

Υπολογισμός ορίου της μορφής $\left(\frac{a}{0}\right)$

1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 1}{(x - 2)^2}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{|x - 1|}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x - 1}{\sqrt{x - 3}}$

iv. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x^2 - 2x + 1}$.

2. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{x - 2}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 2}{x^2 - 4x + 3}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$

iv. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$.

3. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\eta\mu x}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 1}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 2}{\ln x}$

iv. $\lim_{x \rightarrow e^+} \frac{x^2 - 1}{1 - \ln x}$.

4. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} + \frac{3}{x^2 - 1} \right)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 1}{x - 4\sqrt{x} + 4}$

iv. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}.$

5. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x \eta \mu x}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5x-1}{x - \eta \mu x}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x^2 - \eta \mu x^2}$

iv. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\eta \mu^2 x}.$

6. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{|x|} \right)$

iii. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x-3}{x^2-4}$

iv. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3}{2^{3x-1} + 2^{x-3} - 2^{2x-1}}.$

7. Να βρείτε, αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x\sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 1}.$

Όριο με βοηθητική συνάρτηση

8. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, όταν:

i. $\lim_{x \rightarrow 1} |x-1| f(x) = 2$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^2 f(x) = -5.$

9. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, όταν:

i. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2+3} = -\infty$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2x-5} = +\infty$

iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{f(x)} = -\infty$

iv. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2}{f(x)} = +\infty$.

10. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 1} [xf(x) + \sqrt{x+3} - 2] = +\infty$. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

11. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 3x}{3f(x) - 2} = -\infty$, να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

12. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 4} |x-4|f(x) = 1$. Να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 3f(x) + 4}{2f^3(x) + 1}$

13. Αν για τις συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)(x^2-1)}{x-2} = -\infty \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{g(x)(x-1)} = +\infty, \text{ να βρείτε το } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

14. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ικανοποιεί τη σχέση:

$$3f(x+1) - 2f(2-x) = x^2 + 14x - 5, \text{ να βρείτε το όριο } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{f(x)}.$$

15. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{3f(x)+1} = -\infty$, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

16. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$, να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+g(x)}{f^2(x)+g^2(x)} = 0$.

Παραμετρικά όρια

17. Έστω $f(x) = \frac{x^2 - (a-5)x - 3a}{x^2 - 9}$, να βρεθεί η τιμή του $a \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση να έχει στο $x_0 = 3$ όριο πραγματικό αριθμό και να βρεθεί η τιμή του ορίου.

18. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + x + \kappa - 1}{x-1}$, να βρείτε την τιμή του πραγματικού κ , για την οποία το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \in \mathbb{R}$.

19. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\kappa x^2 + (\lambda - 1)x + 4}{x^2 - 4x + 4}$, να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \in \mathbb{R}$.

20. Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\alpha - 1)x^2 + x + \beta}{x^2 - 1} = 2$.

21. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 4}{x^2 + \alpha x + 1} = +\infty$, να βρεθεί η τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$.

22. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^4 + 2}{\alpha x^2 + \beta x + 2}$, να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

23. Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, όταν:

i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x^2 + \kappa x + 4} = +\infty$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\kappa x^2 + (\lambda + 2)x + 4}{x^2 - 2x + 1} \in \mathbb{R}$.

24. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - \lambda}{x^2 - 6x + 9}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \lambda^2 x + 8}{x^2 - 2x + 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - \lambda^2 x - 4}{|x - 2|}$

25. Για τις διάφορες τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\lambda^2 x - 4\lambda - 8}{x - 4\sqrt{x} + 4}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\lambda x^2 + \lambda^2 x - 3}{x + \sqrt{x} - x\sqrt{x} - 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\lambda^2 + 2)x^2 - 2(\lambda + \mu)x + \mu^2}{(x - 1)^2}$

26. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lambda x^2 - x}{\lambda^2 - \lambda x}, \lambda \neq 0$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \lambda^2 x + 3}{2x - \lambda}$.