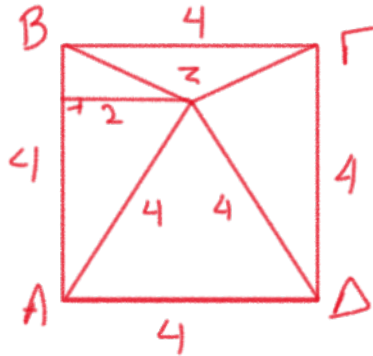


1. Στο εσωτερικό τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ πλευράς $a = 4$ κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνο $A\Delta Z$. Να υπολογισθεί το εμβαδόν των $AB\Gamma\Delta$, $A\Delta Z$, ABZ και $B\Gamma Z$.



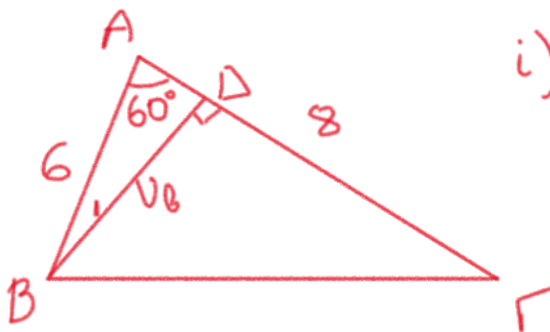
$$(AB\Gamma\Delta) = 4^2 = 16$$

$$(A\Delta Z) = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

$$(ABZ) = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} (B\Gamma Z) &= (AB\Gamma\Delta) - (ABZ) - (A\Delta Z) - (Z\Gamma\Delta) = \\ &= 16 - 4 - 4\sqrt{3} - 4 = \boxed{8 - 4\sqrt{3}} \end{aligned}$$

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$, $A\Gamma = 8$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να βρεθούν: i) το ύψος v_β , ii) το εμβαδόν $(AB\Gamma)$, iii) το ύψος v_α .



$$i) v_\beta = BD$$

$$\text{Στο } \triangle ABD, \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow AD = \frac{AB}{2} = 3$$

$$\text{Π.Θ. στο } \triangle ABD$$

$$6^2 = 3^2 + v_\beta^2 \Rightarrow v_\beta^2 = 27 \Rightarrow v_\beta = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$ii) (AB\Gamma) = \frac{A\Gamma \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ τ.μ.}$$

$$iii) (AB\Gamma) = \frac{a \cdot v_\alpha}{2} \Rightarrow v_\alpha = \frac{2(AB\Gamma)}{a} \quad (1)$$

Εύρεση α

$$a^2 = b^2 + \gamma^2 - 2b\gamma \cdot \sin \hat{A} = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 52$$

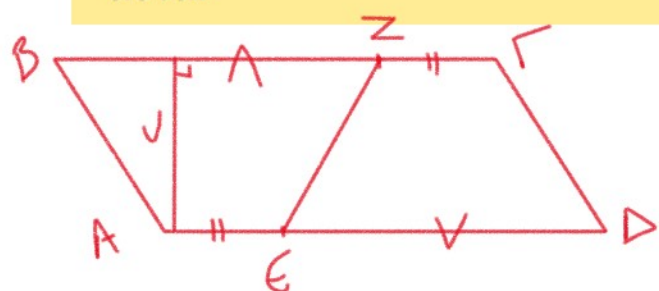
$$\text{Οπότε } a = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

$$\text{Τελικά (1)} \Rightarrow V_2 = \frac{2 \cdot 12\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma = 10$ και αντίστοιχο προς αυτήν ύψος $u = 5$. Πάνω στις πλευρές AD και $B\Gamma$ παίρνουμε τα σημεία E και Z αντίστοιχα, ώστε $AE = Z\Gamma$.

i) Να βρείτε το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$.

ii) Αφού πρώτα συγκρίνετε τα εμβαδά των τραπεζίων $AEZB$ και $EZ\Gamma\Delta$ να βρείτε το εμβαδόν καθενός από αυτά.

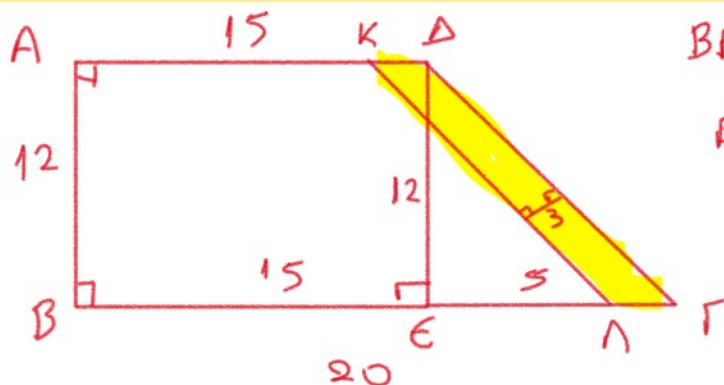


$$i) (AB\Gamma\Delta) = 10 \cdot 5 = 50 \text{ τμ.}$$

$$ii) (ABZE) = \frac{(BZ + AE) \cdot u}{2} = \frac{(EZ + \Gamma Z) \cdot u}{2} = (Z\Gamma\Delta E)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Άρα } (ABZE) = (Z\Gamma\Delta E) \\ \text{Ομω } (ABZE) + (Z\Gamma\Delta E) = 50 \end{array} \right\} \Rightarrow (ABZE) = (Z\Gamma\Delta E) = 25 \text{ τμ.}$$

6. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ ($AD \parallel B\Gamma$) με $\hat{A} = \hat{B} = 1\text{L}$, $AD = 15\text{m}$, $B\Gamma = 20\text{m}$ και $AB = 12\text{m}$. Ένας καινούργιος δρόμος περνάει παράλληλα προς τη $\Delta\Gamma$ και αποκόπτει μια λωρίδα πλάτους 3m . Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το οικόπεδο που απομένει;



$$BE = AD = 15$$

$$E\Gamma = 20 - 15 = 5$$

$$\Delta E = AB = 12$$

$$\text{Π.Θ. στο } \Delta E\Gamma$$

$$\Delta\Gamma^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\Delta\Gamma^2 = 169$$

$$\boxed{\Delta\Gamma = 13}$$

$$(AB\Gamma\Delta) = \frac{(20 + 15) \cdot 12}{2} = 35 \cdot 6 = 210 \text{ τμ.}$$

$$(K \Delta \Gamma \Lambda) = 13 \cdot 3 = 39 \text{ зл}$$

$$(A \cup \Lambda \beta) = 210 - 39 = 171 \text{ зл.}$$