

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



ΜΑΡΙΑ ΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΑΠΟ ΤΟΝ ΚΥΚΛΟ ΣΤΗΝ ΕΛΛΕΙΨΗ, ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΥΔΟΞΟ ΕΩΣ ΤΟΝ ΚΕΠΛΕΡ

ΑΘΗΝΑ ,ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2012

Η ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΑΥΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΘΗΚΕ ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΟΥ Ε.Μ.Π ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΗΤΑΝ Η κ.
ΧΡΙΣΤΙΝΑ ΦΙΛΗ.ΤΗΝ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΑΝ ΟΙ κ. κ ΕΥΣΤΡΑΤΙΟΣ
ΘΕΟΔΟΣΙΟΥ ΚΑΙ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ ΜΑΡΚΑΤΗΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣσελ 2-7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Η ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΗ: ΚΥΚΛΟΣ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΑ ΤΑ ΤΕΛΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ
ΣΧΗΜΑΤΑσελ 8-27

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΤΟΥ ΕΥΔΟΞΟΥσελ 28-39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑσελ 40-49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΤΑ ΚΩΝΙΚΑ ΤΟΥ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΥσελ 50-67

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΚΟΠΕΡΝΙΚΟΣ ΚΑΙ ΚΕΠΛΕΡσελ 68-88

ΕΠΙΛΟΓΟΣσελ 89-91

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο τίτλος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι : «Από τον κύκλο στην έλλειψη, από τον Εύδοξο έως τον Κέπλερ». Όπως δηλώνει και ο τίτλος στην εργασία αυτή αναφερόμεθα σε αρχαίους αστρονόμους-μαθηματικούς από τον Εύδοξο ως τον Κέπλερ. Επεξεργαζόμαστε ποια γεωμετρικά και μαθηματικά μοντέλα χρησιμοποίησαν οι αστρονόμοι-μαθηματικοί για να ερμηνεύσουν τα διάφορα ουράνια φαινόμενα καθώς και τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων. Σε όλα τα μοντέλα κυριαρχούσε ο κύκλος και η σφαίρα μέχρι τον Κέπλερ. Τότε με τον πρώτο νόμο του για την ελλειψοειδή κίνηση των πλανητών αναθεώρησε τη κυκλικότητα των ουράνιων κινήσεων. Ο κύκλος και σφαίρα αποτελούσαν τα τέλεια γεωμετρικά σχήματα που ερμήνευαν τις κινήσεις των πλανητών .Η εργασία αυτή αποτελείται από 5 ενότητες:

Στην πρώτη ενότητα, παρουσιάζονται στοιχεία για την αρχαία ελληνική αστρονομία. Οι αρχαίοι Έλληνες αστρονόμοι θεωρούσαν ότι οι κύκλοι και οι σφαίρες ήταν δείγματα απόλυτης τελειότητας. Ενώ η μελέτη του Μέγιστου Κύκλου, η Εκλειπτική(η φαινόμενη τροχιά που διαγράφει ο Ήλιος στον ουρανό σε διάστημα ενός έτους), αποτελούσε ένα επίσης σημαντικό αντικείμενο μελέτης.

Φυσικά, όλα τα ουράνια φαινόμενα εξετάζονταν από την άποψη του γεωκεντρικού συστήματος(Οι Έλληνες αστρονόμοι έως τον Κοπέρνικο, αρκούσαν στο γεωκεντρικό πρότυπο. Εξαίρεση αποτέλεσε ο Αρίσταρχος ο Σάμιος ο οποίος πρότεινε το Ηλιοκεντρικό σύστημα) με τη Γη σταθερά ακίνητη στο κέντρο του κόσμου και τα άλλα ουράνια σώματα να κινούνται γύρω της σε διάφορες κυκλικές τροχιές οι οποίες περιλαμβάνουν κύκλους ή συνδυασμούς κύκλων.

Όσον αφορά στον Ήλιο, εκτελεί δύο κινήσεις. Η πρώτη ανάμεσα σε δύο οριακά σημεία στα βόρεια και νότια της κανονικής Ανατολής και στα βόρεια και νότια της κανονικής Δύσης. Η δεύτερη η ετήσια κίνηση ως προς τους απλανείς

αστέρες. Ο κύκλος του Ήλιου, ο οποίος μας δείχνει τον ετήσιο δρόμο του, μπορεί να παρασταθεί με μια μαθηματική γραμμή στον ουρανό, οριζόμενη από διάφορες ομάδες αστερών κατά μήκος της. Αυτή η γραμμή όπως ήδη αναφέραμε ονομάζεται εκλειπτική.

Τέλος, στην αστρονομία οι Πυθαγόρειοι εισήγαγαν μια εκπληκτική καινοτομία. Θεώρησαν τη Γη ως ένα ακόμη ουράνιο σώμα κινούμενο κυκλικά (όπως ο Ήλιος, η Σελήνη και οι αστέρες), γύρω από το κεντρικό πυρ που παρείχε την κινητήρια δύναμη για όλο το σύμπαν. Το πυθαγόρειο σχήμα έδινε έμφαση στις κυκλικές κινήσεις των ουράνιων σωμάτων γύρω από ένα κοινό κεντρικό σημείο. Η Γη και τα υπόλοιπα ουράνια σώματα (πλανήτες και απλανείς) με σχήμα σφαιρικό, περιφέρονται γύρω από το κεντρικό πυρ, διαγράφοντας κυκλικές τροχιές. Αυτό το πυθαγόρειο μοντέλο έκανε τους ανθρώπους να συνηθίσουν να θεωρούν τη σφαίρα ως το τυπικό αστρονομικό σχήμα για όλο το σύμπαν και ιδιαίτερα για τη Γη.

Ο Πλάτων θεωρούσε ότι τα ουράνια σώματα ήταν τα κατεξοχήν τέλεια σώματα, καθώς επίσης και οι κινήσεις που εκτελούσαν οι τελειότερες.

Τέλος, κλείνοντας με αυτήν την ενότητα, οι Πυθαγόρειοι πίστευαν ότι τα ουράνια σώματα τα οποία είναι απομακρυσμένα το ένα από το άλλο κατά τις αναλογίες των ήχων συμφώνων, από την κίνηση και την ταχύτητα των περιστροφών τους, δημιουργούν τους αντίστοιχους αρμονικούς ήχους. Αυτό είναι η λεγόμενη θεωρία της “μουσικής των σφαιρών”.

Στη δεύτερη ενότητα, εξετάζεται το γεωκεντρικό μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου το οποίο κυριάρχησε μέχρι τα τέλη του 4^{ου} αιώνα π.Χ. Το μοντέλο του ήταν ένα μαθηματικο-γεωμετρικό μοντέλο αποτελούμενο από 27 σφαίρες. Στο κέντρο του βρισκόταν ακίνητη η Γη και γύρω από αυτή περιστρέφονταν ομαλά οι 27 ομόκεντρες σφαίρες. Για κάθε πλανήτη (Ερμή, Αφροδίτη, Άρη, Δία, Κρόνο) χρειάζονταν τέσσερις σφαίρες εκτός του Ήλιου και της Σελήνης που χρειάζονταν τρεις. Μία για την κίνηση της ημέρας, μία για τη διαδρομή του ζωδιακού και δύο για τις ανώμαλες κινήσεις. Οι συνδυασμένες περιστροφικές κινήσεις των δύο εσωτερικών σφαιρών κάθε πλανήτη δημιουργούν μια συνισταμένη κίνηση η οποία μοιάζει με ένα οριζόντιο ανεστραμμένο οκτώ. Αυτή την καμπύλη ο Εύδοξος ονόμασε ιπποπέδη. Μάλιστα επινοώντας αυτούς τους συνδυασμούς κινήσεων από τις περιβάλλουσες σφαίρες, κατάφερε να ερμηνεύσει τις ανώμαλες κινήσεις των πλανητών, “σώζοντας” τα φαινόμενα στον Ερμή, τον

Δία, τον Κρόνο, τον Ήλιο και την Σελήνη. Δεν τον κάλυπτε όμως και για την Αφροδίτη ενώ η επινόησή του ήταν τελείως ακατάλληλη στον πλανήτη Άρη. Δίνεται αναλυτική ερμηνεία των πιο σημαντικών φαινομένων τα οποία αδυνατούσε να ερμηνεύσει το μοντέλο του Ευδόξου.

Κλείνοντας, τη δεύτερη ενότητα, αναφερόμαστε στον Κάλλιππο και τον Αριστοτέλη οι οποίοι επεξεργάστηκαν ακόμα περισσότερο το μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών. Το μοντέλο του Ευδόξου, αντικαταστήθηκε τέλος από το γεωμετρικό μοντέλο των επικύκλων και των φερόντων κύκλων καθώς και από το έκκεντρο μοντέλο. Η εισαγωγή τους αποδίδεται συνήθως στον Απολλώνιο και μελετήθηκαν και από τον Ίππαρχο. Τελικά, το γεωκεντρικό σύστημα έγινε γνωστό ως πτολεμαϊκό σύστημα, αφού ο Κλαύδιος Πτολεμαίος επεξεργάστηκε λεπτομερώς τις τροχιές των πλανητών και πρότεινε το τελειότερο γεωκεντρικό μοντέλο του Κόσμου, το οποίο “έσωζε τα φαινόμενα”.

Η τρίτη ενότητα ονομάζεται <<Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ>>. Στους κλασικούς χρόνους, δηλαδή από τον 4ο αιώνα π.Χ., αρχίζει να μεταβάλλεται η σκέψη των στοχαστών της εποχής ως προς την κατανόηση του κόσμου. Γίνεται μετάβαση από τις απλές συστηματικές εμπειρικές παρατηρήσεις της κίνησης των ουράνιων σωμάτων στη χρήση των μαθηματικών και κυρίως της γεωμετρίας για την ερμηνεία των ουράνιων φαινομένων.

Ο Πλάτων, όπως αναφέρει ο Σωσιγένης, έθεσε το ακόλουθο πρόβλημα στους ασχολούμενους με τη σπουδή των αστρονομικών προβλημάτων. Ποιες κινήσεις ομαλές και διατεταγμένες πρέπει να αποδεχθούμε για να εξηγηθούν τα φαινόμενα τα οποία δημιουργούν οι κινήσεις των πλανητών. Έλεγε “ διασώζειν τα φαινόμενα”, δηλαδή να ερμηνεύονται οι κινήσεις των πλανητών, να επεξηγούνται και να επαλήθευαν τα ουράνια φαινόμενα με τη βοήθεια της γεωμετρίας και μαθηματικών νόμων. Έπρεπε να βρεθεί μια ερμηνεία η οποία θα επιβεβαίωνε τη βαθιά ριζωμένη από την εποχή των Πυθαγορείων πεποίθηση περί «κοσμιότητας» του σύμπαντος. Και ο Πλάτων ως μόνη επιτρεπτή και αρμονική κίνηση των ουράνιων σωμάτων επέλεξε την ομαλή κυκλική.

Ο Πλάτωνας και οι συνεργάτες του(κυρίως ο Εύδοξος) ήταν αυτοί που διατύπωσαν το αίτημα να μετατραπεί η αστρονομία από εμπειρική τέχνη σε επιστήμη κατά τα πρότυπα της γεωμετρίας. Οι απόψεις του Πλάτωνα μετέβαλλαν τον χαρακτήρα της αστρονομίας, και κυρίως του Ευδόξου, μετατρέποντας τις απλές

παρατηρήσεις του ουρανού σε μαθηματικές και γεωμετρικές αναπαραστάσεις (μοντέλα), στις οποίες ο κύκλος, ως θεμελιώδες γεωμετρικό σχήμα, απεικόνιζε την τελειότητα με την οποία έχει κατασκευαστεί ο κόσμος.

Τέλος, περιγράφεται το αστρονομικό σύστημα του Πλάτωνα.

Η τέταρτη ενότητα, είναι αφιερωμένη στα Κωνικά του Απολλώνιου. Η πραγματεία αυτή, αποτελείται από οκτώ βιβλία, και στο καθένα από τα οποία γίνεται σύντομη αναφορά.

Μετά τον ορισμό του κώνου και των κωνικών τομών κατά την περίοδο πριν τον Απολλώνιο παρατίθεται η καινοτομία που εισήγαγε ο ίδιος γενικεύοντας τη παραπάνω θεωρία.

Η ενότητα αυτή τελειώνει με τη συμβολή των Κωνικών στην επιστήμη και πώς βασίστηκαν πάνω σε αυτό το έργο σημαντικοί επιστήμονες.

Η τελευταία ενότητα της εργασίας, η πέμπτη αφορά τον Κοπέρνικο και τον Κέπλερ.

Ο Κοπέρνικος υποστήριζε το ηλιοκεντρικό σύστημα, με τη Γη να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα της μία φορά την ημέρα και να περιφέρεται μία φορά το χρόνο γύρω από τον Ήλιο.

Το ηλιοκεντρικό σύστημα διατηρούσε το φαινόμενο των τέλειων κύκλων και των ομοιόμορφων ταχυτήτων. Το 1543 - χρονολογία του θανάτου του Κοπέρνικου - εκδόθηκε το επαναστατικό του έργο *De Revolutionibus* (Περί της Περιστροφής), το οποίο υιοθετήθηκε άμεσα από όσους ενδιαφέρονταν να μελετήσουν τις θέσεις των πλανητών.

Το μοντέλο του Κοπέρνικου εξηγεί γιατί οι δύο πλανήτες, ο Ερμής και η Αφροδίτη, ευρισκόμενοι πιο κοντά στον Ήλιο, δεν απομακρύνονται ποτέ μακριά από τον Ήλιο και εξηγεί επίσης ότι η περιστασιακή ανάδρομη κίνηση των πλανητών, οφείλεται στις συνδυασμένες κινήσεις της Γης και των πλανητών.

Παρά τη βασική αλήθεια του μοντέλου του, ο Κοπέρνικος δεν απέδειξε ότι η Γη κινείται γύρω από τον Ήλιο. Αυτή η άποψη αφέθηκε στους επόμενους αστρονόμους. Το έργο του Κοπέρνικου αποτέλεσε τη βάση για την εξέλιξη της σύγχρονης Αστρονομίας και άνοιξε το δρόμο για τους αστρονόμους της επόμενης γενιάς, όπως ο Κέπλερ και ο Γαλιλαίος, αλλά και την Επιστημονική επανάσταση του 17ου αιώνα.

