

Ασκήσεις στον κύκλο

1. ** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - α) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $2\sqrt{2}$
 - β) έχει κέντρο το σημείο $(3, -1)$ και ακτίνα 5
 - γ) έχει κέντρο το σημείο $(-2, 1)$ και διέρχεται από το σημείο $(-2, 3)$
 - δ) έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα AB με A $(1, 3)$ και B $(-3, 5)$
 - ε) διέρχεται από τα σημεία $(2, 1)$, $(1, 2)$ και $(-2, -1)$
 - στ) διέρχεται από τα σημεία $(3, 1)$, $(-1, 3)$ και έχει κέντρο πάνω στην ευθεία $y = 3x - 2$
 - ζ) έχει κέντρο το σημείο $(8, -6)$ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων
 - η) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και εφάπτεται της ευθείας $3x + y = 10$
 - θ) έχει ακτίνα 4, εφάπτεται στον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο $(5, 4)$
 - ι) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 2)$, εφάπτεται στον άξονα $y'y$ και διέρχεται από το σημείο $(-6, 2)$
 - ια) έχει κέντρο το σημείο $(3, 3)$ και εφάπτεται των αξόνων $x'x$ και $y'y$
 - ιβ) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 1)$ και εφάπτεται στην ευθεία $4x - 3y + 5 = 0$
2. ** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από το σημείο $(1, 0)$ και εφάπτεται στις ευθείες $3x + y + 6 = 0$ και $3x + y - 12 = 0$.
3. ** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου, ο οποίος είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο που σχηματίζει η ευθεία $x + y - 6 = 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
4. ** Δίνεται η ευθεία $y = \lambda x$ και ο κύκλος $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε η ευθεία:
 - α) να τέμνει τον κύκλο
 - β) να εφάπτεται του κύκλου
 - γ) να μην έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
5. ** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το κέντρο του κύκλου $x^2 - 2x + y^2 - 6x = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $x + 2y - 7 = 0$.
6. ** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$ που είναι παράλληλες στην ευθεία $x + y = 0$.
7. ** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 9$ που γράφονται από το σημείο $(0, 6)$.
8. ** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία $y = x$ και είναι ομόκεντρος του κύκλου $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

9. ** Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ και η ευθεία $y = x - 3$. Να αποδείξετε ότι η ευθεία εφάπτεται του κύκλου και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο επαφής.
10. ** Δίνονται τα σημεία A (1, 2), B (2, 4) και Γ (3, 1).
 α) Να αποδειχθεί ότι: $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\ B\Lambda\Gamma = 90^\circ$
 β) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία A, B και Γ.
11. ** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία A (3α, 0), B (0, 3α) και Γ (0, - 3α), $\alpha > 0$.
12. ** Να αποδειχθεί ότι το σύνολο των σημείων M (x, y) του επιπέδου που ικανοποιούν τις εξισώσεις $x\sigma\upsilon\nu\theta - y\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu 2\theta$ και $x\eta\mu\theta + y\sigma\upsilon\nu\theta = \eta\mu 2\theta$, $\theta \in \mathbb{R}$, βρίσκονται σε κύκλο.
13. ** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει το κέντρο του στην ευθεία (ε): $2x + y + 1 = 0$ και διέρχεται από τα σημεία A (- 1, 2) και B (3, - 1).
14. ** Να αποδειχθεί ότι οι κύκλοι $C_1: (x - 2)^2 + y^2 = 4$ και $C_2: x^2 - 2x + y^2 = 0$ εφάπτονται εσωτερικά.
15. ** Να βρεθεί η αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι ομόκεντροι οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 + A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0$ και $C_2: x^2 + y^2 + A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0$.
16. ** Να αποδειχθεί ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M (x, y) του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων από τα A, B, Γ με A (1, - 1), B (- 1, 2), Γ (0, 2) είναι σταθερό c, είναι κύκλος με κέντρο το βαρύκεντρο του τριγώνου ABΓ (για κατάλληλο c).
17. ** Να δειχθεί ότι η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda x = 0$ παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Να βρεθεί η γραμμή πάνω στην οποία βρίσκονται τα κέντρα αυτών των κύκλων.
18. ** Θεωρούμε τον κύκλο C: $x^2 + y^2 + 4y = 0$ και το σημείο A (- 1, - 1). Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που ορίζει στον κύκλο χορδή, με μέσο το σημείο A.