

Θέμα 1^ο Ερωτήσεις τύπου Σ ή Λ

- Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0 , έναν πραγματικό αριθμό ℓ .
Αναγκαστικά το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της.
- Τα πλευρικά όρια μιας συνάρτησης f , όταν το x παίρνει τιμές κοντά στο x_0 , συμπίπτουν πάντοτε.
- Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 εξαρτάται από την τιμή της συνάρτησης στο σημείο αυτό.
- Αν μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0 , τότε αυτό είναι μοναδικό.
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε υπάρχει συνάρτηση φ με $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = 0$ και $f(x) = \ell + \varphi(x)$.
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \ell$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0 .
- Αν για τις συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$, τότε πάντοτε
$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$
- Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{|x|}{x} - 1$. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|$, $\ell \neq 0$, τότε πάντοτε ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$.
- Μια συνάρτηση f έχει στο $x_0 = 2009$ όριο το -2009 . Τότε η f παίρνει αρνητικές τιμές για κάποια x κοντά στο 2004.
- Αν το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ είναι θετικός αριθμός, τότε η f παίρνει θετικές τιμές κοντά στο x_0 .
- Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα διάστημα που περιέχει το 0. Τότε ισχύει πάντοτε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- Αν $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \beta$, $\lim_{x \rightarrow \beta} g(x) = \gamma$ και $f(x) \neq \beta$ κοντά στο α , τότε $\lim_{x \rightarrow \alpha} g(f(x)) = \gamma$.
- Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(ax)}{x} = 1$ με $a \neq 0, 1$.
- Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 3\ell$.
- Αν $f(x) > 0$ για κάθε x κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = \lambda^2$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = |\lambda|$
- Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$
- Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\lambda|$
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ τότε $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 .
- Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

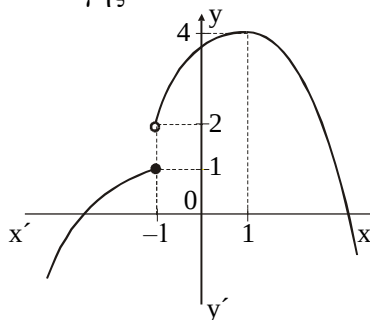
Θέμα 2^ο Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

1. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα, τότε λάθος είναι

A. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$

Γ. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$ Δ. $f(-1) = 2$

E. $f(1) = 4$



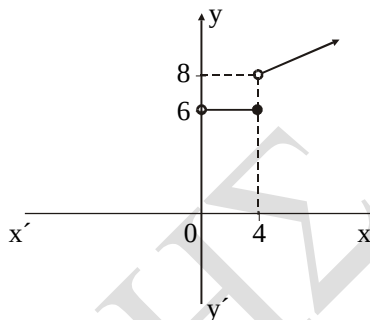
2. Για τη συνάρτηση f του σχήματος, ισχύει

A. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 6$ B. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 8$

Γ. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

Δ. υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

E. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$



3. Αν $f(x) \leq g(x)$ με $x \in (1, 3)$ και οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο πραγματικό αριθμό στο 2, τότε ισχύει ότι

A. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) > \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ B. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) > 0$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) < 0$ Γ. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

Δ. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ E. τίποτα από τα παραπάνω

4. Αν $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ με $x \in (0, 2)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$, τότε ισχύει ότι

A. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{3}{2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = 3$ Γ. $\lim_{x \rightarrow 1} [h(x) - f(x)] = 3$

Δ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ E. τίποτα από τα παραπάνω

Θέμα 3^ο Ερωτήσεις συμπλήρωσης

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

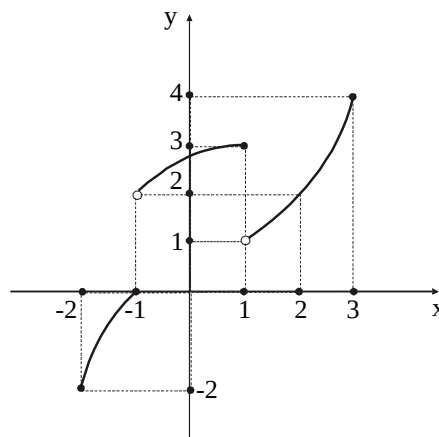
Να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ β) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$

