

2. Δίνεται κύκλος (K) και τόξο του $\widehat{AB} = 60^\circ$. Αν το τόξο $\widehat{AB}$ έχει μήκος 4π cm, να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου (K).



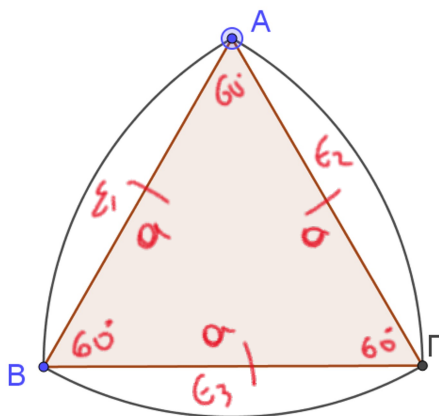
$$l_{\widehat{AB}} = 4\pi \Leftrightarrow \frac{\pi R \cdot 60^\circ}{180^\circ} = 4\pi \Leftrightarrow \frac{R}{3} = 4 \Leftrightarrow R = 12 \text{ cm}$$

$$E = \pi R^2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$(K\widehat{AB}) = \frac{\pi R^2 \cdot \mu}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 144}{6} = 24\pi \text{ cm}^2$$

$$(E) = (K\widehat{AB}) - (KAB) = 24\pi - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 24\pi - 6 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\pi - 36\sqrt{3}$$

3. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ πλευράς α. Γράφουμε τα τόξα των κύκλων (A, α), (B, α) και (Γ, α) που περιέχονται στις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου ABΓ.



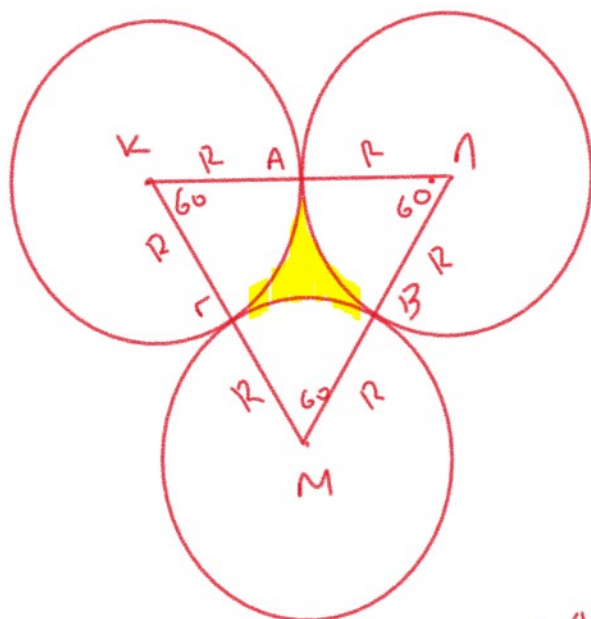
$$l_{\widehat{AB}} = l_{\widehat{AC}} = l_{\widehat{BC}} = \frac{\pi \cdot \alpha \cdot 60^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \alpha}{3}$$

$$\Pi_{\widehat{ABC}} = 3 \cdot \frac{\pi \alpha}{3} = \pi \alpha$$

$$(E_1) = (E_2) = (E_3) = (r\widehat{AB}) - (rAB) = \frac{\pi \alpha^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi \alpha^2}{6} - \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$E_{\widehat{ABC}} = (E_1) + (E_2) + (E_3) + (A\widehat{BC}) = 3 \left(\frac{\pi \alpha^2}{6} - \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} \right) + \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi \alpha^2}{2} - \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{\alpha^2}{2} (\pi - \sqrt{3})$$

5. Τρεις ίσοι κύκλοι ακτίνας R εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο στα σημεία A , B και Γ . Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$, ως συνάρτηση του R .



$$\begin{aligned}\pi_{\widehat{AB\Gamma}} &= l_{\widehat{A\Gamma}} + l_{\widehat{AB}} + l_{\widehat{B\Gamma}} = \\ &= 3 \cdot \frac{\pi R \cdot 60}{180} = \pi R\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{\widehat{AB\Gamma}} &= (K\Lambda M) - 3 \cdot (K\Lambda\Gamma) = \\ &= \frac{(2R)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - 3 \cdot \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} = \\ &= \frac{4R^2 \sqrt{3}}{4} - 3 \frac{\pi R^2}{6} = R^2 \sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{2}\end{aligned}$$