονται στο διίστημα, ακίνητες στις κορυφές ενός ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a . Αν φέρουμε τις μάζες στις κορυφές ενός νέου ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς $a/2$, τότε η μεταβολή στην ολική βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος θα είναι:
Α. άπειρη Β. μηδενική Γ. ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος Δ. ίση με την τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος

$$\bullet U_I = -G \frac{m \cdot m}{a} - G \frac{m \cdot m}{a} - G \frac{m \cdot m}{a} = -\frac{3Gm^2}{a}$$

$$\bullet U_{II} = -G \frac{m \cdot m}{a/2} - G \frac{m \cdot m}{a/2} - G \frac{m \cdot m}{a/2} = -\frac{6Gm^2}{a}$$

$$\Delta U = U_{II} - U_I = -\frac{6Gm^2}{a} - \left(-\frac{3Gm^2}{a}\right) = -\frac{3Gm^2}{a}$$

...άρα: $\Delta U = U_I \sim \Gamma$



8. Ο λόγος u_1/u_2 των ταχυτήτων δύο δορυφόρων που περιστρέφονται γύρω από τη Γη σε ακτίνας (από το κέντρο της) r_1 και $r_2 = 9r_1$ είναι: $u_1/u_2 = [3]$.

$$\bullet v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

$$\bullet v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}} = \sqrt{\frac{GM}{9r_1}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\Rightarrow v_2 = \frac{1}{3} v_1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 3 \end{aligned} \right\}$$

9. Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (I.S.S.) περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R/16$ από την επιφάνειά της, όπου R η ακτίνα της. Σε αυτό το ύψος η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) σε σχέση με αυτήν στην επιφάνεια της Γης (g_0) είναι περίπου το:
Α. 88,6% Β. 16,6% Γ. 11,4% Δ. 4%

$$\bullet g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

$$\bullet g_{ISS} = G \frac{M}{(R+h)^2} = G \frac{M}{(R + \frac{R}{16})^2} = G \frac{M}{(\frac{17R}{16})^2} = G \frac{M}{(\frac{16}{17})^2 R^2} = \left(\frac{16}{17}\right)^2 G \frac{M}{R^2}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\Rightarrow g_{ISS} = \left(\frac{16}{17}\right)^2 g_0 \approx 0,886 \cdot g_0 = \frac{88,6}{100} g_0 \Rightarrow g_{ISS} \approx 88,6\% g_0 \end{aligned} \right\}$$

10. Η ταχύτητα διαφυγής από τη Γη είναι $11,2 \text{ km/s}$. Η αντίστοιχη ταχύτητα διαφυγής από έναν πλανήτη που έχει μάζα $M = M_{\text{mars}}/80$ και ακτίνα $R = R_{\text{mars}}/4$ είναι περίπου:
Α. $6,25 \text{ km/s}$ Β. $22,4 \text{ km/s}$ Γ. $44,8 \text{ km/s}$ Δ. $2,5 \text{ km/s}$

$$\bullet v_{f(mars)} = \sqrt{\frac{2GM_{mars}}{R_{mars}}}$$

$$\bullet v_{f(m)} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G \cdot \frac{M_{mars}}{80}}{\frac{R_{mars}}{4}}} = \sqrt{\frac{4}{80} \frac{2GM_{mars}}{R_{mars}}} = \sqrt{\frac{1}{20} \frac{2GM_{mars}}{R_{mars}}} = \sqrt{\frac{1}{20}} \cdot \sqrt{\frac{2GM_{mars}}{R_{mars}}}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \right. \\ &\Rightarrow v_{f(m)} = \sqrt{\frac{1}{20}} \cdot v_{f(mars)} \approx 0,223 \cdot 11,2 = 2,5 \text{ km/s} \end{aligned} \right\}$$