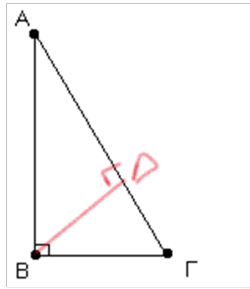


Θέμα 1°

A) α) Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{B}=90^\circ$) να βρείτε τις προβολές των καθέτων πλευρών στην υποτείνουσα .



$προβ_{AG}AB = A\Delta$

$προβ_{AG}BG = \Gamma\Delta$

β) Να συμπληρώσετε με λόγια τις παρακάτω προτάσεις καθώς και τις αντίστοιχες ισότητες που προκύπτουν .

1. Το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της στην υποτείνουσα δηλαδή με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε : $AB^2 = A\Gamma \cdot A\Delta$ και $B\Gamma^2 = A\Gamma \cdot \Gamma\Delta$

2. Ο λόγος των τετραγώνων των καθέτων πλευρών είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους στην υποτείνουσα

δηλαδή με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε : $\frac{B\Gamma^2}{BA^2} = \frac{\Gamma\Delta}{A\Delta}$

3. Το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων στην υποτείνουσα

δηλαδή με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε : $BD^2 = A\Delta \cdot \Gamma\Delta$

4. Μπορούν οι αριθμοί 5, 6, 7 να αποτελούν πλευρές ορθογωνίου τριγώνου ; Δικαιολογείστε την απάντησή σας . **οχι διότι $7^2=49, 5^2+6^2=61$ οπότε $7^2 \neq 5^2+6^2$**

5. Το γινόμενο των καθέτων πλευρών ισούται με το γινόμενο της υποτείνουσας επί το υψος στην υποτείνουσα

δηλαδή με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε : $BA \cdot B\Gamma = A\Gamma \cdot BD$

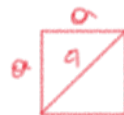
Θέμα 2° Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση στα παρακάτω ερωτήματα

1) Αν σε τρίγωνο ABΓ είναι $AB^2 = A\Gamma^2 - B\Gamma^2$ τότε **$AB^2 + B\Gamma^2 = A\Gamma^2$**

α) $\hat{A}=90^\circ$ β) $\hat{B}=90^\circ$ γ) $\hat{\Gamma}=90^\circ$ δ) Δεν είναι ορθογώνιο

2) Αν η διαγώνιος τετραγώνου είναι 4 τότε η πλευρά του είναι

α) 2 β) $2\sqrt{2}$ γ) $\sqrt{2}$ δ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



$a^2 + a^2 = 4^2$
 $2a^2 = 16$
 $a^2 = 8$
 $a = \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$

3) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με Α ορθή και ΑΔ ύψος , ισχύει $\frac{AB}{A\Gamma} = 2$. Ο

λόγος $\frac{A\Gamma}{AB}$ ισούται με

α) 2 β) $\frac{1}{2}$ γ) 4 δ) $\frac{1}{4}$



$\frac{A\Gamma}{AB} = \frac{A\Gamma^2}{AB^2} = \left(\frac{A\Gamma}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

4) Οι κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου είναι 3 και 4 . Το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι

α) $\frac{12}{5}$ β) $\frac{8}{6}$ γ) $\frac{9}{16}$ δ) $\frac{7}{12}$



$B\Gamma^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
 $B\Gamma = 5$

α) $\frac{12}{5}$

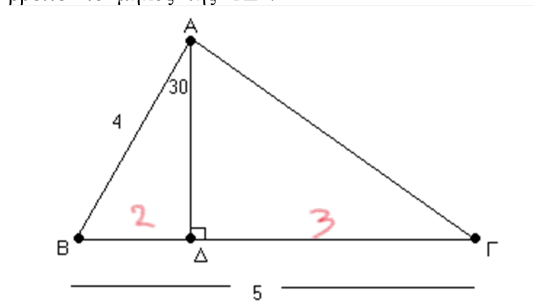
β) $\frac{8}{6}$

γ) $\frac{9}{16}$

δ) $\frac{1}{12}$

Θέμα 3°

Στο παρακάτω σχήμα είναι $AB=4$, $B\Gamma=5$, $\hat{B}\hat{A}\Delta=30^\circ$ και $A\Delta$ ύψος. Να βρείτε το μήκος της $A\Gamma$.



Στο ορθογώνιο $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$

$\hat{B}\hat{A}\Delta=30^\circ$ οπότε $B\Delta=\frac{AB}{2}=2$

και οπότε $D\Gamma=5-2=3$

Π.Θ στο $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$

$AD^2=4^2-2^2=12$

Π.Θ στο $\hat{A}\hat{D}\hat{\Gamma}$

$A\Gamma^2=AD^2+D\Gamma^2=12+9=21$

Τελικά $A\Gamma=\sqrt{21}$

$B\Gamma=5+7=12$

$B\Gamma=5$

$AB \cdot A\Gamma = B\Gamma \cdot AD$

$4 \cdot 3 = 5 \cdot AD$

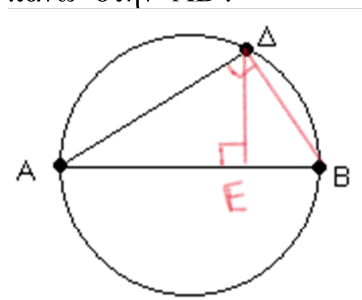
$AD = \frac{12}{5}$

Θέμα 5°

Στο παρακάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος και $A\Delta$ τυχαία χορδή του.

α) Να βρείτε την προβολή του $A\Delta$ στην AB .

β) Να δείξετε ότι η $A\Delta$ είναι μέση ανάλογος της AB και της προβολής της πάνω στην AB .



α) προβ AD = AE

ο.ν.σ.ο

β) $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AE} \Leftrightarrow AD^2 = AB \cdot AE$ που ισχύει

απ' το ορθογώνιο $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$

$\hat{A}\hat{D}\hat{B}=90^\circ$ ως εγγεγραμμένο σε ημικύκλιο