Ο Κέπλερ ήταν ένας ιδιοφυής πανεπιστήμονας με πάθος για κάθε είδους μαθηματικά προβλήματα. Δεν ήταν παρατηρητής αλλά ένας εξαιρετος θεωρητικός που έστρεψε την προσοχή του στη βελτίωση της ακρίβειας του Κοπερνίκειου Συστήματος, πεπεισμένος ότι υπήρχε κάποιος βασικός φυσικός νόμος ή μια ομάδα

νόμων οι οποίοι καθόριζαν τις κινήσεις των πλανητών. Υποστήριξε την ηλιοκεντρική άποψη του Κοπέρνικου για τον Κόσμο ,αλλά αφαίρεσε τις κυκλικές τροχιές των πλανητών. Όμως το μοντέλο αυτό δημιουργήθηκε μόνο αφού εξάντλησε κάθε συνδυασμό κυκλικών κινήσεων που θα μπορούσε να συλλάβει. Βασίζοντας την εργασία του στις λεπτολογείς και υπερβολικά ακριβείς παρατηρήσεις του Δανού αστρονόμου Τύχο Μπράχε, ο Κέπλερ προσπάθησε περισσότερο από μια δεκαετία να ταιριάξει τις θέσεις του Άρη με κάποιο είδος κυκλικής κίνησης. Αλλά μόνο όταν αντικατάστησε τον κύκλο με την έλλειψη, μπόρεσε να ταιριάξει τις θέσεις του Άρη στο καινούριο μοντέλο του, όπως και τους άλλους πλανήτες.

Έτσι ο στόχος που έθεσε ήταν να κατανοήσει το σχήμα και το μέγεθος των πλανητικών τροχιών, καθώς και τη σχέση τους με τον απαιτούμενο χρόνο για την ολοκλήρωση μιας πλήρους περιφοράς.

Μελετώντας προσεκτικότερα τα προκύπτοντα δεδομένα από την παρατήρηση του πλανήτη Άρη, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι πλανήτες διαγράφουν γύρω από τον Ήλιο ελλειπτικές τροχιές και διατύπωσε τον νόμο για την κίνηση των πλανητών. Η ελλειπτική τροχιά ήταν ο πρώτος νόμος του Κέπλερ. Σύμφωνα με αυτόν, οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο διαγράφοντας επίπεδες τροχιές οι οποίες είναι ελλείψεις των οποίων ο Ήλιος κατέχει μία από τις εστίες τους. Αργότερα αντιμετώπισε το πρόβλημα των μεταβολών των ταχυτήτων των πλανητών. Ο δεύτερος νόμος περιγράφει πώς η νοητή γραμμή η οποία συνδέει τον πλανήτη με τον Ήλιο κάθε στιγμή (επιβατική ακτίνα) σαρώνει σε ίσους χρόνους, ίσες επιφάνειες, κάτι που εξηγεί το γιατί ο πλανήτης κινείται γρηγορότερα όταν είναι πλησιέστερα στον Ήλιο. Ο τρίτος και τελικός νόμος της πλανητικής κίνησής του δίνει την ακριβή σχέση μεταξύ της απόστασης ενός πλανήτη από τον Ήλιο και του χρόνου περιστροφής του - το τετράγωνο του ηλιακού έτους είναι ανάλογο του κύβου της μέσης απόστασης του από τον Ήλιο. Ίσως αυτό να αποτέλεσε το έναυσμα και ο καθοριστικός παράγοντας της διατύπωσης από τον Νεύτωνα του νόμου βαρύτητας.

Παρά τις προόδους που έκαναν ο Κοπέρνικος και ο Κέπλερ η διπλή αλήθεια εμπεριέχεται στην επιστημονική εργασία τους ενώ μεγαλύτερη ώθηση στις έρευνες θα δώσει ο Γαλιλαίος βασιζόμενος στις εργασίες τους. Το 1609 ο Γαλιλαίος πεπεισμένος για την ορθότητα των υποθέσεων του Κοπέρνικου καταφέρνει να τις υποστηρίξει χρησιμοποιώντας για πρώτη φορά το αστρονομικό τηλεσκόπιο και δείχνοντας στους επαΐοντες το άπειρο του σύμπαντος. Στο τέλος, υπάρχει μια σύντομη περιγραφή στα δύο έργα του: << Διάλογος μεταξύ των δύο παγκόσμιων

συστημάτων, πτολεμαϊκού και κοπερνίκειου >> και << Αστρικός Αγγελιοφόρος (Sidereus Nuncius)>>.

Κλείνει αυτή η εργασία, με αναφορά στον Νεύτωνα, ο οποίος βασιζόμενος στους νόμους του Κέπλερ διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον γνωστό σε όλους μας «νόμο της βαρύτητας>>.

1. Η ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΗ: ΚΥΚΛΟΣ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΑ ΤΑ ΤΕΛΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Στην αρχαιότητα όλοι οι λαοί ασχολήθηκαν με την Αστρονομία. Μάλιστα κάποιοι από αυτούς άφησαν αρκετές αστρονομικές πληροφορίες και παρατηρήσεις καθώς και «αποδείξεις» για τη δράση τους είτε με τη μορφή γραπτών κειμένων είτε με τη μορφή κατασκευών οι οποίες εξακολουθούν να συναρπάζουν ακόμη και σήμερα.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έδειξαν οι Σουμερίοι¹, οι Ακκάδιοι,² οι Ασσύριοι³, οι Βαβυλώνιοι, οι Αιγύπτιοι και οι Κινέζοι⁴. Η Βίβλος περιέχει αρκετές αστρονομικές αναφορές, γνωρίζουμε επίσης την κατάρτιση ημερολογίων από του αρχαίους Αιγύπτιους με πρακτικούς σκοπούς όπως την συστηματοποίηση των καλλιεργειών γύρω από τον Νείλο⁵. Παρά τα επιτεύγματά τους όμως οι Έλληνες ήταν εκείνοι που οικοδόμησαν την Αστρονομία ως επιστήμη. Οι αρχαίοι Έλληνες έκαναν σημαντικά βήματα στην επιστήμη της αστρονομίας: Χαρακτηριστικά αναφέρουμε το σύστημα του *φαινόμενου μεγέθους* των αστερών (που εφαρμόζεται ακόμα), την σφαιρικότητα της Γης (Πυθαγόρας, 6ος αιώνας π.Χ.) την πρόταση του Ηλιοκεντρικού συστήματος (Αρίσταρχος ο Σάμιος 310 - 230 π.Χ.), την μέτρηση της ακτίνας της Γης

¹ βλ Adam Watson, Η εξέλιξη της διεθνούς κοινωνίας, εκδ ποιότητα 2006, κεφ 2

² βλ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 2, σελ 28

³ βλ Adam Watson, Η εξέλιξη της διεθνούς κοινωνίας, εκδ ποιότητα 2006, κεφ 3

⁴ Selin Helaine, Astronomy Across Cultures: The History of Non-Western Astronomy, εκδ Helaine Selin και Xiaochun Sun 2000, κεφ 15

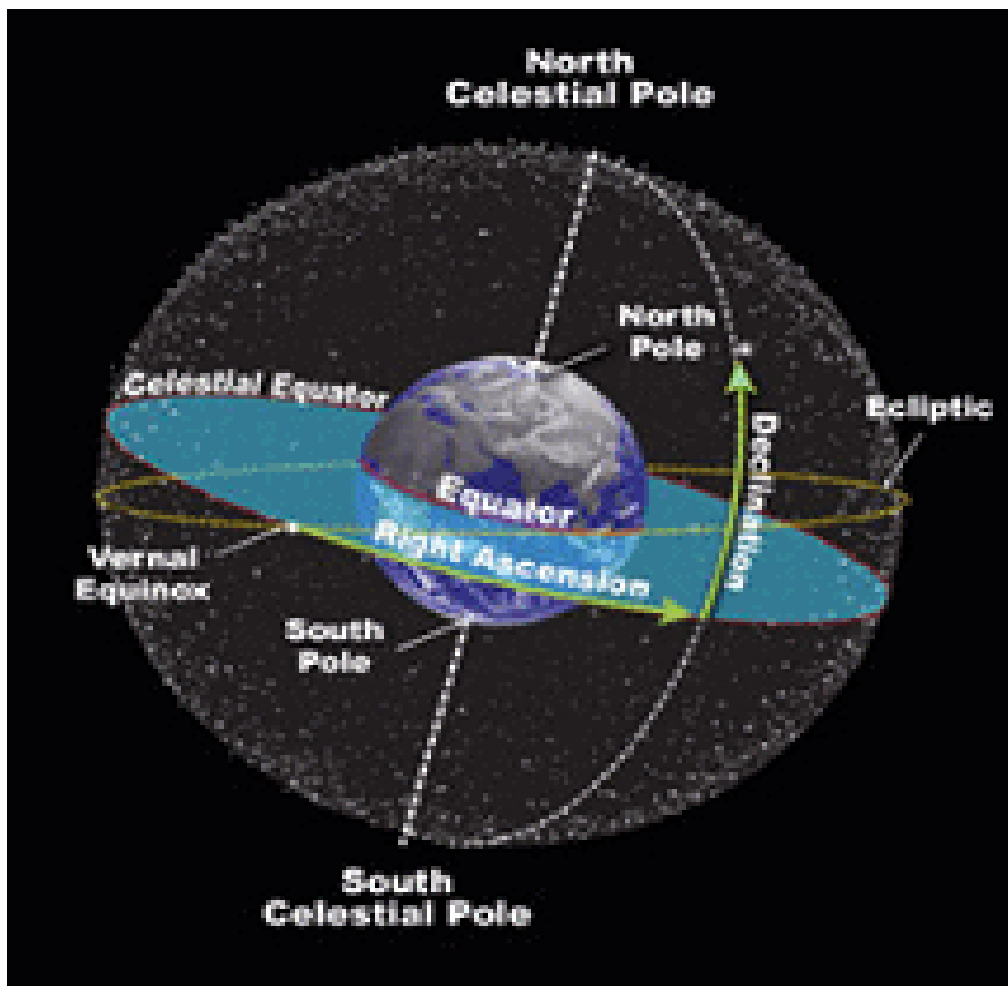
⁵ Πληροφορίες για τα ημερολογιακά συστήματα όλων αυτών των λαών βλ Στράτος Θεοδοσίου - Μάνος Δανέζης, οδύσσεια των ημερολογίων, τόμος Α, εκδ Δίαυλος 1995, κεφ 2-6

(Ερατοσθένης, 276 - 192 π.Χ.)⁶, την κατάρτιση καταλόγου ουρανίων σωμάτων (Ίππαρχος, 2ος π.Χ. αιώνας), κ.α.⁷

Οι Έλληνες ήταν έξοχοι γεωμέτρες και φιλόσοφοι. Πολλοί απ αυτούς θεωρούσαν ότι οι κύκλοι και οι σφαίρες ήταν δείγματα απόλυτης τελειότητας. Έτσι μια από τις αλήθειες που ανακάλυψαν ήταν ότι το σύμπαν ήταν σφαιρικό, με αποδείξεις μάλιστα για το γεγονός και πολύ καλές μετρήσεις μακρινών αποστάσεων. Όταν αναφερόμεθα στην ουράνια σφαίρα χρησιμοποιούμε μια έννοια η οποία οφείλεται στους αρχαίους Έλληνες αστρονόμους. Αυτοί ανέπτυξαν και συνέλαβαν την ουράνια σφαίρα ως μαθηματική επέκταση της γήινης στο χώρο, με τον παρατηρητή ευρισκόμενο στο κέντρο του κόσμου. Αν μια νύχτα το καλοκαίρι κοιτάξουμε προς τον ουρανό, νομίζουμε ότι όλα τα αστέρια βρίσκονται τοποθετημένα στην εσωτερική επιφάνεια μιας τεράστιας σφαίρας, της ουράνιας σφαίρας, με κέντρο τη Γη. Οτιδήποτε βλέπουμε να κινείται στον ουρανό, φαίνεται να κινείται γύρω από τη Γη (για αυτό άλλωστε και οι αρχαίοι Έλληνες θεωρούσαν τη Γη κέντρο του Σύμπαντος). Για το λόγο αυτό έχει αναπτυχθεί και η ιδέα της Ουράνιας Σφαίρας (βλ. εικόνα 1) .

⁶ βλ Γ.Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 103-104

⁷ Charles Coulston Gillispie, Dictionary of Scientific Biography, New York, λήμμα Hipparchus volume 15, pages 207-221



Εικόνα 1: Ουράνια σφαίρα

Πρόκειται για μια σφαίρα με άπειρη ακτίνα, στο κέντρο της οποίας βρίσκεται η Γη, ενώ στην επιφάνειά της φαίνονται «στερεωμένα» τα αστέρια όπως προαναφέραμε (προφανώς πρόκειται για θεωρητική βοηθητική κατασκευή). Οι αστέρες βρίσκονται, σε σχέση με την ακτίνα της Γης, σε μεγάλες αποστάσεις και έτσι, όταν τους παρατηρούμε, φαίνονται ότι βρίσκονται τοποθετημένοι στην εσωτερική επιφάνεια μιας σφαίρας.

Πάνω σε μια σφαίρα μπορούν να οριστούν Μέγιστοι Κύκλοι, δηλαδή κύκλοι με ίδιο κέντρο με την σφαίρα. Τα διάφορα συστήματα ουρανίων συντεταγμένων χρησιμοποιούμενα από τους αστρονόμους ορίζονται με βάση συγκεκριμένους μέγιστους κύκλους της ουράνιας σφαίρας (όπως εδώ στη Γη ορίζουμε ότι ο ισημερινός είναι ο μέγιστος κύκλος ο οποίος, σε συνδυασμό με το μεσημβρινό του Γκρίνουϊτς, ορίζει το γνωστό σε όλους σύστημα συντεταγμένων). Ο μέγιστος κύκλος που μας απασχολεί εδώ λέγεται Εκλειπτική (προσοχή: δεν έχει καμία σχέση με την

«ελλειπτική» ή οτιδήποτε σχετικό. Η λέξη προέρχεται από την λέξη «έκλειψη», αφού πάνω στην Εκλειπτική λαμβάνουν χώρα οι εκλείψεις Σελήνης και Ηλίου). Η Εκλειπτική είναι η φαινόμενη τροχιά που διαγράφει ο Ήλιος στον ουρανό σε διάστημα ενός έτους. Φυσικά, η Γη είναι αυτή η οποία περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο και όχι το αντίστροφο! Καθώς όμως η θέση της Γης στην τροχιά της μεταβάλλεται, ο Ήλιος φαίνεται να κινείται δια μέσου των απλανών αστέρων (οι οποίοι λέγονται «απλανείς» ακριβώς επειδή δεν «πλανώνται» στον ουρανό, δηλαδή δεν κινούνται αντίθετα από τους «πλανήτες»). Με άλλα λόγια, αυτό το οποίο μεταβάλλεται είναι η προβολή της θέσης του Ήλιου στην ουράνια σφαίρα (βλ. εικόνα 2).



Εικόνα 2: Ήλιος και απλανείς αστέρες

Καθώς το επίπεδο της τροχιάς της Σελήνης και των πλανητών είναι σχεδόν ίδιο με αυτό της Γης, οι πλανήτες και η Σελήνη κινούνται επίσης κοντά στην Εκλειπτική, και δεν απομακρύνονται περισσότερο από 9 μοίρες δεξιά και αριστερά της. Η ζώνη η οριζόμενη με αυτό τον τρόπο ονομάζεται Ζωδιακός Κύκλος.

