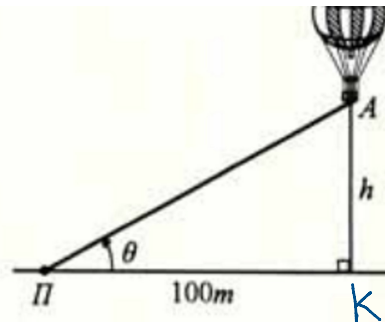


4. Ένα αερόστατο A αφήνει το έδαφος σε απόσταση 100m από έναν παρατηρητή Π με ταχύτητα 50m/min . Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η γωνία θ που σχηματίζει η $A\Pi$ με το έδαφος τη χρονική στιγμή κατά την οποία το μπαλόνι βρίσκεται σε ύψος 100m .



$$\begin{aligned} \pi K &= 100 \text{ m} \\ h'(t) &= 50 \text{ m/min} \\ \theta'(t_0) &= ? \\ h(t_0) &= 100 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{\theta} \theta(t) = \frac{AK}{\pi K} \Rightarrow \varepsilon_{\theta} \theta(t) = \frac{h(t)}{100} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \theta(t)} \cdot \theta'(t) = \frac{h'(t)}{100}$$

$$\gamma_{\text{ιο}} t = t_0 \text{ οκω } \frac{1}{\sin^2 \theta(t_0)} \cdot \theta'(t_0) = \frac{50}{100} \Rightarrow \theta'(t_0) = \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \theta(t_0)$$

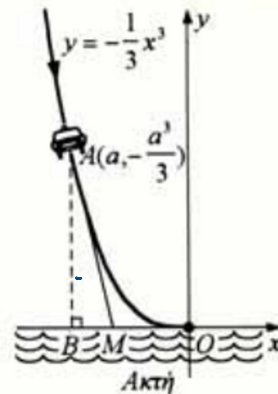
$$\text{Απο τριγωνομετρία } \sin^2 \theta(t_0) = \frac{1}{1 + \varepsilon_{\theta}^2 \theta(t_0)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{h(t_0)}{100}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{100}{100}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Τελικά } \theta'(t_0) = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ rad/min}$$

6. Ένα περιπολικό A κινείται κατά μήκος της καμπύλης $y = -\frac{1}{3}x^3$, $x \leq 0$ πλησιάζοντας την ακτή και ο προβολέας του φωτίζει κατευθείαν εμπρός (Σχήμα). Αν ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του περιπολικού δίνεται από τον τύπο

$$a'(t) = -a(t)$$

να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης του σημείου M της ακτής στο οποίο πέφτουν τα φώτα του προβολέα τη χρονική στιγμή κατά την οποία το περιπολικό έχει τετμημένη -3 .



$$A(a(t), -\frac{a^3(t)}{3})$$

$$a(t) \leq 0$$

$$a'(t) = -a(t) \quad (1)$$

$$M(x(t), 0)$$

$$x'(t_0) = ?$$

$$a(t_0) = -3$$

$$\varepsilon_A: y - f(a(t)) = f'(a(t))(x - a(t)) \Rightarrow y + \frac{1}{3}a^3(t) = -a^2(t)(x - a(t))$$

$$M \in \varepsilon_A \Rightarrow 0 + \frac{1}{3}a^3(t) = -a^2(t)x(t) + a^3(t) \Rightarrow$$

$$a^2(t)x(t) = \frac{2}{3}a^3(t) \xrightarrow{a(t) \neq 0} x(t) = \frac{2}{3}a(t)$$

$$\text{ορστ } x'(t) = \frac{2}{3}a'(t) \quad (2) \Rightarrow x'(t) = -\frac{2}{3}a(t)$$

$$\gamma_{\text{ιο}} t = t_0 \quad x'(t_0) = -\frac{2}{3}a(t_0) = -\frac{2}{3}(-3) = 2$$

$$\text{Τελικά } x'(t_0) = 2 \text{ μν. μ/κω}$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3$$

$$f'(x) = -x^2$$

$$\text{ορστ}$$

$$f'(a(t)) = -a^2(t)$$

$$\text{και } \frac{d}{dt} f(a(t)) = -a^2(t) \cdot a'(t) = -(f(a(t)))'$$

$$(f(a(t)))'$$