

Συνάρτηση f	Μια παράγουσα της f, F
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$
$f(x) = \eta\mu 2x$	$F(x) = -\frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{2}$
$f(x) = e^{3x}$	$F(x) = \frac{e^{3x}}{3}$
$f(x) = \frac{1}{\eta\mu^2 x}$	$F(x) = -\sigma\varphi x$
$f(x) = \ln x$	$F(x) = x \ln x - x$
$f(x) = \frac{1}{x-1}$	$F(x) = \ln(x-1)$
$f(x) = x^3 + 1$	$F(x) = \frac{x^4}{4} + x$
$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$	$F(x) = -\frac{1}{x} - x$
$f(x) = c$	$F(x) = c \cdot x$

	Γενική λύση f(x)	Αρχική συνθήκη	Μερική λύση f(x) με εύρεση c
$f'(x) = 3x + 2$	$\frac{3x^2}{2} + 2x + c$	$f(0) = 2 \Rightarrow c = 2$	$\frac{3x^2}{2} + 2x + 2$
$f'(x) = \eta\mu x$	$-\sigma\upsilon\nu x + c$	$f(0) = 1 \Rightarrow c = 2$	$-\sigma\upsilon\nu x + 2$
$f'(x) = e^{-x}$	$-e^{-x} + c$	$f(0) = 0 \Rightarrow c = 1$	$-e^{-x} + 1$
$f'(x) = \frac{1}{x}, x > 0$	$\ln x + c$	η f διέρχεται από το (1, e) $f(1) = e \Rightarrow c = e$	$\ln x + e$
$f'(x) = x^2$	$\frac{x^3}{3} + c$	$f(0) = -1 \Rightarrow c = -1$	$\frac{x^3}{3} - 1$
$f'(x) = 5$	$5x + c$	$f(2) = 8 \Rightarrow c = 2$	$5x - 2$
$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, x > 0$	$2\sqrt{x} + c$	$f(1) = -3 \Rightarrow c = -5$	$2\sqrt{x} - 5$

f(x)	F(x) + c
$2x + 5$	$x^2 + 5x + c$
$x^3 + x^2 + 1$	$\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x + c$
$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}, x > 0$	$2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + c$
$e^x + \frac{1}{x}, x > 0$	$e^x + \ln x + c$
$2\eta\mu x - 3\sigma\upsilon\nu x$	$-2\sigma\upsilon\nu x - 3\eta\mu x + c$
$\frac{1}{\eta\mu^2 x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}, x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$	$-\sigma\varphi x + \epsilon\varphi x + c$
$(x+1)^9$	$\frac{(x+1)^{10}}{10} + c$
$(x^2 - 3x + 5)^2 (2x - 3)$	$\frac{(x^2 - 3x + 5)^3}{3} + c$
$\eta\mu x \sigma\upsilon\nu^3 x$	$-\frac{\sigma\upsilon\nu^4 x}{4} + c$
$x e^{x^2+1}$	$\frac{e^{x^2+1}}{2} + c$
$\frac{1}{2x+1}, x < -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \ln(-2x-1) + c$
$\frac{2x+1}{x^2+x+1}$	$\ln(x^2+x+1) + c$
$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	$\sqrt{x^2+1}$

3. Να βρείτε τη συνάρτηση f, για την οποία ισχύει $f''(x) = 3$, $f'(1) = 6$ και $f(0) = 4$.

ο''

ο'.

3. Να βρείτε τη συνάρτηση f , για την οποία ισχύει $f'(x) = 3$, $f(1) = 6$ και $f(0) = 4$.

$$f''(x) = 3 \Rightarrow f'(x) = 3x + c$$

$$\text{για } x=1 : f'(1) = 3 + c \Rightarrow 6 = 3 + c \Rightarrow c = 3$$

$$\text{οπότε } f'(x) = 3x + 3$$

$$f(x) = \frac{3x^2}{2} + 3x + c_1$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow c_1 = 4$$

$$\text{Τελικά } f(x) = \frac{3x^2}{2} + 3x + 4$$

4. Να βρείτε τη συνάρτηση f , για την οποία ισχύει $f''(x) = 12x^2 + 2$ και η γραφική της παράσταση στο σημείο της $A(1,1)$ έχει κλίση 3.

$$f''(x) = 12x^2 + 2$$

$$f'(x) = 4x^3 + 2x + c$$

$$\text{για } x=1 : f'(1) = 4 + 2 + c \Rightarrow 3 = 6 + c \Rightarrow c = -3$$

$$f'(x) = 4x^3 + 2x - 3$$

$$f(x) = x^4 + x^2 - 3x + c_1$$

$$\text{για } x=1 : f(1) = 1 + 1 - 3 + c_1 \Rightarrow 1 = -1 + c_1 \Rightarrow c_1 = 2$$

$$\text{Τελικά } f(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$$

5. Ο πληθυσμός $N(t)$, σε εκατομμύρια, μιας κοινωνίας βακτηριδίων, αυξάνεται με ρυθμό $N'(t) = \frac{1}{20}e^{t/20}$ ανά λεπτό. Να βρείτε την αύξηση του πληθυσμού στα πρώτα 60 λεπτά.

$$N'(t) = \frac{1}{20} \cdot e^{\frac{t}{20}} \Rightarrow N(t) = e^{\frac{t}{20}} + c$$

$$\begin{aligned} \text{Η ζητούμενη αύξηση είναι } N(60) - N(0) &= e^{\frac{60}{20}} + c - (e^0 + c) = \\ &= e^3 - 1 \text{ εκατομμύρια} \\ &\quad \text{βακτηρίδια} \end{aligned}$$

6. Μια βιομηχανία έχει διαπιστώσει ότι για εβδομαδιαία παραγωγή x εξαρτημάτων έχει οριακό κόστος $x^2 + 5x$ (ευρώ ανά μονάδα προϊόντος). Να βρείτε τη συνάρτηση κόστους της εβδομαδιαίας παραγωγής, αν είναι γνωστό ότι τα σταθερά εβδομαδιαία έξοδα της βιομηχανίας, όταν δεν παράγει κανένα εξάρτημα, είναι 100 (ευρώ)

$$\text{Αν } K(x) \text{ το κόστος τότε } K'(x) = x^2 + 5x$$

$$K(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + c$$

$$K(0) = 100 \Rightarrow c = 100$$

$$K(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 100$$