Κατά μήκος της εκλειπτικής βρίσκονται 12 αστερισμοί οι οποίοι ονομάζονται ζωδιακοί. Συνολικά σήμερα ορίζονται 88 αστερισμοί. Οι αρχαίοι Έλληνες ονόμασαν 48 από αυτούς, οι οποίοι είναι οι ορατοί από την Ελλάδα, ενώ με πρώτο τον Ίππαρχο(200π.Χ) συνέταξαν καταλόγους με τα ονόματα κάθε αστερισμού. Τα ονόματα των ζωδιακών αστερισμών είναι, με τη σειρά κατά την οποία ο Ήλιος

διέρχεται από αυτούς.(Ζυγός, Κριός, Ταύρος, Δίδυμοι, Καρκίνος, Λέων, Παρθένος, Ζυγός, Σκορπιός, Τοξότης, Αιγόκερως, Υδροχόος και Ιχθύες.⁸

Από την περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της με κατεύθυνση από την Δύση προς την Ανατολή, η ουράνια σφαίρα φαίνεται να περιστρέφεται με αντίθετη κατεύθυνση, από την Ανατολή προς την Δύση, γύρω από έναν άξονα περιστροφής προέκταση του άξονα περιστροφής της Γης. Ο άξονας αυτός τέμνει την ουράνια σφαίρα σε δύο σημεία, τον βόρειο ουράνιο πόλο(Π) και τον νότιο ουράνιο πόλο(Π'). Ο άξονας ΠΠ' ονομάζεται άξονας του κόσμου. Κάθε επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο της ουράνιας σφαίρας την τέμνει κατά ένα μέγιστο κύκλο. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο μέγιστος κύκλος είναι ο **γεωδαιτικός κύκλος** (geodetic circle). Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων στην επιφάνεια μιας σφαίρας είναι πάντοτε τμήμα ενός γεωδαιτικού κύκλου. Ομοίως υπάρχει μόνο ένας μέγιστος κύκλος διερχόμενος από δύο τυχαία σημεία Σ και Σ' της ουράνιας σφαίρας. Το τόξο του μέγιστου κύκλου το οποίο ενώνει τα δύο προηγούμενα σημεία λέγεται γωνιώδης απόσταση. Η γωνιώδης απόσταση δεν αποτελεί μέτρο της πραγματικής απόστασης δύο άστρων, αλλά της απόστασης των προβολών τους πάνω στην ουράνια σφαίρα, κατά μήκος των διευθύνσεων των οπτικών ακτινών τους. Ονομάζουμε οπτική ακτίνα ενός άστρου την ακτίνα της ουράνιας σφαίρας η οποία συνδέει τον οφθαλμό του παρατηρητή με το άστρο.^{9,10}

Η αρχαία αστρονομία βασιζόταν εξ' ολοκλήρου στην παρατήρηση με γυμνό οφθαλμό(αυτό συνέβαινε μέχρι το τέλος του 16^{ου} αιώνα). Στην αρχαιότητα δεν υπήρχε ούτε τηλεσκόπιο, ούτε μικρομετρικός¹¹ κοχλίας, ούτε κλίμακα Βερνιέρου (βλ. εικόνα 3)¹². Οπότε η παρατήρηση με γυμνό οφθαλμό δεν ήταν διόλου εύκολη.

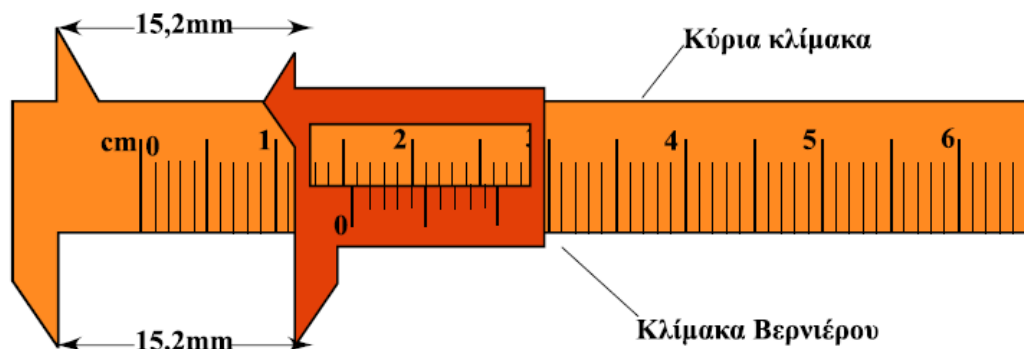
⁸ Kerrod Robin, Παρατήρηση των άστρων -Οδηγός του νυχτερινού ουρανού μήνα προς μήνα, εκδ Σαββάλας 2004,κεφ 3-4-5

⁹ D.R.Dicks,η Πρώμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 2 σελ 24

¹⁰ Σ. Θεοδοσίου - Μ. Δανέζης, μετρώντας τον άχρονο χρόνο-ο χρόνος στην αστρονομία, εκδ Δίαυλος, κεφ 4

¹¹ Δρακόπουλος Πάνος- Ασημέλλης Γιώργος, Οπτικά Όργανα Απεικόνισης, εκδ Σύγχρονη Γνώση 2011,κεφ 9

¹²Ιωάννης.Α.Βλάχος-Παναγιώτης.Β.Κόκκοτας-Ιωάννης.Γ.Γραμματικάκης-Περικλής.Εμ.Περιστερόπουλος Βασίλης.Α.Καραπαναγιώτης-Γιώργος.Β.Τιμόθεου, Φυσική Γεν. Παιδ. Εργαστ. Οδηγός (Α' Εν. Λυκ.), εκδ. οίκος Εκπαιδευτικές Τομές Ορόσημο, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων Αθήναι, κεφ 3.3



Εικόνα 3: Κλίμακα Βερνιέρου

Για την τότε αστρονομία, τα σημαντικά αντικείμενα παρατήρησης ήταν ο Ήλιος, η Σελήνη, πέντε μόνο πλανήτες(Ερμής, Αφροδίτη, Άρης, Ζεύς και Κρόνος), μερικές χιλιάδες αστέρες και «διάφορα περιστασιακά φαινόμενα όπως εκλείψεις, επιπροσθήσεις (Επιπρόσθηση λέγεται η ολική έκλειψη, στην οποία το ουράνιο σώμα που την υφίσταται είναι ένα μακρινό άστρο (όχι ο Ήλιος) ή ένας πλανήτης, και το ουράνιο σώμα που το αποκρύπτει είναι η Σελήνη (συνήθως) ή άλλο σώμα του Ηλιακού Συστήματος (π.χ. ένας αστεροειδής))¹³ ατέρων από τη σελήνη, κομήτες και μετεωρίτες». ¹⁴Φυσικά, όλα αυτά τα πραγματεύονται, από την άποψη ενός γεωκεντρικού σύμπαντος, με τη Γη σταθερά ακίνητη στο κέντρο του κόσμου και τα άλλα ουράνια σώματα να κινούνται γύρω της σε διάφορες κυκλικές τροχιές, οι οποίες περιλαμβάνουν κύκλους ή συνδυασμούς κύκλων. Οι αστρονόμοι από την αρχαία εποχή μέχρι τον Κοπέρνικο, αρκούσαν στο γεωκεντρικό πρότυπο. Σύμφωνα με αυτό, ο Ήλιος και οι αστέρες αποδέχονται ότι κινούνται στον ουρανό και γύρω από την ακίνητη Γη μια φορά το εικοσιτετράωρο, όπως ακριβώς φαίνεται ότι συμβαίνει. Παρακάτω παρουσιάζεται η βασική περιγραφή μερικών αστρονομικών φαινομένων που απασχολούσαν τους Αρχαίους Έλληνες.

Πρώτα θα μελετήσουμε τους απλανείς αστέρες. Τους αποκαλούμε έτσι για να τους διακρίνουμε από τον Ήλιο, τη Σελήνη και τους πλανήτες(πλάνητες). Παρατηρώντας κυρίως τη νύχτα τους αστέρες στον ουράνιο θόλο, διαπιστώνεται ότι αυτοί δεν κατανέμονται ομοιόμορφα σ' αυτόν, ενώ παρουσιάζουν κάποια

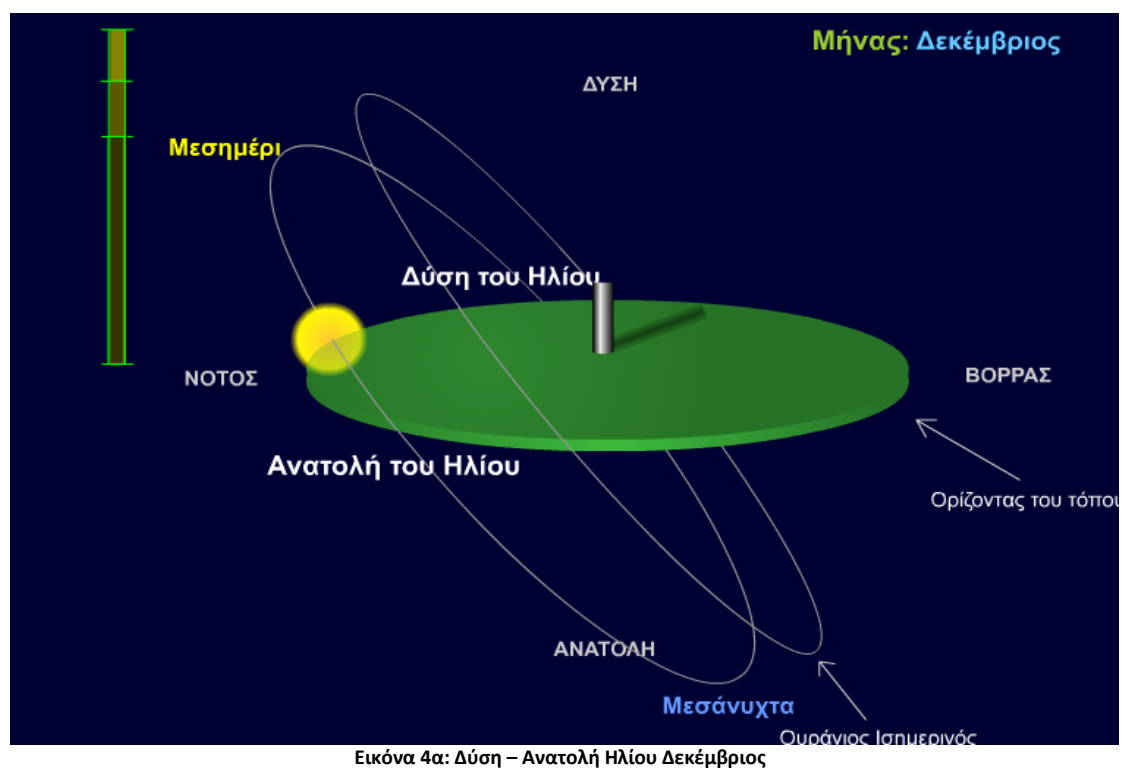
¹³ http://www.astronomy.gr/main.cfm?module=educational§ion=enc_as&en_id=100&do=detail (από την εγκυκλοπαίδεια Επιστήμη και Ζωή)

¹⁴ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ1 σελ 15

ευδιάκριτα συμπλέγματα τα οποία και ονομάζονται αστερισμοί. Από τη παρατήρηση των αστερών αυτοί διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

1. **Αειφανείς αστέρες**, που παρατηρούνται όλο το 24ωρο, πάνω από τον ορίζοντα.
2. **Αφανείς αστέρες**, που παραμένουν όλο το 24ωρο υπό τον ορίζοντα και η παρατήρησή τους δεν είναι εφικτή.
3. **Αμφιφανείς αστέρες**, που άλλοτε παρατηρούνται υπέρ τον ορίζοντα και άλλοτε όχι¹⁵

Ας εξετάσουμε τώρα την ημερήσια κίνηση του Ήλιου. Αν παρατηρήσει κανείς τις διαδοχικές ανατολές και δύσεις σε περίοδο πολλών ετών, θα παρατηρήσει ότι η ακριβής θέση στον ορίζοντα της ανατολής και δύσης του Ήλιου ποικίλλει καθ' όλη τη διάρκεια του έτους. Τα σημεία Ανατολής και Δύσης κυμαίνονται ανάμεσα σε δύο οριακά σημεία στα βόρεια και νότια της κανονικής Ανατολής και στα βόρεια και νότια της κανονικής Δύσης^{16,17} (βλ εικόνες 4α, 4β, 4γ, 4δ).