γ) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$ δ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

ε) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$ στ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

ζ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$



Θέμα 4^ο Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 8}{x^3 + 1}, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{x^2+8} - \sqrt{x+10}}, \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt[3]{x+12} - 2}{x^2 - 16}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^4 - 3\eta\mu^4 x}{8x^2\eta\mu^2 x}, \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2|x-3| + 5|1-x| - 10}{x^2 - 9}, \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 3} [(\chi^2 - 9)^4 \eta\mu \frac{1}{2\chi - 6}]$$

$$\zeta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x} - 4x^2 + 3}{x-1}, \quad \eta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}, \quad \theta) \lim_{x \rightarrow 0} (\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2}{x})$$

Θέμα 5^ο

A) Έστω $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x)(2x^2 - 18)] = 4$ και $\lim_{x \rightarrow 3} [g(x)(\sqrt{x+1} - 2)] = 5$. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Θέμα 6^ο

Αν $f(x) = \begin{cases} x^2 + \beta & , \quad x \geq 3 \\ x + \alpha & , \quad x < 3 \end{cases}$, να βρείτε τους α και β ώστε $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$

Θέμα 7^ο

Αν ισχύει ότι $|f(x) - 2x| \leq (x-5)^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ και μετά να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5)$.

Θέμα 8^ο

Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $2xf(x) - f^2(x) = x\eta\mu x$ και

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lambda, \lambda \in \mathbb{R}. \text{ Να δείξετε ότι } \lambda = 1$$

Θέμα 9^ο

Αν για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(x) = f(3-x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Θέμα 10^ο

Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lambda \in \mathbb{R}$ και $\frac{f(x)}{x} < 1$ για κάθε $x \neq 0$. Να βρείτε τον αριθμό λ .

Θέμα 11^ο

Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x}{x^2+4x+4}, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2-5x+6}, \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2-\pi}{\sin x}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}, \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3x-1}{x-\eta\mu x} \right), \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{|x|} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\zeta) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right), \quad \eta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x \sin x} \right), \quad \theta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\eta\mu^2 x} - \frac{1}{1-\sin x} \right), \quad \iota) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x^3}$$

Θέμα 12^ο

A) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+\beta-1}{x^2-\alpha}$ για τις διάφορες τιμές των α, β .

B) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το παρακάτω όριο υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\alpha+1)x^2+8x-\alpha}{12-3x^2}$.

Με τι ισούται τότε το όριο αυτό;

Γ) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x^2+\alpha}{x^2-4x+\alpha^2} = +\infty$

Δ) Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-\alpha x+\beta}{x-3} = 1$

E) Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\alpha x^2 + (\beta-1)x + 4}{x^2-2x+1} \right) \in \mathbb{R}$

Θέμα 13^ο

Αν $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{(x-3)f(x)} = -\infty$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Θέμα 14^ο

Αν $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)-2}{f^2(x)+5}$

Θέμα 15^ο

Αν $x^2 f(x) - 1 \geq 0$ για κάθε $x \neq 0$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Θέμα 16^ο Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - 3x + 4}{5x^2 - 2x + 1}, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5x^2 - 2x + 1}, \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5x^3 - 2x + 1}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} [(2\lambda - 6)x^3 - 2\lambda x^2 + x - 2], \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\lambda x^3 + 2x^2 - 3}{(\lambda - 1)x^2 + 2}$$

Θέμα 17^ο Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^4 - 3x^2 + 1} + 2x - 1, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 - 3x + 1} - 5x + 2)$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^2 - 3x + 4}}{3x - 2}, \quad \delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x), \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3} - 2x}{\sqrt{9x^2 - x + 2} - 5x + 1}$$

$$\sigma\tau) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - \sqrt{9x^2 + 1} + x), \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - \sqrt{9x^2 + 1} - \alpha x)$$

