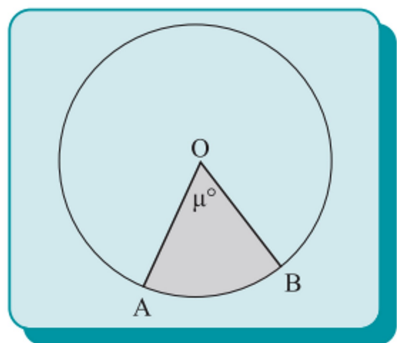


Θεώρημα

Το εμβαδόν E ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας R δίνεται από τη σχέση

$$E = \pi R^2.$$



Σχήμα 18

11.7 Εμβαδόν κυκλικού τομέα και κυκλικού τμήματος

• Κυκλικός Τομέας

Θεωρούμε έναν κύκλο (O, R) και μία επίκεντρη γωνία $\widehat{AOB}$ (σχ.18). Το σύνολο των κοινών σημείων της επίκεντρης γωνίας $\widehat{AOB}$ και του κυκλικού δίσκου (O, R) λέγεται **κυκλικός τομέας** κέντρου O και ακτίνας R . Ο κυκλικός αυτός τομέας συμβολίζεται $O\widehat{AB}$. Αν η επίκεντρη γωνία $\widehat{AOB}$ είναι μ° , λέμε ότι και

$$(O\widehat{AB}) = \frac{\pi R^2 \mu}{360}.$$

Επομένως, το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα $O\widehat{AB}$ α rad και ακτίνας R δίνεται από την ισότητα

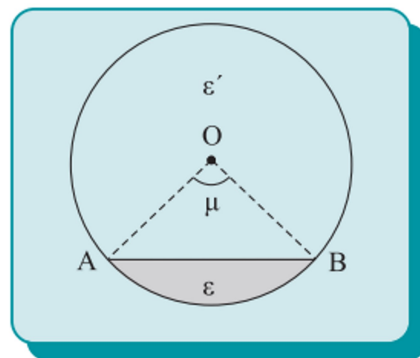
$$(O\widehat{AB}) = \frac{1}{2} \alpha R^2$$

• Κυκλικό τμήμα

Έστω ένας κύκλος (O, R) και μια χορδή του AB (σχ.20). Η AB χωρίζει τον κυκλικό δίσκο σε δύο μέρη που βρίσκονται εκατέρωθεν αυτής. Καθένα από αυτά τα μέρη λέγεται **κυκλικό τμήμα**. Το εμβαδόν ϵ του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $\widehat{AOB}$ υπολογίζεται με τη βοήθεια της ισότητας

$$\epsilon = (O\widehat{AB}) - (OAB),$$

δηλαδή αφαιρώντας από το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $O\widehat{AB}$ το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

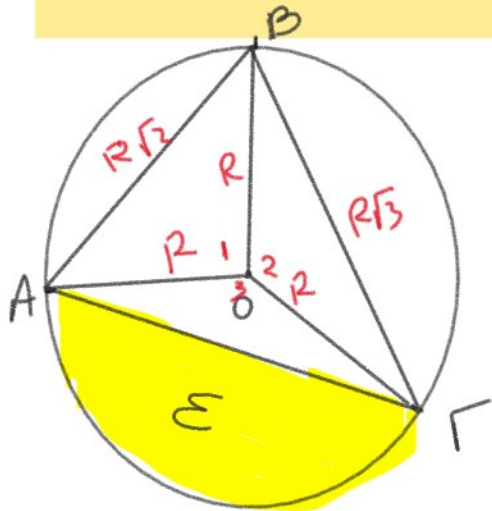


Σχήμα 20

5. Δίνεται κύκλος (O, R) και τα διαδοχικά του σημεία A, B, Γ , ώστε να είναι $AB = R\sqrt{2}$ και $B\Gamma = R\sqrt{3}$. Να βρεθούν τα μήκη των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$ και $\widehat{\Gamma A}$, ως συνάρτηση του R . και τα εμβαδα των κυκλικων τμήμων $O\widehat{AB}, O\widehat{B\Gamma}, O\widehat{\Gamma A}$



υασιση του π . και τα εμβαδα των κυκλικων τομεων OAB, OBF, OFA



$$\begin{aligned} \widehat{AOB} : \cos \hat{O}_1 &= \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2 \cdot OA \cdot OB} = \frac{R^2 + R^2 - (R\sqrt{2})^2}{2R^2} \\ &= \frac{2R^2 - 2R^2}{2R^2} = 0 \Rightarrow \hat{O}_1 = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{BOF} : \cos \hat{O}_2 &= \frac{R^2 + R^2 - (R\sqrt{3})^2}{2R \cdot R} = \frac{2R^2 - 3R^2}{2R^2} = \\ &= \frac{-R^2}{2R^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{O}_2 = 120^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Οπότε } \hat{O}_3 = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$$

$$\widehat{AB} = \frac{\pi R \cdot 90^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi R}{2}, \quad \widehat{BF} = \frac{\pi R \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \widehat{BF} = \frac{2\pi R}{3}, \quad \widehat{AF} = \frac{\pi R \cdot 150^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi R}{6}$$

$$(\widehat{OAB}) = \frac{\pi R^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{4}, \quad (\widehat{OBF}) = \frac{\pi R^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{3}, \quad (\widehat{OAF}) = \frac{\pi R^2 \cdot 150^\circ}{360^\circ} = \frac{5\pi R^2}{12}$$

$$(\varepsilon) = (\widehat{OAF}) - (\widehat{OAB}) = \frac{5\pi R^2}{12} - \frac{1}{2} R \cdot R \cdot \psi 150^\circ = \frac{5\pi R^2}{12} - \frac{R^2}{4}$$