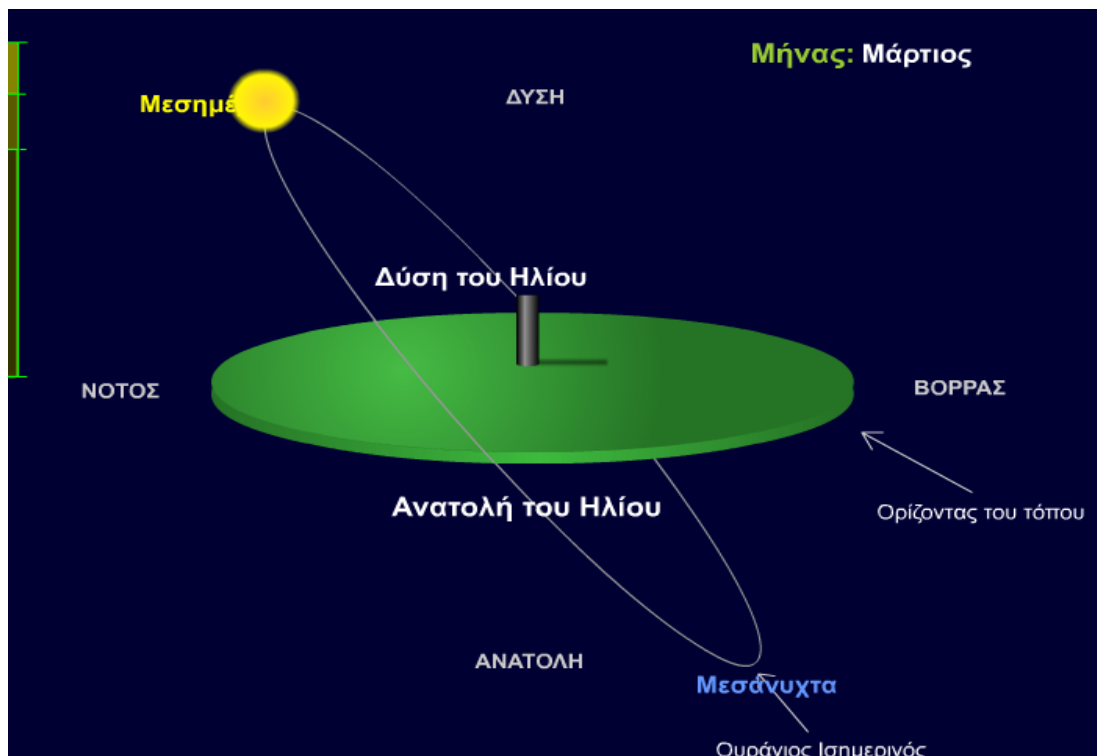


Εικόνα 4α: Δύση – Ανατολή Ηλίου Δεκέμβριος

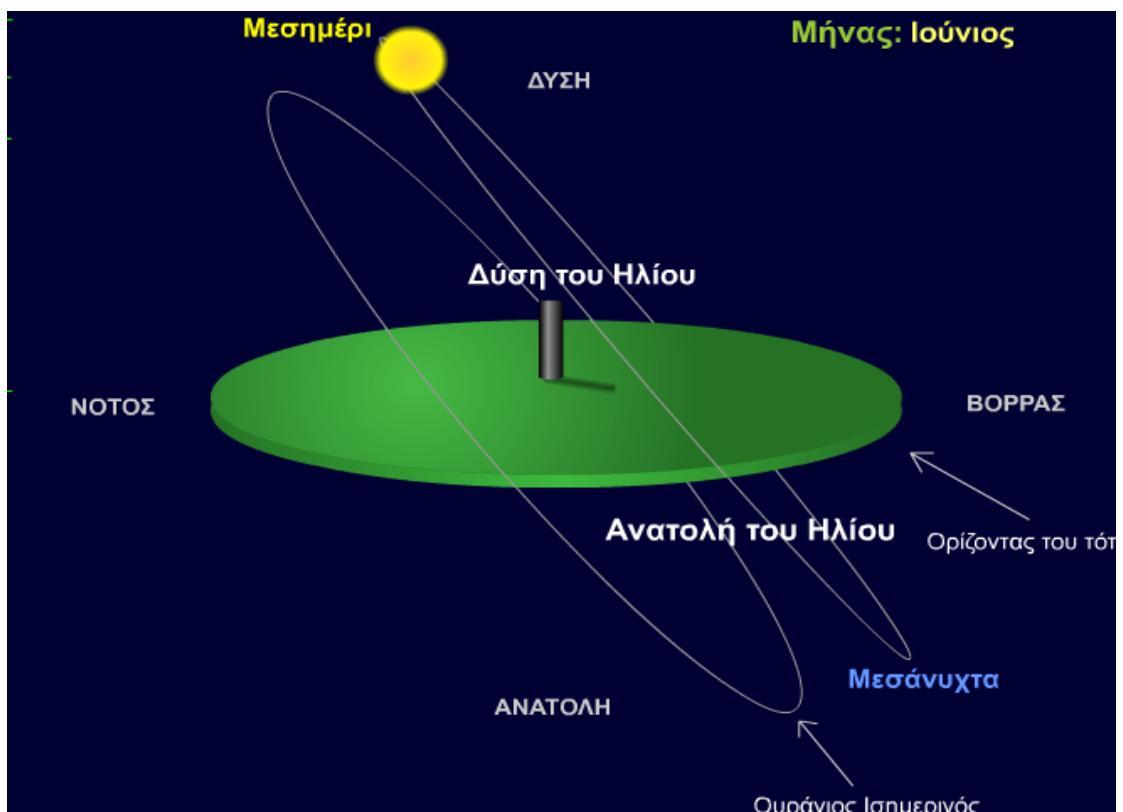
¹⁵ Για περισσότερα βλ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ2 σελ 15-21

¹⁶ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ1 σελ 21

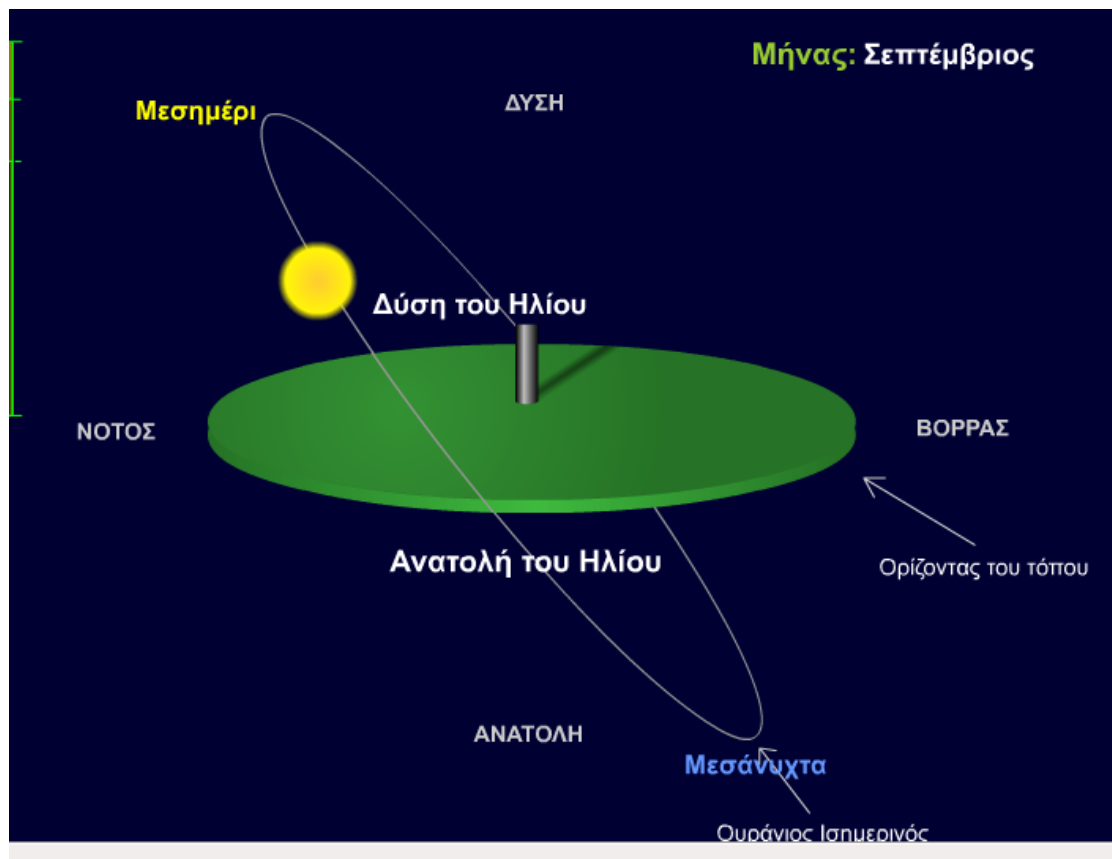
¹⁷ βλ http://geogr.eduportal.gr/astromy/planitis_gi/plan_gi1.htm



Εικόνα 4β: Δύση – Ανατολή Ηλίου Μάρτιος



Εικόνα 4γ: Δύση – Ανατολή Ηλίου Ιούνιος

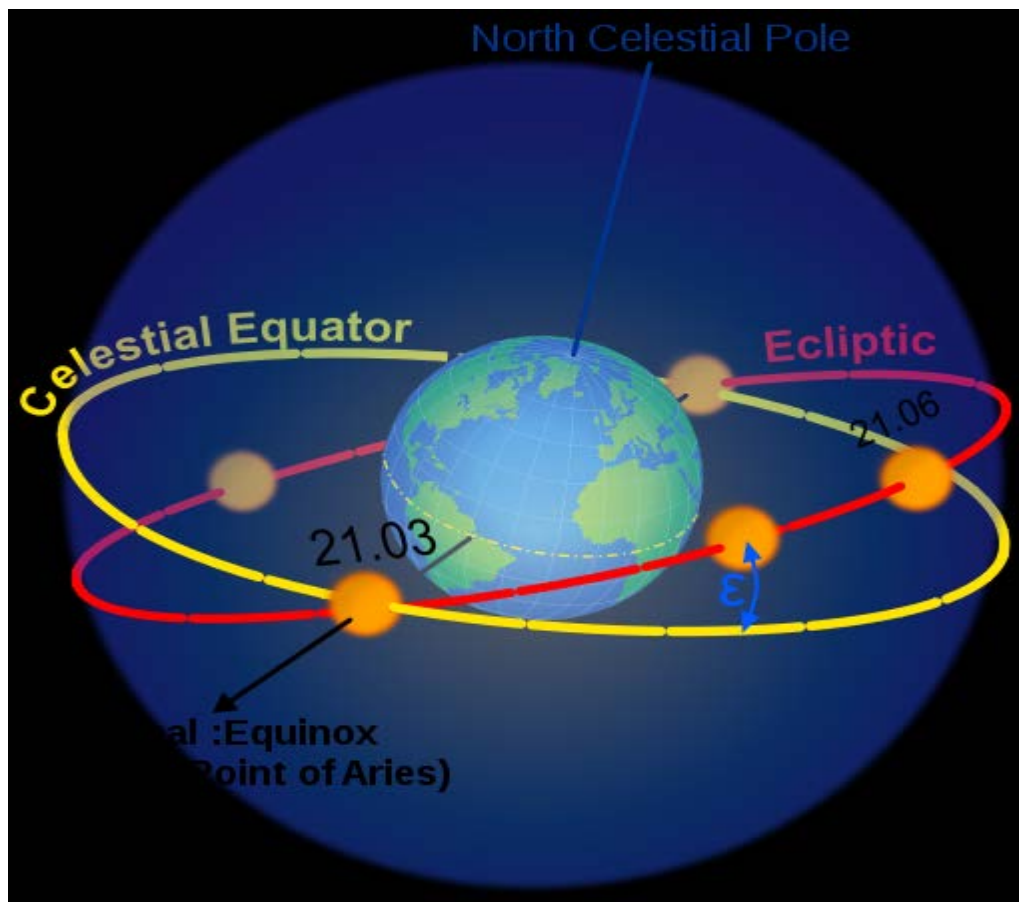


Εικόνα 4δ: Δύση – Ανατολή Ηλίου Σεπτέμβριος

Τότε θα ανακαλύψει κανείς ότι μετά από $365 \frac{1}{4}$ ημέρες ο ανατέλλων και δύων Ήλιος επανέρχεται στα ίδια ακριβώς σημεία του ορίζοντα και τις ίδιες χρονικές στιγμές.

Ακόμα ο Ήλιος έχει και μια ετήσια κίνηση ως προς τους απλανείς αστέρες. Αυτό μπορούμε να το εξακριβώσουμε παρατηρώντας ποιος αστέρας βρίσκεται πάνω από το κεφάλι μας σε διαδοχικές νύχτες. Μόνο με τη συμπλήρωση ενός έτους θα βρούμε τους ίδιους αστέρες που βρίσκονταν εκεί στην αρχή. Η ετήσια κίνηση του Ήλιου γίνεται κατά διεύθυνση αντίθετη από την ημερήσια (γίνεται δηλαδή από δυτικά προς ανατολικά), έτσι ώστε να φαίνεται ότι οπισθοχωρεί ως προς τους αστέρες. Ο κύκλος του Ήλιου, ο οποίος μας δείχνει τον ετήσιο δρόμο του, μπορεί να παρασταθεί με μια μαθηματική γραμμή στον ουρανό, οριζόμενη από διάφορες ομάδες αστερών κατά μήκος της. Αυτή η γραμμή ονομάζεται εκλειπτική (βλ. εικόνα

5) και είναι η βασική γραμμή αναφοράς στην ελληνική αστρονομία¹⁸, όπως ήδη αναφέραμε.



Εικόνα 5: Ουράνιος ισημερινός, εκλειπτική, Βόρειος ουράνιος πόλος

Διαφορετικά, από κάθε σημείο της τροχιάς της Γης ένας παρατηρητής βλέπει τον Ήλιο να προβάλλεται σε διαφορετικά σημεία της ουράνιας σφαίρας. Άρα κατά τη διάρκεια κάθε έτους ο Ήλιος φαίνεται να περνά περιοδικά κοντά από συγκεκριμένους αστερισμούς. Οι δώδεκα γνωστότεροι από αυτούς ορίζουν το λεγόμενο **ζωδιακό κύκλο** όπως έχω προαναφέρει. Οι έννοιες της περιοδικότητας, σφαιρικότητας και κυκλικής κίνησης, υπάρχουν ήδη στο έργο του Ηράκλειτου¹⁹, του Παρμενίδη, του Εμπεδοκλή και του Αναξαγόρα²⁰. Το σύμπαν του Παρμενίδη είναι πεπερασμένο «όπως η μάζα μιας καλοστρογγυλεμένης σφαίρας, ίση από το μέσον

¹⁸ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία,εκδ δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ2 σελ 23-34

¹⁹ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ3 σελ 65 σειρά 28, σελ 66 σειρά 5

²⁰ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ3 σελ 77

από κάθε άποψη». Αυτή είναι η πρώτη αυθεντική διατύπωση της έννοιας της σφαιρικότητας στο σύμπαν ως ένα όλον.²¹ Ο Παρμενίδης ήταν ο πρώτος που απέδωσε σφαιρικό σχήμα στη Γη και την τοποθέτησε στο κέντρο του σύμπαντος «Πρῶτος οὗτος τὴν Γῆν ἀπέφαινε σφαιροειδῆ καὶ ἐν μέσῳ κεῖσθαι».²² Ο Αριστοτέλης στο έργο του «Περί ουρανού» αποδεχόταν την έννοια της ουράνιας σφαίρας με τη σφαιρική Γη ακίνητη στο κέντρο²³ και τα ουράνια σώματα να κινούνται σε κυκλικές τροχιές²⁴ γύρω της. Αποδεικνύει στο «Περί ουρανού» στο κεφάλαιο III ότι η γη δε μπορεί να είναι εν κινήσει και ότι πρέπει να είναι σφαιρική²⁵. Επίσης υποστηρίζει ότι όχι μόνο η Γη, αλλά όλα τα ουράνια σώματα είναι σφαιρικά στο σχήμα. «Η παρατήρηση δείχνει ότι η Σελήνη πρέπει να είναι σφαίρα, διότι, εάν ήταν οποιουδήποτε άλλου σχήματος, οι φάσεις της δεν θα ελάμβαναν τη μορφή που έχουν, ούτε ο ήλιος θα φαινόταν δρεπανοειδής κατά τη διάρκεια μιας ηλιακής έκλειψης. Και εάν ένα ουράνιο σώμα είναι σφαιρικό, τότε θα είναι και όλα τα υπόλοιπα»²⁶. «Επιπλέον η Φύση δεν κάνει τίποτα χωρίς σκοπό, και η σφαίρα είναι το σχήμα που ταιριάζει λιγότερο σε μεταβατική κίνηση, αλλά είναι το καλύτερο για να παραμένει στη θέση της».²⁷ Τέλος, πρότεινε τις αντισταθμιστικές σφαίρες για επιπλέον επεξεργασία του μοντέλου των ομόκεντρων σφαιρών(για αυτό βλέπε στην επόμενη ενότητα: Οι κύκλοι του Ευδόξου). Το γενικό πλαίσιο το οποίο υιοθετήθηκε ήταν η ουράνια σφαίρα, με τη Γη σφαιρική να βρίσκεται ακίνητη στο κέντρο.²⁸

²¹ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ3 σελ 68

²² Διογένη. Λαέρτη. Φιλοσόφων Βίοι IX 22

²³ David C. Lindberg, Οι απαρχές της δυτικής επιστήμης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2003 σελ 351

²⁴ Edward Grant, Οι φυσικές επιστήμες τον Μεσαίωνα, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 2004 σελ 58

