

Αν a, b είναι γνωστά τμήματα, να κατασκευάσετε το τμήμα k , που ορίζεται από την ισότητα : (i) $k = \sqrt{a^2 + b^2}$, (ii) $k = \sqrt{a^2 - b^2}$.

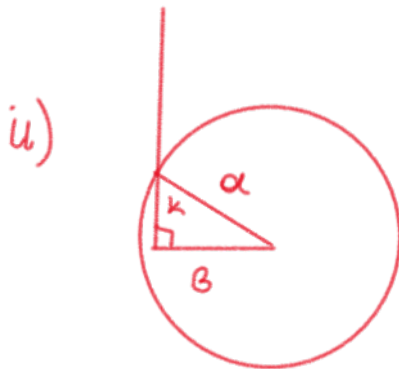


$$k = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow k^2 = a^2 + b^2$$

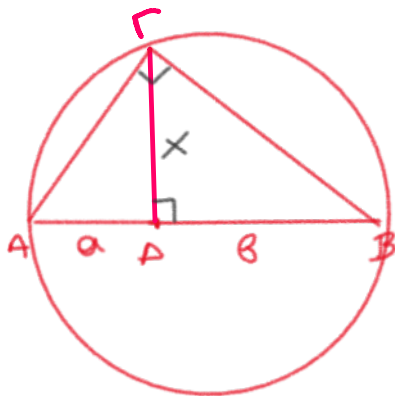
k υποτίθεται ορθογώνιου με κάθετες οι, b

ii) $k = \sqrt{a^2 - b^2} \Rightarrow k^2 = a^2 - b^2$

k κάθετη ορθογώνιου με υποτίθεται a και κάθετη b



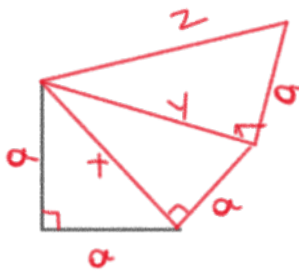
Αν a, b είναι γνωστά τμήματα, να κατασκευάσετε το τμήμα x , που ορίζεται από την ισότητα $x = \sqrt{ab}$. Το τμήμα x είναι η μέση ανάλογος των a, b .



$$x^2 = ab$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Αν a είναι γνωστό τμήμα, να κατασκευασθεί τμήμα ίσο με $\sqrt{2}a, \sqrt{3}a, \sqrt{5}a, \dots, \sqrt{n}a$ με n φυσικό μεγαλύτερο ή ίσο του δύο.



$$\left. \begin{array}{l} x^2 = \alpha^2 + \alpha^2 \\ x^2 = 2\alpha^2 \\ x = \sqrt{2}\alpha \end{array} \right| \begin{array}{l} y^2 = x^2 + \alpha^2 \\ y^2 = 2\alpha^2 + \alpha^2 \\ y^2 = 3\alpha^2 \\ y = \sqrt{3}\alpha \end{array} \right\} \begin{array}{l} z^2 = y^2 + \alpha^2 \\ z^2 = 3\alpha^2 + \alpha^2 \\ z^2 = 4\alpha^2 \\ z = 2\alpha \end{array}$$

Θέμα

Για δύο θετικούς αριθμούς α, β οι αριθμοί $\frac{\alpha + \beta}{2}$, $\sqrt{\alpha\beta}$, $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}$ είναι αντίστοιχα

ο αριθμητικός μέσος, ο γεωμετρικός μέσος και ο αρμονικός μέσος των α, β ,

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε έναν κύκλο με κέντρο A και ακτίνα $\rho = A\Delta = \frac{\alpha - \beta}{2}$

και ένα σημείο Γ που απέχει από το κέντρο A του κύκλου (A, ρ) απόσταση ίση με

$AG = \frac{\alpha + \beta}{2}$ όπου $0 < \beta < \alpha$ Να αποδείξετε ότι:

α) $\Gamma\Delta = \sqrt{\alpha\beta}$, $\Delta E = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \cdot \sqrt{\alpha\beta}$ και $\Gamma E = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}$

β) $\Gamma E < \Gamma\Delta < AG$ γεωμετρικά και κατόπιν ότι $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} < \sqrt{\alpha\beta} < \frac{\alpha + \beta}{2}$

Παραγωγίς $\Delta\Gamma$

$$\Delta\Gamma^2 = AG^2 - A\Delta^2$$

$$x^2 = \frac{(\alpha + \beta)^2}{4} - \frac{(\alpha - \beta)^2}{4}$$

$$x^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2}{4} - \frac{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2}{4}$$

$$x^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2}{4} = \frac{4\alpha\beta}{4} = \alpha\beta \Rightarrow x = \sqrt{\alpha\beta}$$

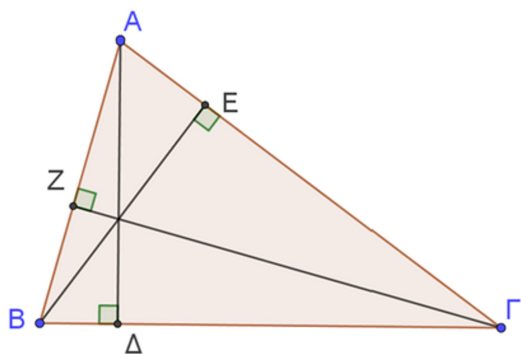
Στο $\Delta E\Gamma$, $\Delta\Gamma$ υποκεινόμενος οπίσθεν
 $E\Gamma < \Delta\Gamma$
 Στο $A\Delta\Gamma$, $A\Gamma$ υποκεινόμενος οπίσθεν $\Delta\Gamma < AG$
 Συνεπώς $E\Gamma < \Delta\Gamma < AG$
 $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} < \sqrt{\alpha\beta} < \frac{\alpha + \beta}{2}$

$\Delta\Gamma$: $A\Delta \cdot \Delta\Gamma = AG \cdot \Delta E \Rightarrow \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sqrt{\alpha\beta} = \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \gamma \Rightarrow \gamma = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \cdot \sqrt{\alpha\beta}$

$\Delta\Gamma$: $\Delta\Gamma^2 = AG \cdot \Gamma E \Rightarrow \sqrt{\alpha\beta}^2 = \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \epsilon\Gamma \Rightarrow \boxed{\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \epsilon\Gamma}$

Θέμα 1ο Με βάση το παρακάτω τρίγωνο να βρείτε τις προβολές

1. Η προβολή του AB στην AG είναι : AE
2. Η προβολή του AB στην BG είναι : BD
3. Η προβολή του AG στην AB είναι : AZ
4. Η προβολή του AG στην BG είναι : GD
5. Η προβολή του BG στην AB είναι : BZ
6. Η προβολή του BG στην AG είναι : GE



Θέμα 2ο Με βάση το παρακάτω τρίγωνο να βρείτε τις προβολές

1. Η προβολή του AB στην AG είναι : AE
2. Η προβολή του AB στην BG είναι : BH
3. Η προβολή του AG στην AB είναι : AH
4. Η προβολή του AG στην BG είναι : GH
5. Η προβολή του BG στην AB είναι : BH
6. Η προβολή του BG στην AG είναι : GE