Θέμα 18^ο Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 3^{x+2} - 4 \cdot 2^{x+1} + 2}{5 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^{x+1} - 1}, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 3^{x+2} - 4 \cdot 2^{x+1}}{5 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^{x+1}}, \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 3^{x+2} - 4 \cdot \alpha^{x+1}}{5 \cdot \alpha^x + 3 \cdot 3^{x+1}}$$

Θέμα 19^ο Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \eta \mu \frac{1}{x}), \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{1}{x} \eta \mu x), \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^\nu \eta \mu \frac{1}{x}), \nu \in \mathbb{N}^*$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \eta \mu \frac{1}{x}}{3x - 2}, \quad \varepsilon) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2 - 2x + 3}{2x^3 + 5x} \cdot \sigma \upsilon \nu x), \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x \eta \mu x + 2}{x^2 + \eta \mu x + 3x}$$

Θέμα 20^ο Να προσδιορίσετε κάθε φορά τους πραγματικούς αριθμούς α, β ώστε :

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} - \alpha x + \beta) = 3, \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x + 3} - \alpha x - \beta) = 2$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + x + 1} - \alpha x}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \beta x} = \frac{1}{6}, \quad \delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{4x^2 + 1} + \alpha x - \beta) = 0$$

Θέμα 21^ο Αν $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 3x + 2}{xf(x) + x^2 - 2}$

Θέμα 22^ο Αν $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 3x) = 2$ να

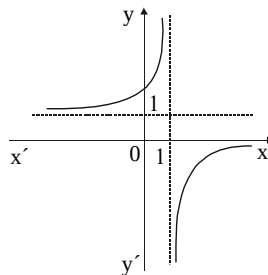
βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}^*$ ώστε να ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + \lambda x - 1}{xf(x) - 3x^2 + 1} = 1$

Θέμα 23^ο Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α) Να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

β) Τι συμπεραίνετε για το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$;



Θέμα 24^ο Αν $f(x) = \ell \ln \frac{x-3}{2x}$, να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού της f

β) τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Θέμα 25^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \begin{cases} x-2 & , \quad x < 1 \\ x+1 & , \quad x > 1 \end{cases}$ και $g(x) = \frac{1}{x-1}$.

α) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια αιτιολογώντας την απάντησή σας

i. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \cdot g(x))$

γ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln(x-1) \cdot g(x))$

Θέμα 26^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - x}$. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \cdot \eta\mu(x-1))$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot \eta\mu x)$

Θέμα 27^ο

Έστω f συνάρτηση στο $\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ και

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x) = 2$. Να βρείτε τα παρακάτω όρια

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x) - 2x + \eta\mu x}{xf(x) - 3x + 5}$

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \eta\mu x}{xf(x) - 3x^2}$

Θέμα 28^ο Ερωτήσεις Σ – Λ

1. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f + g$ **δεν** είναι συνεχής στο x_0 .
2. Αν οι συναρτήσεις f, g δεν είναι συνεχείς στο σημείο x_0 του κοινού πεδίου ορισμού τους, τότε η συνάρτηση $f + g$ **δεν** είναι συνεχής στο x_0 .
3. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε και η f^2 είναι συνεχής στο x_0 .
4. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι συνεχείς στο σημείο x_0 του κοινού πεδίου ορισμού τους, τότε η συνάρτηση $f \circ g$ είναι απαραίτητα συνεχής στο x_0 .