²⁵ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ7 σελ 272,274

²⁶ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ7 σελ 275

²⁷ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ7 σελ 275-276

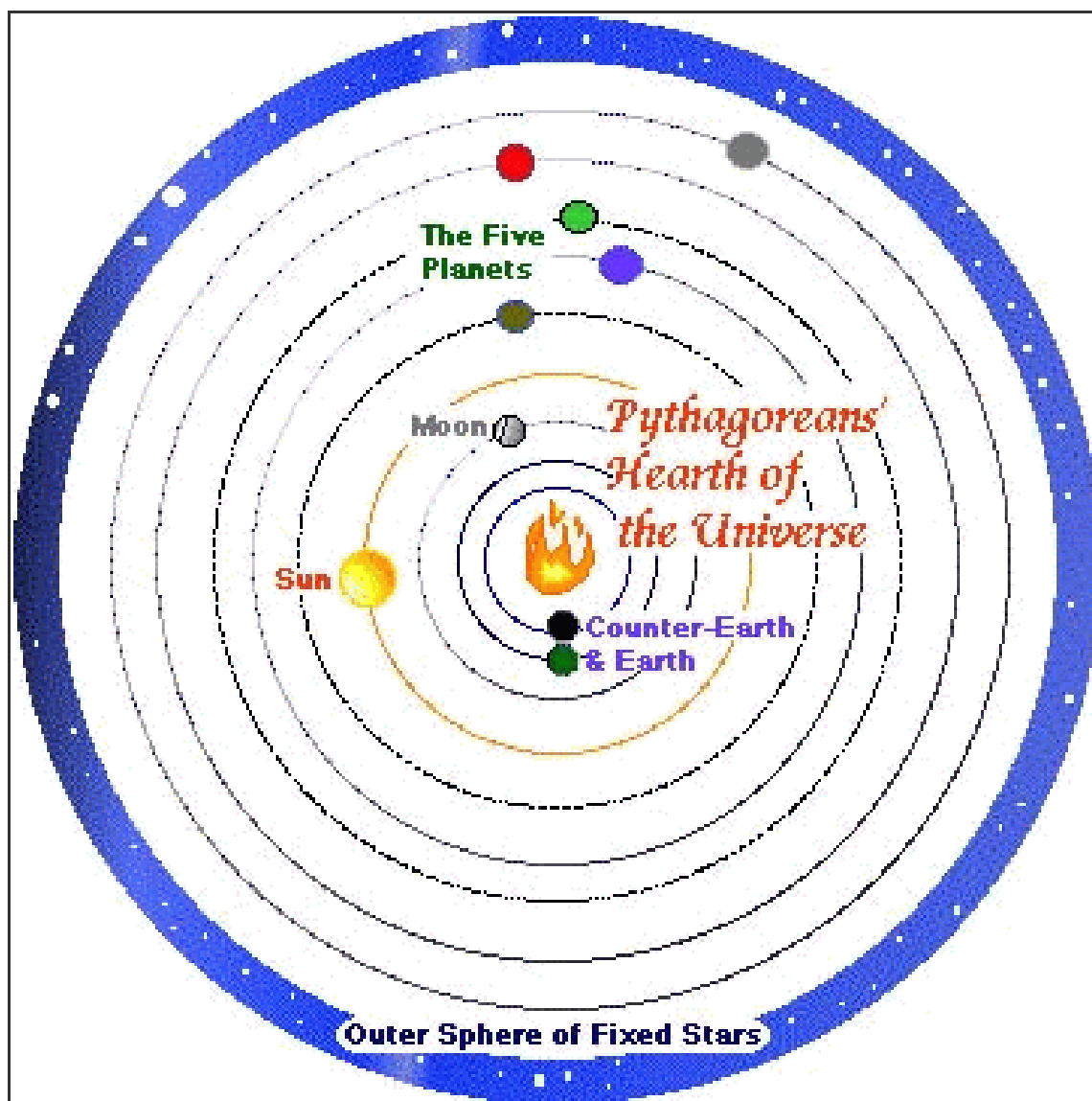
²⁸ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ4

«Στη προσωκρατική περίοδο²⁹, η πλησιέστερη προσέγγιση ενός αστρονομικού σχήματος, που θα μπορούσε πιθανώς να έχει πάρει τη θέση της έννοιας της ουράνιας σφαίρας, βρίσκεται στο σύστημα που αποδίδεται στους ύστερους Πυθαγορείους του δεύτερου μισού του 5^{ου} αιώνα»³⁰. Στην αστρονομία οι Πυθαγόρειοι³¹ με τον Φιλόλαο, εισήγαγαν μια εκπληκτική καινοτομία. Θεώρησαν τη Γη ως ένα ακόμη ουράνιο σώμα κινούμενο κυκλικά(όπως ο Ήλιος, η Σελήνη και οι αστέρες), γύρω από το κεντρικό πυρ που παρείχε την κινητήρια δύναμη για όλο το σύμπαν. Το πυθαγόρειο σχήμα έδινε έμφαση στις κυκλικές κινήσεις των ουράνιων σωμάτων γύρω από ένα κοινό κεντρικό σημείο (βλ. εικόνα 6).

²⁹ Ο όρος προσωκρατικός χρησιμοποιείται <<για να δηλώσει εκείνους που δε συνδέονταν με τη φιλοσοφική σχολή του Σωκράτη και του Πλάτωνα περιλαμβανομένων των σοφιστών, μερικοί από τους οποίους ήταν σύγχρονοι του Σωκράτη, ενώ άλλοι ήταν μορφές του 4^{ου} αιώνα π.Χ.>> βλ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ3 σελ 53

³⁰ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ4 σελ 83

³¹ Χ. Φύλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010,κεφ 2 σελ 157-162 και βλ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003,κεφ 3 σελ 65-70

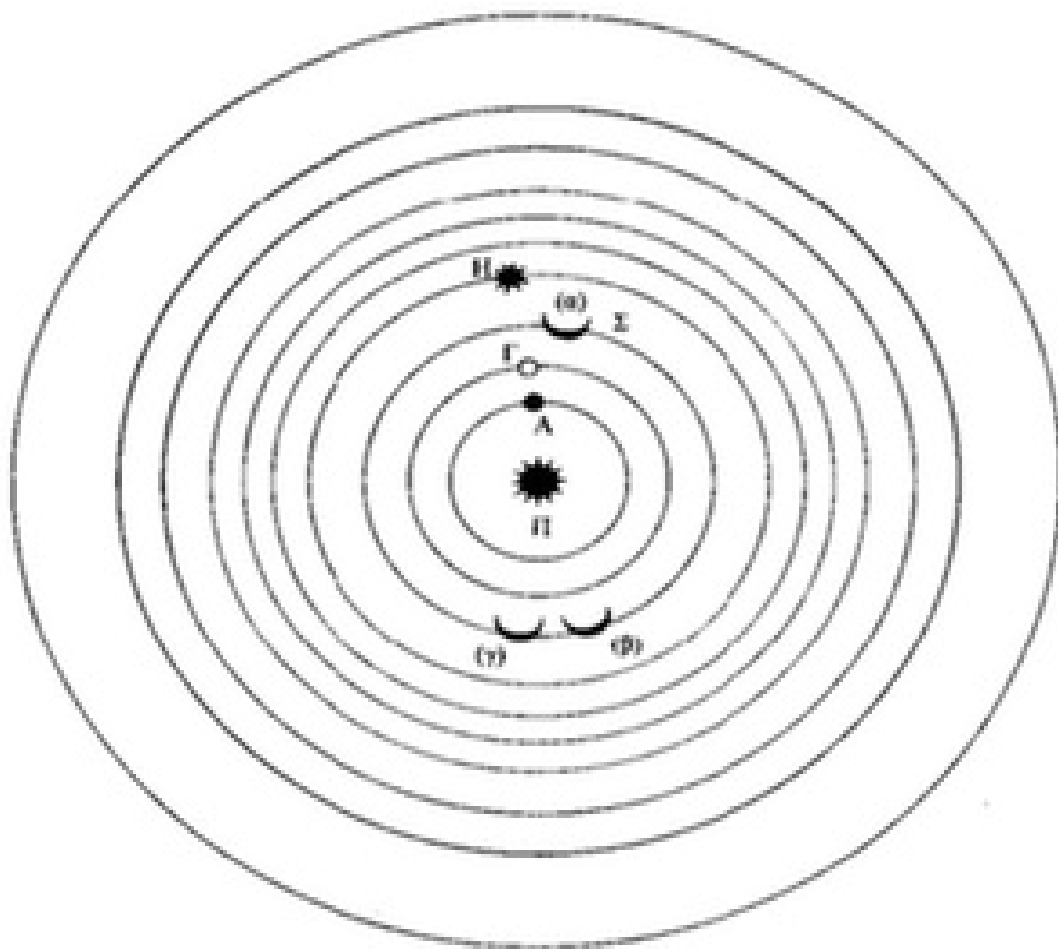


Εικόνα 6: Πυθαγόρειο σχήμα

Η έννοια αυτή υπήρχε ήδη στις ιδέες του Εμπεδοκλή³², αλλά το σύστημα του Φιλόλαου³³ (βλ. εικόνα 7) προχωρούσε περισσότερο υποθέτοντας ένα φανταστικό κέντρο περιστροφής και όλο αυτό αργότερα θα αποτελούσε μια έννοια κλειδί στην θεωρία των επικύκλων και των έκκεντρων τροχιών.

³² Σ. Ξεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ1 σελ 77-80

³³ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ4 σελ 88,98 (Σχηματική παράσταση του Φιλόλαου συστήματος σελ 92) , Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 160-161 και αναλυτικά η θεωρία του Φιλόλαου στο βιβλίο του Γιάννη Χριστιανίδη, θέματα από την ιστορία των μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, κεφ 5, σελ 160



Εικόνα 7: Σύστημα του Φιλόλαου

Στο κοσμολογικό σύστημα του Φιλόλαου, σύμφωνα με την περιγραφή του Αέτιου^{34,35}, την κεντρική θέση κατέχει το Πυρ (εστία) και όχι η Γη . Η Γη και τα υπόλοιπα ουράνια σώματα (πλανήτες και απλανείς) τα οποία έχουν σχήμα σφαιρικό, περιφέρονται γύρω από το Κεντρικό Πυρ, διαγράφοντας κυκλικές τροχιές. Το πυθαγόρειο σχήμα δημιούργησε τη συνήθεια να θεωρείτο η σφαίρα ως το τυπικό αστρονομικό σχήμα για όλο το σύμπαν και ιδιαίτερα για το σχήμα της Γης. Ο Πλάτων στον Τίμαιο, ακολουθώντας παλαιότερες -πυθαγόρειες κυρίως- αντιλήψεις, θεώρησε ότι υπάρχουν ορισμένα σώματα που εκπέμπουν την απόλυτη αρμονία. Ο κύκλος και οι σφαίρες ήταν τα σχήματα τα οποία υπάκουαν σε αυτή την τελειότητα. Άρα και τα σώματα με το σχήμα της σφαίρας ήταν τέλεια. Τα ουράνια σώματα ήταν τα κατεξοχήν τέλεια σώματα, και οι κινήσεις τις οποίες εκτελούσαν οι

³⁴ δοξογράφος βλ περισσότερα Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ1 σελ 55

³⁵ κείμενα του Αέτιου για τον Φιλόλαο βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ4 σελ 150-151

τελειότερες. Η επιχειρηματολογία του πλατωνικού Τιμαίου, εξηγεί, γιατί ο Δημιουργός έδωσε σφαιρικό σχήμα στο σύμπαν, το οποίο συνίσταται από τα τέσσερα πρωταρχικά στοιχεία (πυρ, γη, αήρ, ύδωρ): «Σχήμα δε του έδωσε εκείνο που άρμοζε και ήταν συγγενές με αυτόν. Αρμόζον λοιπόν σχήμα διά το ζωντανόν όν, το οποίο έμελλε να περιλαμβάνει μέσα του όλα τα ζωντανά όντα, δεν μπορούσε παρά να είναι εκείνο, το οποίο περιλαμβάνει μέσα του όλα τα σχήματα, όσα υπάρχουν. Δι' αυτό το ετόρνευσε σφαιρικό και κυκλικό, με ίσες αποστάσεις παντού από το κέντρο έως τα άκρα, δίδοντας έτσι το τελειότατο και προς εαυτό ομοιότατον από όλα τα σχήματα, διότι νόμισε ότι το όμοιο είναι απείρως ωραιότερο από το ανόμοιο, απ' έξω δε ολόγυρα το έκαμε όλον λείο με μεγάλην ακρίβεια δια πολλούς λόγους»³⁶. Στον πλατωνικό Τίμαιο επίσης διατυπώνει τη θεωρία των ομόκεντρων σφαιρών λέγοντας ότι τα ουράνια σώματα, τα οποία θεωρεί ζωντανά, θεϊκά και αιώνια, κινούνται ομοιόμορφα σε κυκλικές τροχιές γύρω από τη γη με την εξής σειρά όσο απομακρυνόμαστε από αυτήν: Σελήνη, Ήλιος, Αφροδίτη, Ερμής, Άρης, Δίας, Κρόνος, απλανείς αστέρες.³⁷ Τέλος, σύμφωνα με τον Πλάτωνα στον Τίμαιο, οι αστρονόμοι θα έπρεπε να χρησιμοποιούν μια γλώσσα η οποία θα περιέγραφε και θα εξηγούσε τα ουράνια φαινόμενα και τις κινήσεις των πλανητών και των άστρων. Έχει εξαρθεί από τους μελετητές η προσπάθεια του Πλάτωνα για «γεωμετρική-αριθμητική εξήγηση του ορατού κόσμου»³⁸.

Παραμένοντας στους Πυθαγόρειους, θα αναφερθούμε στην περίφημη «αρμονία των σφαιρών». Σύμφωνα με το δόγμα του Πυθαγόρα, ο κόσμος είναι πράγματι αρμονικά διατεταγμένος, τα ουράνια σώματα τα οποία είναι απομακρυσμένα το ένα από το άλλο σύμφωνα με τις αναλογίες των ήχων συμφώνων, από την κίνηση και την ταχύτητα των περιστροφών τους, δημιουργούν τους αντίστοιχους αρμονικούς ήχους.³⁹ Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, οι Πυθαγόρειοι υποστήριζαν ότι τόσα τεράστια και πολλά ουράνια σώματα στροβιλιζόμενα με πολύ μεγάλες ταχύτητες, παράγουν θόρυβο από τις κινήσεις

³⁶ Πλάτων, Τίμαιος, εκδότης Οδυσσέας Χατζόπουλος, εκδ οίκος Κάκτος σελ 70 33b-33c

³⁷ Πλάτων, Τίμαιος, εκδότης Οδυσσέας Χατζόπουλος, εκδ οίκος Κάκτος σελ 82 38d

³⁸ Πλάτων, Τίμαιος, εκδότης Οδυσσέας Χατζόπουλος, εκδ οίκος Κάκτος σελ 27

³⁹ J.Godwin, The Harmony of the spheres, inner traditions international, Ltd One Park Street Rochester, Vermont 05767,1993, κεφ 1 σελ 18

τους. Όμως κάθε σώμα παράγει τον δικό του τόνο εξαρτώμενο από την απόστασή του από το κέντρο, με αποτέλεσμα όλο το σύμπαν να δημιουργεί μια «αρμονία». Κανένας όμως δεν ακούει αυτήν την αρμονία γιατί καθένας από τη στιγμή που γεννιέται «έχει αυτόν τον ήχο ως συνεχές υπόβαθρο και γι' αυτό δεν τον ακούει συνειδητά, εφόσον δεν υπάρχει απόλυτη σιωπή να αντιδιασταλεί προς αυτόν»⁴⁰.

