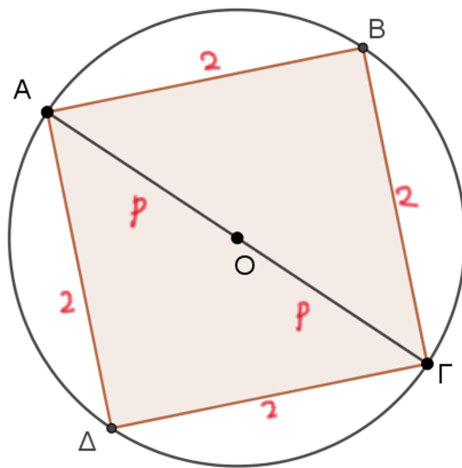


Θέμα 1ο

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 2 και οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου με κέντρο Ο.

α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

β) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ του τετραγώνου και του κύκλου.



α) Πυθαγόρειο στο $\triangle AB\Gamma$

$$A\Gamma^2 = 2^2 + 2^2$$

$$A\Gamma^2 = 8$$

$$A\Gamma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{οπότε } 2r = 2\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{2}}$$

$$L = 2\pi r = 2\sqrt{2}\pi$$

$$E = \pi r^2 = \pi (\sqrt{2})^2 = 2\pi \text{ τ.μ.}$$

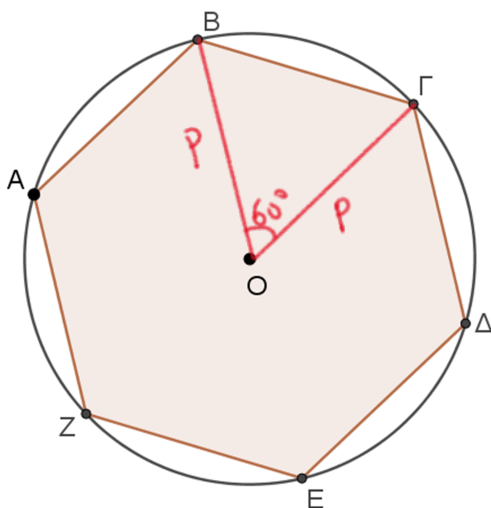
$$\beta) E_{\text{μτ}} = E - (AB\Gamma\Delta) = 2\pi - 2^2 = 2\pi - 4 \text{ τ.μ.}$$

Θέμα 2ο

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔΕΖ είναι κανονικό εξάγωνο πλευράς 2 και οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου με κέντρο Ο.

α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

β) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ του κανονικού εξαγώνου και του κύκλου.



$$\omega_6 = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \text{ οπότε } \triangle OB\Gamma$$

ισοσκελές με μία γωνία 60° δηλαδή

ισόπλευρο, οπότε $r = 2$

$$\alpha) L = 2\pi r = 4\pi$$

$$E = \pi r^2 = 4\pi$$

$$\beta) (\triangle OB\Gamma) = \frac{1}{2} \text{οβ.ογ.} \cdot \psi 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$(AB\Gamma\Delta\epsilon\zeta) = 6 \cdot (\triangle OB\Gamma) = 6\sqrt{3}$$

$$E_{\text{μτ}} = E - (AB\Gamma\Delta\epsilon\zeta) = 4\pi - 6\sqrt{3}$$

Θέμα 3ο

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓ είναι ισόπλευρο πλευράς 2 και οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου με κέντρο Ο.

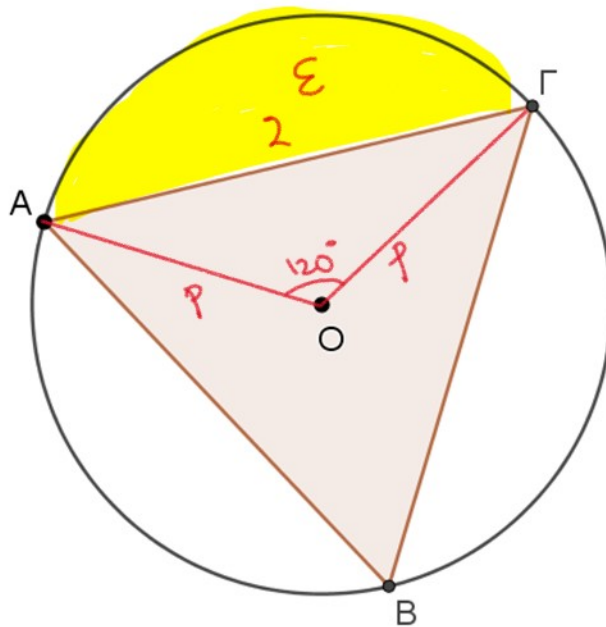
α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

Θέμα 3ο

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο πλευράς 2 και οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου με κέντρο O .

