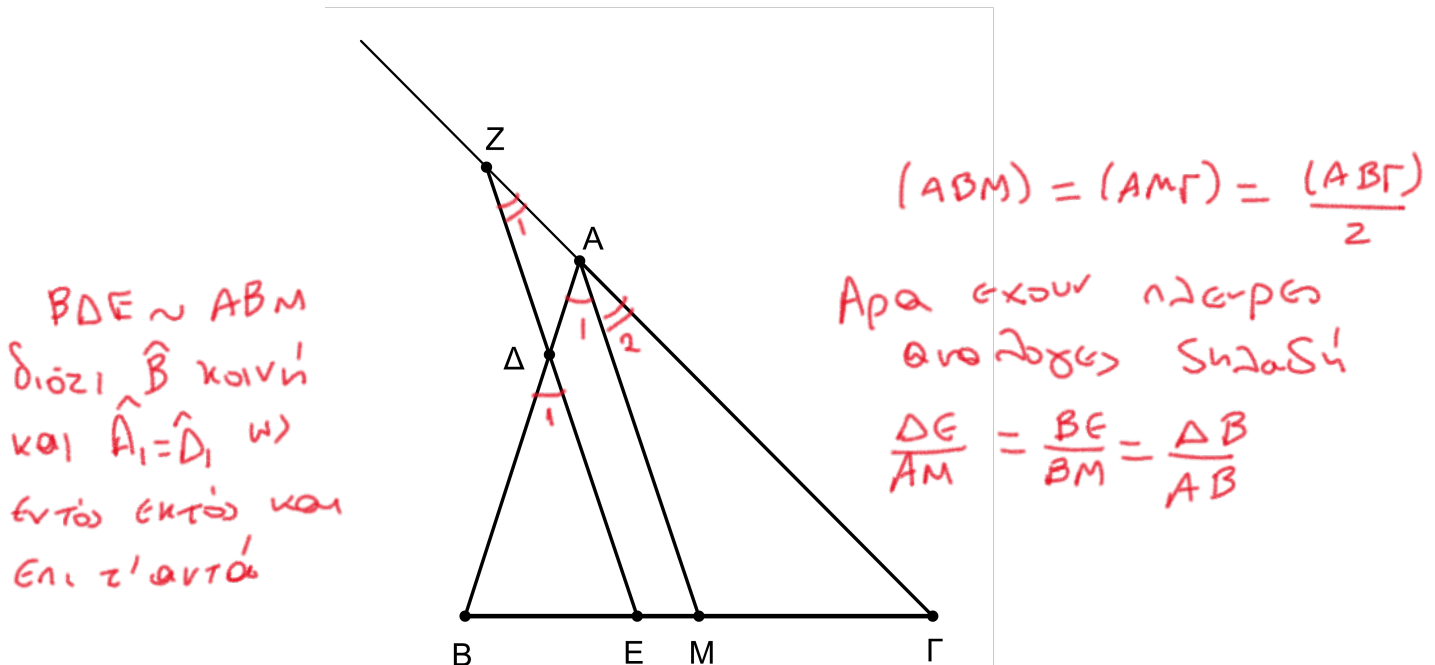


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ.

Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.



α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i. $\frac{DE}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{BA}{\dots}$

ii. $\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA}$

Handwritten notes in red:

- $\triangle AM\Gamma \sim \triangle Z\Gamma\Gamma$ διότι
 $\hat{\Gamma}$ κοινή
 $\hat{Z}_1 = \hat{A}_2$ ως εντός εκτός και
 επιτ'αντά
- $\frac{\Gamma Z}{\Gamma A} = \frac{Z\Gamma}{AM} = \frac{\Gamma E}{\Gamma M}$
- $\begin{pmatrix} \Gamma - \Gamma \\ Z - A \\ E - M \end{pmatrix}$

β) Να αποδείξετε ότι $DE + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ.

$$\frac{DE}{AM} = \frac{BE}{BM} = \frac{BE}{\frac{BM}{2}} = \frac{2BE}{BM} \quad (1)$$

$$\frac{EZ}{AM} = \frac{GE}{GM} = \frac{GE}{\frac{BM}{2}} = 2 \frac{GE}{BM} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \frac{DE}{AM} + \frac{EZ}{AM} = 2 \left(\frac{BE}{BM} + \frac{GE}{BM} \right) \Rightarrow \frac{DE + EZ}{AM} = 2 \frac{BE + EG}{BM}$$

$$\underline{DE + EZ = 2 \cancel{BM}} \Rightarrow \boxed{DE + EZ = 2 \cdot AM}$$

$$\frac{\Delta E + EZ}{AM} = 2 \frac{BF}{BF}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E + EZ = 2 \cdot AM}$$