*«Για τον Πυθαγόρα και τη Σχολή του η μουσική ήταν πάνω απ' όλα μια μαθηματική επιστήμη· η ουσία της ήταν ο αριθμός και η ομορφιά της η έκφραση των αρμονικών σχέσεων των αριθμών. Η μουσική ήταν επίσης η εικόνα της ουράνιας αρμονίας· οι αρμονικές σχέσεις των αριθμών μεταφέρονταν στους πλανήτες. Καθώς λέει ο Πλάτων, η αστρονομία και η μουσική είναι αδελφές επιστήμες».*⁴¹

Εκείνη την εποχή η μουσική θεωρείται ως μια μορφή θρησκευτικής τελετουργίας, αλλά ο Πυθαγόρας καθώς είχε ως δόγμα «το παν αριθμός» πειραματίστηκε με τις αρμονικές της παλλόμενης χορδής. Μάλιστα εντυπωσιάστηκε με την αξιοσημείωτη ομοιότητα μεταξύ μουσικών διαστημάτων και των Ο αποστάσεων των πλανητών, η οποία περιελάμβανε, στη συνέχεια, τον περιπλανώμενο Ήλιο και Σελήνη. Κατά τον Ιππόλυτο, «ο Πυθαγόρας υποστήριζε ότι το σύμπαν τραγουδά και είναι κατασκευασμένο σύμφωνα με αρμονία, και ήταν ο πρώτος που περιόρισε τις κινήσεις των επτά ουράνιων σωμάτων στο ρυθμό και το τραγούδι. Πρόκειται αναμφίβολα για την προέλευση της μουσικής των σφαιρών στην οποία οι επτά κλασικοί πλανήτες συμβόλιζαν τις επτά νότες της κλίμακας, και το επτάχορδο (μια μουσική κλίμακα των επτά φθόγγων) με τη σειρά του ίδρυσε την εβδομάδα επτά ημερών και ίσως και τα επτά φωνήεντα του ελληνικού αλφαβήτου από τις ίδιες επτά σφαίρες»⁴².

Ο Αριστοτέλης (βλ. εικόνα 8), στη Μεταφυσική του, παρουσιάζει μια σαφή εικόνα της Πυθαγόρειας σκέψης, δείχνοντας πως προέρχεται το όραμά της για τον φυσικό κόσμο από αγνά αρχές του αριθμού⁴³, και, πιο σημαντικό, πώς αυτές οι

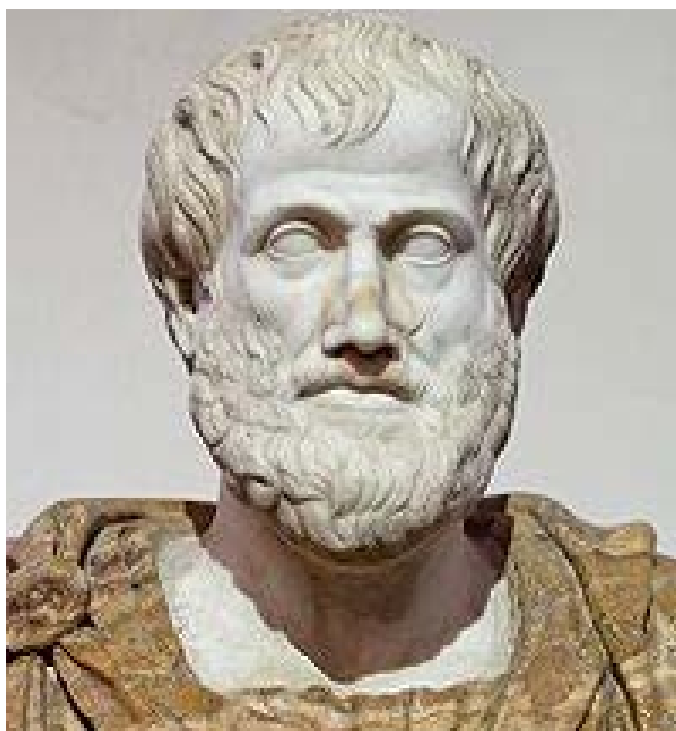
⁴⁰ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ4 σελ 95

⁴¹ Σόλωνας Μιχαηλίδης, Εγκυκλοπαίδεια της αρχαίας ελληνικής μουσικής, Εκδόσεις Μορφωτικού Ιδρύματος Εθνικής Τραπέζης, 1999

⁴² G. Murchie, Music of the spheres, εκδόσεις Dover, inc New York, κεφ 4 σελ 67

⁴³ Σ. Θεοδοσίου, η εκθρόνιση της γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 4 σελ 147

αρχές αυτές εκδηλώνονται με τη μουσική⁴⁴. Σημειώνει ο Αριστοτέλης σχετικά με τους Πυθαγορείους: «Επειδή επί πλέον έβλεπαν ότι τα πάθη και οι αναλογίες των [μουσικών] αρμονιών, βρίσκονται σε αριθμητικές σχέσεις- μια λοιπόν και τους εφάινοντο ότι εξ ολοκλήρου η φυσική κατασκευή όλων των άλλων πραγμάτων είναι καθ'ομοίωσιν με τους αριθμούς, και μια και, από το άλλο μέρος, εφάινοντο οι αριθμοί πρώτοι από όλη τη φύση, ότι δηλαδή είναι οι πρωταρχικές πραγματικότητες του Σύμπαντος- έφτασαν στην αντίληψη ότι οι αρχές των αριθμών είναι τα στοιχεία όλων των όντων, και ολόκληρος ο ουρανός είναι αρμονία κι αριθμός. Και όσες αντιστοιχίες είχαν βρη μέσα στους αριθμούς και στις αρμονίες της μουσικής που ταίριαζαν με τα φαινόμενα και τα μέρη του ουρανού και με όλη την κοσμική τάξη τις συνένωναν και τις έμπαζαν στο σύστημά τους...»⁴⁵



Εικόνα 8: Αριστοτέλης

Οι Πυθαγόρειοι, όπως ονομάζονταν, αφιέρωσαν τον εαυτό τους στα μαθηματικά. Ήταν οι πρώτοι που προώθησαν αυτή τη μελέτη και έχοντας μεγαλώσει μέσα σε αυτό, πίστευαν ότι οι αρχές του ήταν οι αρχές όλων των πραγμάτων. Ο Πυθαγόρας επινόησε τη διατονική κλίμακα. Ανακάλυψε ότι όλη η μουσική μπορεί να ερμηνευθεί με μαθηματικούς τύπους οι οποίοι, όπως υποστήριζε, μπορούν να εφαρμοστούν στο σύμπαν, αποτελώντας τη βάση της

⁴⁴ Jamie James, *The Music of the Spheres*, εκδ Abacus 1995, κεφ 2 σελ 30

⁴⁵ Αριστοτέλης, *Μετά τα Φυσικά*" 985-6

θεωρίας του περί μουσικής των σφαιρών. Κατά τους Πυθαγορείους η μουσική ήταν αριθμός και ο κόσμος ήταν μουσική.

Ο Πυθαγόρας ξεχώρισε τρία είδη μουσικής στη φιλοσοφία του: οργανική μουσική, η συνήθης μουσική γίνεται με το άγγιγμα της λύρας, φυσώντας το σωλήνα, και ούτω καθεξής. Ανθρώπινη μουσική, είναι η συνεχής αλλά αθόρυβη μουσική η οποία παράγεται από κάθε ανθρώπινο οργανισμό, ιδιαίτερα ο αρμονικός συντονισμός μεταξύ της ψυχής και του σώματος και κοσμική μουσική, η μουσική που δημιουργείται από τον ίδιο τον κόσμο, η οποία θα γίνει γνωστή ως η μουσική των σφαιρών. Αυτό το είδος μουσικής μας απασχολεί σε αυτήν την ενότητα. Η κοσμική αυτή μουσική μπορεί να προσεγγιστεί μόνο διανοητικά και μόνο έτσι μπορεί ο άνθρωπος να την απολαύσει. Ωστόσο όσο η ανθρωπότητα παραμένει δέσμια των απατηλών κόσμων της ύλης αυτή η μελωδία δεν μπορεί να ακουστεί από κανένα ανθρώπινο ον εκτός ίσως από τους πολύ φωτισμένους. Η απόλαυση της κοσμικής μουσικής μπορεί να επιτευχθεί με τη βοήθεια ασκήσεων, με τη κατάλληλη διαπαιδαγώγηση και με κατάλληλο τρόπο ζωής.⁴⁶ Ο Πυθαγόρας, ο οποίος είχε κληρονομήσει την έννοια των σφαιρών, παραδέχθηκε ότι θα πρέπει να παράγουν ήχους στις περιστροφές τους. Αυτοί οι ήχοι θα ήταν κατ' ανάγκη μουσικοί και αρμονικοί. Οι Πυθαγόρειοι συνέλαβαν τον κόσμο ως μια τεράστια λύρα, με κρυστάλλινες σφαίρες στη θέση των χορδών. Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, στη πραγματεία του Περί Ουρανού, οι Πυθαγόρειοι πίστευαν ότι η κίνηση των σωμάτων αυτού του μεγέθους πρέπει να παράγει θόρυβο, αφού στη Γη, η κίνηση των σωμάτων μικρότερων σε μέγεθος και σε ταχύτητα κίνησης παράγει τέτοιο αποτέλεσμα. Επίσης, καθώς ο Ήλιος, η Σελήνη και τα αστέρια, τόσο μεγάλα σε αριθμό και μέγεθος, κινούνται πολύ γρήγορα, θα παράγουν μεγάλο ήχο. Ξεκινώντας από αυτό το επιχείρημα, και την παρατήρηση ότι οι ταχύτητες τους, όπως μετρώνται από τις αποστάσεις τους, βρίσκονται στην ίδια αναλογία με τις μουσικές αρμονίες, ισχυρίζονται ότι ο ήχος ο προερχόμενος από την κυκλική κίνηση των αστεριών είναι μία αρμονία⁴⁷.

⁴⁶ Jamie James, *The Music of the Spheres*, εκδ Abacus 1995, κεφ 2 σελ 31

⁴⁷ Φανερόν δ' ἐκ τούτων ὅτι καὶ τὸ φάναι γίνεσθαι φερομένων ἁρμονίαν, ὡς συμφώνων γινομένων τῶν ψόφων, κομψῶς μὲν εἴρηται καὶ περιπτῶς ὑπὸ τῶν εἰπόντων, οὐ μὴν οὕτως ἔχει ἀληθές. Δοκεῖ γάρ τισιν ἀναγκαῖον εἶναι τηλικούτων φερομένων σωμάτων γίνεσθαι ψόφον, ἐπεὶ καὶ τῶν παρ' ἡμῖν οὔτε τοὺς ὄγκους ἔχοντων ἴσους οὔτε τοιοῦτῳ τάχει φερομένων· ἡλίου δὲ καὶ σελήνης, ἔτι τε τοσοούτων τὸ πλῆθος ἄστρον καὶ τὸ μέγεθος φερομένων τῷ τάχει τοιαύτην φορὰν ἀδύνατον μὴ γίνεσθαι ψόφον ἀμήχανόν τινα τὸ μέγεθος. Ὑποθέμενοι δὲ

Ο Πλίνιος ο Πρεσβύτερος⁴⁸, μας αναφέρει στο έργο του Φυσική Ιστορία (Naturalis Historia) πώς ο Πυθαγόρας συνέλαβε τη μουσική των σφαιρών. Μετρώντας προς τα έξω από τη Γη προς την εξόχως απόκεντρη σφαίρα των σταθερών αστεριών, καθόρισε τα μουσικά διαστήματα ως εξής: από τη Γη στη Σελήνη ήταν ένα ολόκληρο βήμα, από τη Σελήνη στον Ερμή, ένα μισό βήμα, από τον Ερμή στην Αφροδίτη, άλλο μισό βήμα, από τη Αφροδίτη στον Ήλιο, μια μικρή τρίτη, το οποίο ισούται με τρία μισά βήματα, από τον Ήλιο στον Άρη, ένα ολόκληρο βήμα, από τον Άρη στο Δία, ένα μισό βήμα. Τέλος, από τον Δία στον Κρόνο, ένα μισό βήμα και από τον Κρόνο στη σφαίρα των σταθερών αστεριών, άλλη μία μικρή τρίτη⁴⁹.

Τώρα θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα ότι κανένας μας δεν ακούει αυτούς τους μουσικούς ήχους της ασύγκριτης ηχηρότητας. Ο Αριστοτέλης εξηγεί ότι ο «από τη στιγμή που γεννιόμαστε, αυτός υπάρχει με τρόπο ώστε να μην είναι εμφανής σε σχέση με την απόλυτη σιγή, διότι, λένε, πως αυτός ο ήχος και η σιγή διακρίνονται μεταξύ τους με τον ίδιο τρόπο που ο σιδηρουργός δεν διακρίνει τους ήχους γιατί τους έχει συνηθίσει. Το ίδιο συμβαίνει και με το ανθρώπινο είδος»⁵⁰.

Οι Πυθαγόρειοι πίστευαν ότι οι πλανήτες (σφαίρες), καθώς ταξιδεύουν στον ουρανό, παράγουν μουσική εξαιτίας της τριβής τους με το γαλαξιακό αιθέρα. Ο Πλάτων λέει πως η μουσική και η αστρονομία είναι αδελφές επιστήμες⁵¹.