Θέμα 29^ο Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Αν $f(x)$ μια συνάρτηση ορισμένη στο $\mathbb{R}$, συνεχής στο 2 και

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{τότε το } f(2) \text{ ισούται με}$$

A : 0 , B : 2 , Γ : -2 , Δ : 4 , E : -4

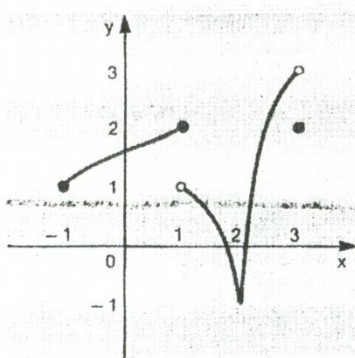
2. Αν η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon\phi(\pi x)}{x} , & x \neq 0 \\ \lambda , & x = 0 \end{cases}$ είναι συνεχής στο 0 τότε λ

=

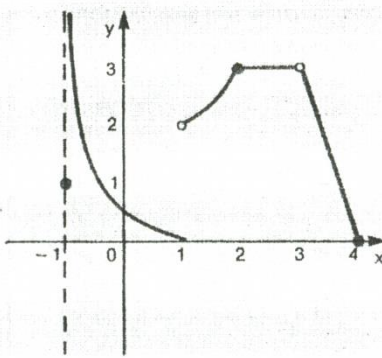
A : 0 , B : 1 , Γ : π , Δ : $-\pi$, E : κανένα από τα προηγούμενα

Θέμα 30^ο

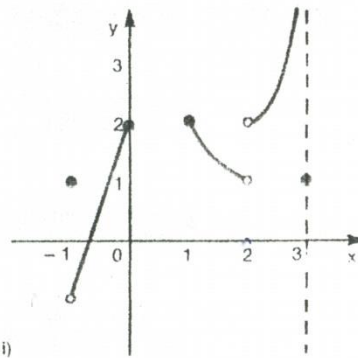
Να βρεθεί το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και τα σημεία ασυνέχειας των τριών παρακάτω συναρτήσεων.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

Θέμα 31^ο Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τις παρακάτω συναρτήσεις :

$$\alpha) f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-x}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}, \quad \beta) g(x) = \begin{cases} |x| + 2, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ x^2 - 2, & x > 0 \end{cases}, \quad \gamma) h(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x^2}{x}, & x < 0 \\ x^5 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Θέμα 32^ο Αν $f(x) = \begin{cases} \alpha x - \beta, & x \leq 1 \\ 3x, & 1 < x \leq 2 \\ \beta x^2 - \alpha, & x > 2 \end{cases}$, να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε :

η f να είναι συνεχής στο 1 και στο 2 .

Θέμα 33^ο

Μια συνάρτηση $f(x)$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και ισχύει $(x-2)^2 f(x) + 3x - 5 = 0$ για κάθε $x \neq 2$. Να εξετάσετε αν η $f(x)$ είναι συνεχής στο 2 .

Θέμα 34^ο

Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $\mathbb{R}$ τέτοια ώστε : $x \cdot f(x) + \eta\mu x = 2023 \cdot x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(0) = 2022$.

β) Να βρείτε τον τύπο της f .

γ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2022$.

Θέμα 35^ο

Μια συνάρτηση $f(x)$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και ισχύει $\eta\mu x - x^2 \leq x f(x) \leq x + x^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν η f είναι συνεχής στο 0 να βρεθεί το $f(0)$.

Θέμα 36^ο

Έστω συναρτήσεις f, g τέτοιες ώστε : $(f(x))^2 + (g(x))^2 \leq (x - x_0)^2$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Αποδείξτε ότι οι f, g είναι συνεχείς στο x_0 .

Θέμα 37^ο

Έστω η συνεχής συνάρτηση f τέτοια ώστε : $xf(x) + x^2 = 3\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Να βρεθεί ο τύπος της f

Θέμα 38^ο

Αν ισχύει ότι $(f(x))^2 \leq (x-1)^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 1.

Θέμα 39^ο

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $xf(x) + f^2(x) = 6x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ και η οποία είναι συνεχής στο 0 . Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ να βρείτε το λ και το $f(0)$.

Θέμα 40^ο

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι συνεχής στο 0 και $xf(x) < \eta\mu x$ για κάθε $x \neq 0$. Να βρείτε το $f(0)$