α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

β) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ του τριγώνου και του κύκλου.



$$\omega_3 = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

N. συνημιτόνων στο $\triangle OAG$

$$2^2 = \rho^2 + \rho^2 - 2 \cdot \rho \cdot \rho \cdot \cos 120^\circ$$

$$4 = 2\rho^2 - 2\rho^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$4 = 3\rho^2$$

$$\rho^2 = \frac{4}{3} \rightarrow \rho = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$L = 2\pi\rho = \frac{4}{\sqrt{3}}\pi$$

$$E = \pi\rho^2 = \frac{4}{3}\pi$$

$$(\varepsilon) = (\text{ο } \widehat{AG}) - (\text{ο } \triangle OAG) = \frac{\pi\rho^2\omega}{360^\circ} - \frac{1}{2} \rho \cdot \rho \cdot \sin 120^\circ =$$

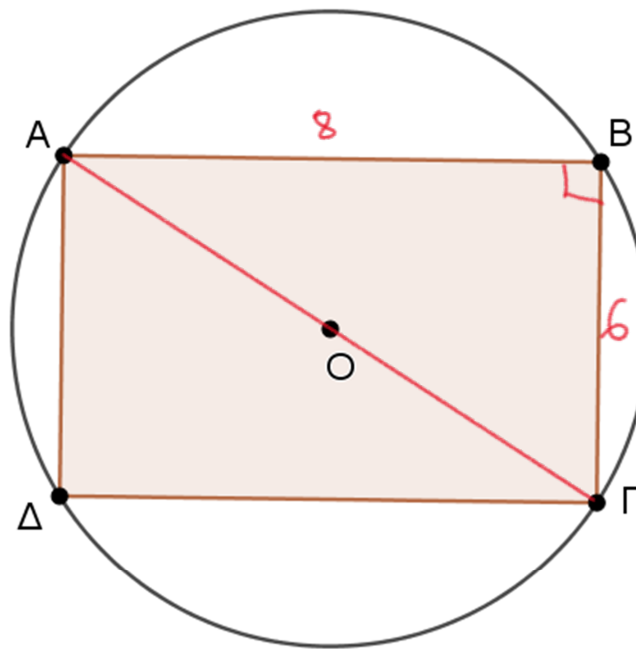
$$= \frac{\pi \frac{4}{3} \cdot 120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi}{9} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Τελικά το ζητούμενο εμβαδόν $E_{\text{ζη}} = 3(\varepsilon) = 3\left(\frac{4\pi}{9} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$

Θέμα 4ο

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με πλευρές 6 και 8 και οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου με κέντρο Ο.

- α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.
β) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ του ορθογωνίου και του κύκλου.



$\hat{B} = 90^\circ$ αφού ΑΒΓΔ
ορθογώνιο

Όμως $\hat{B}$ εγγεγραμμένο
και αφού είναι ορθό
θα βαίνει σε ημικύκλιο.

Άρα ΑΓ διαμέτρο
διωάν Α, Ο, Γ συνευθειακά
και $ΑΓ = 2ρ$

Πυθαγόρειο στο $\triangle ΑΒΓ$

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2$$

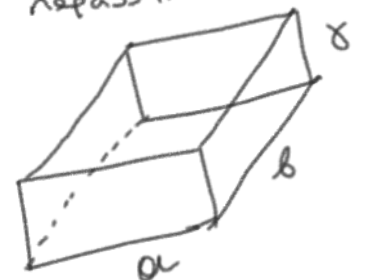
$$(2ρ)^2 = 8^2 + 6^2$$

$$4ρ^2 = 100$$

$$ρ^2 = 25$$

$$\boxed{ρ = 5}$$

ορθογώνιο
παραλληλόγραμμο



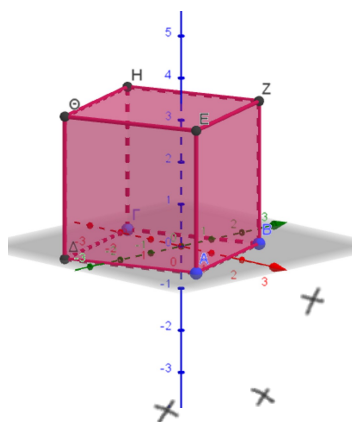
$$F = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$V = abc$$

$$L = 2\pi\rho = 10\pi$$

$$E = \pi\rho^2 = 25\pi$$

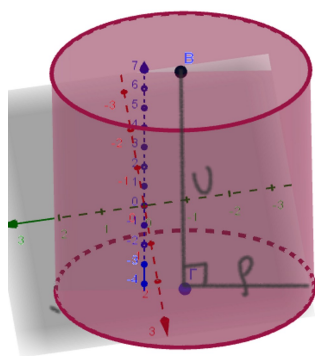
$$E_{\text{μτ}} = E - (ΑΒΓΔ) = 25\pi - 48$$



κυβος

$$E_{02} = 6 \cdot x^2$$

$$V = x^3$$



χύλιωδης

$$E_B = \pi r^2$$

$$E_n = 2\pi r \cdot U$$

Λογαριθμική

$$\begin{aligned} E_{\text{ολ}} &= 2E_B + E_n = \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot U \end{aligned}$$

$$V = E_B \cdot U = \pi r^2 \cdot U$$