ταῦτα καὶ τὰς ταχυτήτας ἐκ τῶν ἀποστάσεων ἔχειν τοὺς τῶν συμφωνιῶν λόγους, ἐναρμόνιον γίνεσθαι φασὶ τὴν φωνὴν φερομένων κύκλῳ τῶν ἄστρον. Βλ Αριστοτέλης, Περὶ Ουρανοῦ, βιβλίο Β, κεφ 9, 290 β

⁴⁸ Βλ THE ENCYCLOPEDIA BRITANNICA A DICTIONARY OF ARTS, SCIENCES, LITERATURE AND GENERAL INFORMATION eleventh edition, volume XXI, Cambridge, England, copyright in the United States of America, 1911, by The Encyclopedia Britannica Company, pages 841-844

⁴⁹ But occasionally Pythagoras draws on the theory of music, and designates the distance between the earth and the moon as a whole tone, that between the moon and Mercury a semitone, between Mercury and Venus the same, between her and the sun a tone and a half, between the sun and Mars a tone (the same as the distance between the earth and the moon), between Mars and Jupiter half a tone, between Jupiter and Saturn half a tone, between Saturn and the zodiac a tone and a half: the seven tones thus producing the so-called diapason, a universal harmony; in this Saturn moves in the Dorian mode, Jupiter in the Phrygian, and similarly with the other planets—a refinement more entertaining than convincing βλ Πλίνιος, Naturalis historia, βιβλίο II, παράγραφος XX

⁵⁰ « Ἐπεὶ δ' ἄλογον δοκεῖ τὸ μὴ συνακούειν ἡμᾶς τῆς φωνῆς ταύτης, αἴτιον τούτου φασὶν εἶναι τὸ γιγνομένων εὐθύς ὑπάρχειν τὸν ψόφον, ὥστε μὴ διάδηλον εἶναι πρὸς τὴν ἐναντίαν σιγὴν· πρὸς ἄλληλα γὰρ φωνῆς καὶ σιγῆς εἶναι τὴν διάγνωσιν· ὥστε καθάπερ τοῖς χαλκοτύποις διὰ συνήθειαν οὐθὲν δοκεῖ διαφέρειν, καὶ τοῖς ἀνθρώποις ταὐτὸ συμβαίνειν.» Βλ Αριστοτέλης, Περὶ Ουρανοῦ, βιβλίο Β, κεφ 9, 290 β

⁵¹ Πλάτων, Πολιτεία, VII, 530d

Συγκεκριμένα, θεωρούσαν ότι η Γη αποτελεί το κέντρο του σύμπαντος καθώς και ότι κάθε πλανήτης παράγει τους δικούς του φθόγγους, ανάλογα με την απόστασή του από τη Γη. Παράλληλα, διαπίστωναν ότι η μελωδία του σύμπαντος είναι τόσο ξεχωριστή, ώστε τα απλοϊκά αφτιά μας δεν μπορούν να την ακούσουν. Ωστόσο, πρόκειται για μια μουσική με τόση ισχύ, ώστε να καθορίζει όλους τους κύκλους της ζωής, από τις τέσσερις εποχές μέχρι τα καιρικά φαινόμενα. Αρκετούς αιώνες αργότερα, ο Άγιος Αυγουστίνος πίστευε ότι οι άνθρωποι ακούν τελικά τη Μουσική των Σφαιρών τη στιγμή του θανάτου τους κι ότι πρόκειται για ήχους οι οποίοι αποκαλύπτουν τη μέγιστη αλήθεια του σύμπαντος. Σήμερα γνωρίζουμε ότι δεν υπάρχει γαλαξιακός αιθέρας με τον οποίο να έχουν τριβή οι πλανήτες όπως επίσης γνωρίζουμε ότι δεν υπάρχει μέσα στο σύμπαν απόλυτο κενό.⁵²

⁵² Άρθρο στην Focus από τον Γ. Ξενάκη βλ <http://www.focusmag.gr/articles/view-article.rx?oid=745>

2. ΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΤΟΥ ΕΥΔΟΞΟΥ

Ο Εύδοξος ο Κνίδιος^{53,54} (βλ. εικόνα 9) ήταν μαθητής του Πλάτωνος καθώς και του Αρχύτα του Ταραντίνου. Θεωρείται ο πρώτος σοφός που κατανόησε πλήρως την έννοια της ουράνιας σφαίρας και απέδειξε ότι η γη είναι σφαιρική^{55,56}. Δίκαια μπορεί να ονομασθεί ο θεμελιωτής της μαθηματικής αστρονομίας καθώς σε αυτόν οφείλεται σε μεγάλο βαθμό η μετατροπή της αρχαίας ελληνικής αστρονομίας σε μαθηματική επιστήμη, δηλαδή σε μια επιστήμη σκοπός της οποίας είναι αφ' ενός η περιγραφή και εξήγηση των ουράνιων φαινομένων με παραγωγικό μαθηματικό τρόπο και αφ' ετέρου η πρόγνωση (ιδίως όσον αφορά τις κινήσεις των πλανητών), ήταν ο Εύδοξος⁵⁷. Τον σκοπό αυτόν τον πέτυχε επινοώντας ένα γεωμετρικό μηχανισμό γνωστός ως μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου το οποίο κυριάρχησε στην επιστήμη της αστρονομίας μέχρι τα τέλη του 4^{ου} αιώνα π.Χ.

⁵³ Εμμανουήλ Κ. Παπαμανώλης, Εύδοξος και Ηρακλείδης δύο εταίροι του Πλάτωνος, εκδ Δημόσια Κεντρική Βιβλιοθήκη Ρόδου 1990, κεφ 2

⁵⁴ Χριστόφορος Πολυκάρπου, Περί την χρονολόγησιν της γεννήσεως του Ευδόξου, Πλάτων, τομ.52 (2001-2002),σελ.163-171

Χριστόφορος Πολυκάρπου, Ο Εύδοξος κατά την αρχαίαν βιογραφικήν παράδοσιν, Πλάτων, τομ.53 (2003), σελ.306-327

⁵⁵ Σ. Θεοδοσίου, Η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007,κεφ 3 σελ 138

⁵⁶ D.R. Dicks,η πρώτη ελληνική αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 6 σελ 207

⁵⁷ D.R. Dicks,η πρώτη ελληνική αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 6 σελ 207



Εικόνα 9: Εύδοξος ο Κνίδιος

Οι πολύπλοκες κινήσεις του Ηλίου, της Σελήνης και των άλλων πλανητών, ήταν αποτέλεσμα του συνδυασμού απλών κυκλικών κινήσεων μιας σειράς ομόκεντρων σφαιρών. Βασική υπόθεση αυτού του μοντέλου ήταν ότι η Γη βρίσκεται στο κέντρο του συστήματος. Η διάταξη των επτά πλανητών σε αυτό το σύστημα ήταν: Σελήνη, Ερμής, Αφροδίτη, Ήλιος, Άρης, Δίας και Κρόνος. Ο Εύδοξος διατύπωσε το μοντέλο του σε ένα έργο του με τίτλο *Περί ταχών*, το οποίο δυστυχώς δεν διασώθηκε. Γνωρίζουμε για την μέθοδό του από κάποιες αναφορές στα σχόλια του Σιμπλίκιου⁵⁸ στο *Περί Ουρανού*^{59,60} και στα «Μετά τα Φυσικά», του Αριστοτέλη. Το μοντέλο του

⁵⁸ Πληροφορίες για τον Σιμπλίκιο βλ THE ENCYCLOPEDIA BRITANNICA A DICTIONARY OF ARTS, SCIENCES, LITERATURE AND GENERAL INFORMATION eleventh edition, volume XXV, Cambridge, England, copyright in the United States of America, 1911, by The Encyclopedia Britannica Company, pages 134-135 και Ελευθερουδάκης, σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας & ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα, λήμμα Σιμπλίκιος, έκδοση πέμπτη, τόμος εικοστός δεύτερος, σελ 493

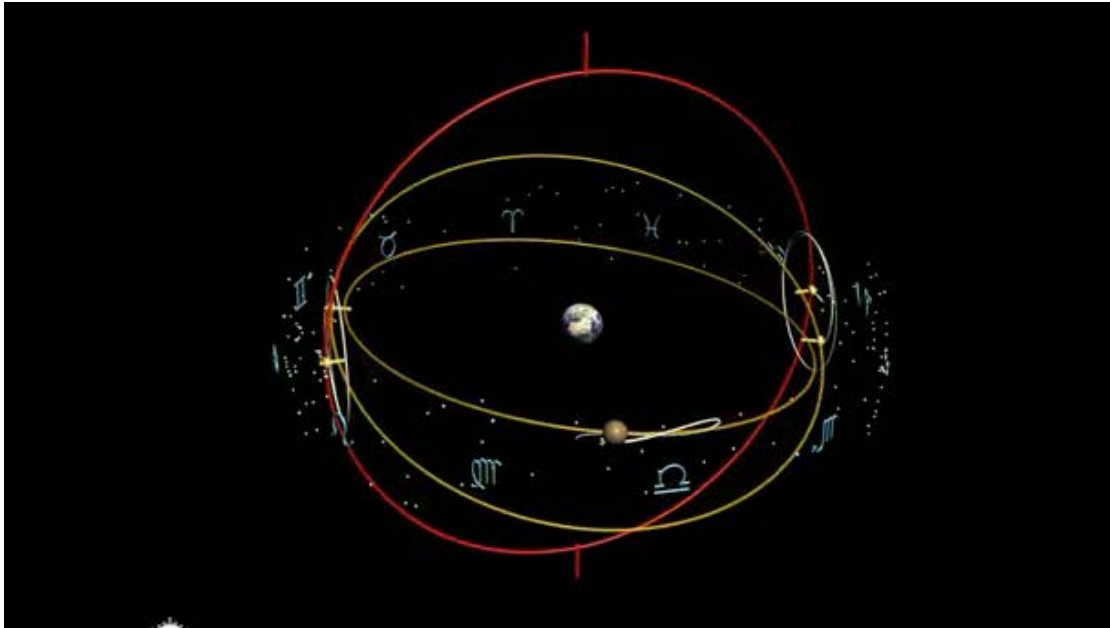
⁵⁹ *Μετά τα Φυσικά*, XI, 8, 1073 b 17 και Σχόλια εις *Περί Ουρανού*, II, 12, 221 a, σ. 493 κ.ε., εκδ. J.L. Heiberg βλέπε D.R.Dicks, *η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία*, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 244

⁶⁰ Έκθεση των αστρονομικών και κοσμολογικών απόψεων του Αριστοτέλη για το σχήμα του σύμπαντος τις κινήσεις απλανών και πλανητών, που διέπονται από το σύστημα ομόκεντρων σφαιρών, καθώς και το συστατικό στοιχείο από το οποίο αποτελούνται. Επίσης διατυπώνονται οι αντιλήψεις του Σταγίριτη για τα τέσσερα βασικά σώματα (αέρας, γη, νερό, φωτιά) που συναποτελούνται δύο ζεύγη αντιθέτων (βαρύ και ελαφρύ) και εκτελούν αντίθετες μεταξύ τους κινήσεις (προς τα πάνω και προς τα κάτω) βλ Άπαντα 31, Αριστοτέλης *Περί Ουρανού*, εκδ Κάκτος 1995.

ήταν ένα μαθηματικό-γεωμετρικό μοντέλο αποτελούμενο από 27 σφαίρες. Στο κέντρο του βρισκόταν ακίνητη η Γη και γύρω από αυτή περιστρέφονταν ομαλά οι 27 ομόκεντρες σφαίρες. Στην εξωτερική σφαίρα τοποθέτησε τους απλανείς αστέρες, ενώ οι υπόλοιπες χρησιμεύουν στην περιγραφή της κίνησης του Ήλιου, της Σελήνης και των πέντε πλανητών. Για κάθε πλανήτη(Ερμή, Αφροδίτη, Άρη, Δία, Κρόνο) χρειάζονταν τέσσερις σφαίρες εκτός του Ήλιου και της Σελήνης για τους οποίους χρειάζονταν τρεις. Ο άξονας κάθε σφαίρας είχε κατάλληλη κλίση, και επίσης κάθε σφαίρα είχε κατάλληλη περιστροφική ταχύτητα έτσι ώστε η προκύπτουσα κίνηση του πλανήτη να προκύπτει από τη σύνθεση περιστροφών διαφορετικών ταχυτήτων γύρω από διαφορετικούς άξονες⁶¹.

Ας περιγράψουμε τώρα πώς είναι κατανομημένες οι σφαίρες σε αυτό το πλανητικό μοντέλο ενός τυχαίου πλανήτη. Ο πλανήτης είναι σταθερά τοποθετημένος σε κάποιο σημείο του ισημερινού της εσωτερικής σφαίρας, η οποία περιστρέφεται ομαλά γύρω από έναν άξονα. Αν ο πλανήτης δεν έκανε κάποια άλλη κίνηση, τότε η κίνηση του θα ήταν ομαλή κυκλική και η τροχιά η οποία θα διέγραφε θα ήταν ένας μέγιστος κύκλος αυτής της σφαίρας γιατί ο πλανήτης βρίσκεται στον ισημερινό της και γνωρίζουμε ότι ο ισημερινός είναι ο μέγιστος κύκλος μιας σφαίρας. Όμως μια τέτοια κίνηση δεν αρκεί για να περιγράψει την περίπλοκη πλανητική κίνηση. Έπρεπε να προκύψει ένας συνδυασμός κινήσεων από τον οποίο θα ερμηνεύονταν οι ακανόνιστες φαινόμενες κινήσεις των πλανητών. Ένας συνδυασμός κινήσεων ο οποίος οδήγησε στην έννοια της υποπέδης. Υπέθεσε λοιπόν ο Εύδοξος, ότι οι πόλοι του άξονα περιστροφής της εσωτερικής σφαίρας είναι σταθερά προσαρμοσμένοι στο εσωτερικό μιας άλλης σφαίρας η οποία περιβάλλει την προηγούμενη. Με την σειρά της αυτή η περιβάλλουσα σφαίρα εκτελεί μια περιστροφική κίνηση αντίθετης φοράς από την προηγούμενη, και ο άξονας περιστροφής της δεν συμπίπτει με τον άξονα της προηγούμενης περιστροφής. Οι συνδυασμένες περιστροφικές κινήσεις των δύο εσωτερικών σφαιρών κάθε πλανήτη δημιουργούν μια συνισταμένη κίνηση ομοιάζουσα με ένα οριζόντιο ανεστραμμένο οκτώ. (βλ εικόνα 10)

⁶¹ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 6 σελ 254



Εικόνα 10: Δημιουργία υποπέδης

Αυτή την καμπύλη ονόμασε ο Εύδοξος υποπέδη η οποία με την σειρά της περιστρεφόταν στην εξωτερική δεύτερη σφαίρα η οποία περιστρέφεται ομαλά γύρω από τον άξονα της, κάθετος στην εκλειπτική⁶². Έτσι η υποπέδη θα διαγράφει την εκλειπτική και θα φαίνεται ότι ο πλανήτης εκτελεί μια σπειροειδή κίνηση. Τέλος, τοποθέτησε τη δεύτερη σφαίρα μέσα σε μια τελευταία περιβάλλουσα (πρώτη σφαίρα), για να ερμηνεύσει την ημερήσια κίνηση του πλανήτη εξ ανατολών προς δυσμάς. Ο άξονας περιστροφής της σφαίρας αυτής συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής της ουράνιας σφαίρας(πολικό άξονα)⁶³. Ουσιαστικά ανέφερε ότι κάθε πλανήτης ακολουθεί τέσσερις διαφορετικές σφαίρες, μία για την κίνηση της ημέρας, μία για τη διαδρομή του ζωδιακού και δύο για τις ανώμαλες κινήσεις⁶⁴.

Όσον αφορά τη κίνηση της Σελήνης, αυτή περιγράφεται από τρεις σφαίρες. Η εξώτατη σφαίρα περιστρεφόταν, σε 24 ώρες από ανατολή προς δύση, γύρω από τους ουράνιους πόλους και δημιουργούσε την ημερήσια κίνηση της Σελήνης. Η αμέσως προηγούμενη περιστρεφόταν από δύση προς ανατολή, γύρω από τους πόλους της εκλειπτικής και δημιουργούσε τη μηνιαία κίνησή της. Η εσώτερη

⁶² Εικόνα υποπέδης βλ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 6 σελ 257

⁶³ βλέπε Ελευθερουδάκη, σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας &ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα, λήμμα ουράνια σφαίρα, έκδοση πέμπτη, τόμος δέκατος ένατος, σελ 246

⁶⁴ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003,κεφ 5 σελ 166-167

σφαίρα, που στον ισημερινό της υπήρχε η Σελήνη, περιστρεφόταν, από ανατολή προς δύση, με μικρή ταχύτητα ως προς έναν άξονα κεκλιμένο προς τον άξονα της δεύτερης σφαίρας⁶⁵.

Επινοώντας αυτούς τους συνδυασμούς κινήσεων από τις περιβάλλουσες σφαίρες, ο Εύδοξος κατάφερε να ερμηνεύσει τις ανώμαλες κινήσεις των πλανητών, «σώζοντας τα φαινόμενα» στον Ερμή, στον Δία, στον Κρόνο, στον Ήλιο και στην Σελήνη. Όμως δεν συμβαίνει το ίδιο και για την Αφροδίτη ενώ ήταν τελείως ακατάλληλο μοντέλο για τον πλανήτη Άρη. Ακόμα υπάρχουν ορισμένα φαινόμενα τα οποία αδυνατούσε να εξηγήσει γι' αυτό και αργότερα εισήχθησαν επιπλέον σφαίρες από τον σπουδαίο αστρονόμο Κάλλιπο τον Κυζικηνό, όπως αναφέρει στα Μετά τα Φυσικά^{66,67} ο Αριστοτέλης. Σύμφωνα με τον Σταγειρίτη ο Κάλλιπος⁶⁸, διόρθωσε και τελειοποίησε το σύστημα των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου, με την προσθήκη ακόμα επτά σφαιρών. Πρότεινε δηλαδή σύστημα 34 σφαιρών με το οποίο ερμηνευόταν και η κίνηση του Άρη⁶⁹.

Όμως η σύλληψη αυτή του Ευδόξου δεν ήταν σύμμορφη με την πραγματικότητα. Έτσι αδυνατούσε να εξηγήσει τα παρακάτω σημαντικά φαινόμενα:

- i. Στον κάθε πλανήτη παρατηρούνται διαφορετικές αναδρομήσεις⁷⁰ και ορθοδρομήσεις, ως προς τη μορφή, το μήκος και τη διάρκειά τους. Αυτές

⁶⁵ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 246-247

⁶⁶ Κάλλιπος δὲ τὴν μὲν θέσιν τῶν σφαιρῶν τὴν αὐτὴν ἐτίθετο Εὐδόξῳ [τοῦτ' ἔστι τῶν ἀποστημάτων τὴν τάξιν], τὸ δὲ πλῆθος τῶ μὲν τοῦ Διὸς καὶ τῶ τοῦ Κρόνου τὸ αὐτὸ ἐκείνῳ ἀπεδίδου, τῶ δ' ἡλίῳ καὶ τῇ σελήνῃ δύο ὥετο ἔτι προσθετάς εἶναι σφαίρας, τὰ φαινόμενα εἰ μέλλει τις ἀποδώσειν, τοῖς δὲ λοιποῖς τῶν πλανήτων ἑκάστῳ μίαν βλ Αριστοτέλης, Μετά τα Φυσικά, XI, 8, 1073 b 32 κ.ε

⁶⁷ Βλ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 7 σελ 264, τρίτη σειρά

⁶⁸ «ο Κάλλιπος ο Κυζικηνός, ο οποίος έδρασε ως αστρονόμος στο δεύτερο μισό του 4^{ου} π.Χ.». Για περαιτέρω πληροφορίες βλ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 7 σελ 263

⁶⁹ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 7 σελ 264-266

⁷⁰ «Κατά διαστήματα η θέση ενός πλανήτη σε σχέση με τους απλανείς αστέρες φαίνεται να παραμένει αμετάβλητη επί σειρά ημερών. Ύστερα ο πλανήτης κινείται για ένα διάστημα προς τα πίσω, από τα ανατολικά προς τα δυτικά, διαμέσου των αστερισμών και τέλος, μετά από μια δεύτερη περίοδο στάσης, επανέρχεται στη συνήθη προς ανατολάς κίνησή του σε σχέση με τους απλανείς αστέρες» βλ G.E.R. Lloyd, η Ελληνική Επανάσταση

όμως περιγράφονται από την υποππέδη η οποία έχει ακριβώς την ίδια μορφή για κάθε πλανήτη καθώς δημιουργείται από την συνισταμένη κίνηση των δύο εσωτερικών σφαιρών του⁷¹.

- ii. Δεν ερμήνευε τις τροχιές του Άρη και του Ερμή⁷². Συγκεκριμένα για τον Άρη η συνοδική περίοδος⁷³ που δεχόταν ο Εύδοξος απείχε από την αληθινή⁷⁴. Για να λάμβανε την αληθινή περίοδο, θα έπρεπε οι δυο εσωτερικές σφαίρες να περιστρέφονται στην ίδια κατεύθυνση γεγονός, που αντιτίθεται στο σύστημα του Ευδόξου στο οποίο οι δύο εσωτερικές σφαίρες περιστρέφονται σε αντίθετες κατευθύνσεις⁷⁵.
- iii. Για τον Ήλιο το σύστημα των ομόκεντρων σφαιρών δεν μπορούσε να εξηγήσει το φαινόμενο της ανισότητας των εποχών. Φαίνεται ότι ο Εύδοξος το αγνοούσε τελείως⁷⁶.
- iv. Επίσης δεν μπορούσε να εξηγήσει τη μεταβολή της φαινόμενης(ονομάζουμε φαινόμενη διάμετρο ενός ουρανίου σώματος με σχεδόν σφαιρικό σχήμα, την γωνία με την οποία ένας παρατηρητής βλέπει τη πραγματική του διάμετρο)⁷⁷ διαμέτρου της Σελήνης και τις μεταβολές της λαμπρότητας των πλανητών. Αργότερα, οι Έλληνες αστρονόμοι απέδωσαν αυτά τα φαινόμενα στην αλλαγή της απόστασης των πλανητών από τη Γη. Όμως στο μοντέλο του

μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 5 σελ 86

⁷¹ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 259

⁷² D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 259

⁷³ «Συνοδική περίοδος ενός σώματος του ηλιακού συστήματος είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε ένας παρατηρητής από την επιφάνεια της Γης να παρατηρήσει αυτό το σώμα διαδοχικά δύο φορές στην ίδια θέση ως προς τον Ήλιο» βλ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3 σελ 123

⁷⁴ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 258 σειρά 15-16

⁷⁵ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 258, 2^η παράγραφος

⁷⁶ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 259, τελευταία σειρά

⁷⁷ Μάθημα Παρατηρησιακή Αστροφυσική κεφ 2 της Ε. Λιβανίου-Ροβίθη, Επίκουρης Καθηγήτριας του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ

Ευδόξου, η απόσταση κάθε πλανήτη από τη Γη είναι σταθερή, οπότε αυτά τα δύο φαινόμενα δεν μπορούσαν να ερμηνευθούν⁷⁸.

Οι τροποποιήσεις του Καλλίππου, θα μπορούσαν να είχαν συμβάλει ώστε το μοντέλο να ανταποκρίνεται καλύτερα στις παρατηρήσεις. Με τις επιπλέον σφαίρες στον Ήλιο, θα μπορούσε να είχε παραχθεί μια υποπέδη η οποία θα αναπαριστούσε καλύτερα την ανομοιόμορφη κίνηση του Ήλιου, και μετά την ανισότητα των εποχών. Ακόμη, η προσθήκη δύο επιπλέον σφαιρών για τη Σελήνη, μπορούσε να ερμηνεύσει την ανώμαλη κίνησή της κατά μήκος της εκλειπτικής ενώ η προσθήκη μιας ακόμα σφαίρας για τους Ερμή, Αφροδίτη και Άρη τους έφερνε πιο κοντά στα δεδομένα της παρατήρησης⁷⁹.

Αν και ο Εύδοξος και Κάλλιπος δεν έλυσαν τα προβλήματα της παρατήρησης με τα μοντέλα που πρότειναν⁸⁰, «εισήγαγαν στην αστρονομία την άποψη ότι μια ομοιόμορφη κυκλική κίνηση μπορεί να εξηγήσει τις ακανόνιστες φαινόμενες κινήσεις των πλανητών»⁸¹. Και τα δυο μοντέλα ήταν καθαρά μαθηματικές κατασκευές. Μερικές δυσκολίες του Ευδοξιανού συστήματος προσπάθησε να επιλύσει ο φιλόσοφος, ανιψιός και μαθητής του Πλάτωνα, Ηρακλείδης⁸² (388-315 π.Χ.). Ερμήνευσε τις φαινόμενες κινήσεις των πλανητών με το συνδυασμό κυκλικών κινήσεων. Η λύση του προβλήματος είχε στο κέντρο του Κόσμου τη Γη, η οποία περιστρεφόταν γύρω από τον άξονά της από τη δύση προς την ανατολή σε 24 ώρες. Ο Ήλιος, η Σελήνη και οι εξωτερικοί πλανήτες περιφέρονταν γύρω από αυτήν, σε αντίθεση με τον Ερμή και την Αφροδίτη που περιφέρονταν γύρω από τον Ήλιο^{83,84} (βλ. εικόνα 11).

⁷⁸ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 260

⁷⁹ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 265-266

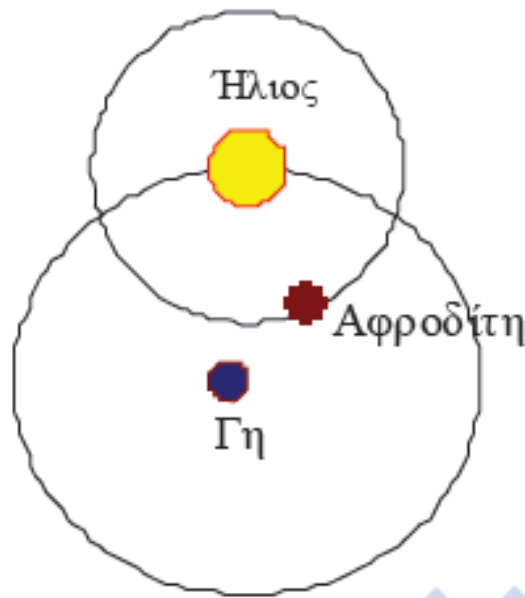
⁸⁰ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 6 σελ 267-268

⁸¹ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 3 σελ. 141

⁸² Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 4 σελ 159-160

⁸³ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 173

⁸⁴ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 1 σελ 109



Εικόνα 11: Σύστημα του Ηρακλείδη

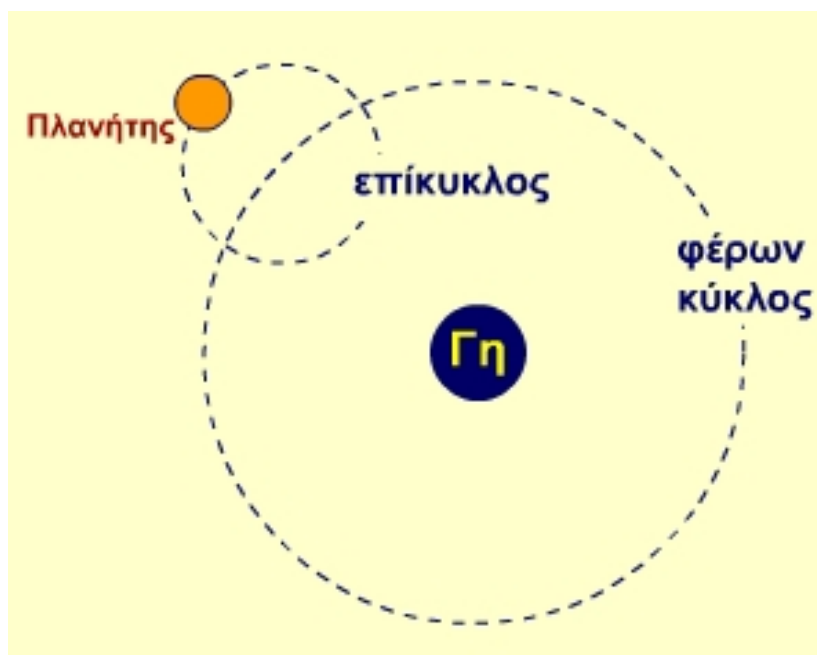
Το μοντέλο ομόκεντρων σφαιρών επεξεργάστηκε από τον Αριστοτέλη, ο οποίος όμως με την εισαγωγή αντισταθμιστικών σφαιρών⁸⁵ του απέδωσε φυσική ύπαρξη μετατρέποντας το σε μηχανική κατασκευή. Όσο όμως κι αν αυξανόταν ο αριθμός των σφαιρών δεν μπορούσαν να εξηγηθούν όλα τα φαινόμενα, αφού έπρεπε οι πλανήτες να διατηρούν την ίδια απόσταση από τη Γη, το οποίο ήταν αδύνατον. Το φαινόμενο της μεταβολής της λαμπρότητας των πλανητών, το οποίο είναι ιδιαίτερα έντονο στον Ερμή και στην Αφροδίτη, καθώς και το φαινόμενο της φαινομένης μεταβολής των διαμέτρων του Ήλιου και της Σελήνης, δεν ήταν δυνατόν να ερμηνευθούν. Έτσι το σύστημα των ομόκεντρων σφαιρών αμφισβητήθηκε και τελικά εγκαταλείφθηκε αφού δεν «έσωζε τα φαινόμενα»⁸⁶. Αντικαταστήθηκε από το γεωμετρικό μοντέλο των επικύκλων⁸⁷ και των φερόντων κύκλων (βλ. εικόνα 12)

⁸⁵ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 3, σελ. 142 πρώτη παράγραφος και Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3 σελ 126-127 και D.R. Dicks, η πρώτη ελληνική αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 7 σελ 278-279-280

⁸⁶ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 193

⁸⁷ G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 5 σελ 82-87 και Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 179-180 και Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 188-190

και από το έκκεντρο⁸⁸ μοντέλο. Τα νέα αυτά μοντέλα σέβονταν τη γεωκεντρική υπόθεση και την υπόθεση της ομαλής κυκλικής κίνησης και με μεγάλη οικονομία μπορούσαν να περιγράψουν πολλά φαινόμενα σχετικά με την κίνηση των πλανητών κατά μήκος του ζωδιακού. Η εισαγωγή τους αποδίδεται συνήθως στον Απολλώνιο⁸⁹ και μελετήθηκαν και από τον Ίππαρχο⁹⁰. Ο Απολλώνιος πρότεινε την κίνηση του Ηλίου, της Σελήνης και των πέντε πλανητών πάνω στην περιφέρεια των ίδιων των επικύκλων τους.



Εικόνα 12: Μοντέλο επικύκλων και φερόντων κύκλων

Ο Ίππαρχος προσπαθώντας να εξηγήσει φαινόμενα, όπως η ανάδρομη κίνηση των πλανητών, επινόησε ένα μοντέλο που συνδύαζε κύκλους πάνω σε κύκλους: Θεώρησε

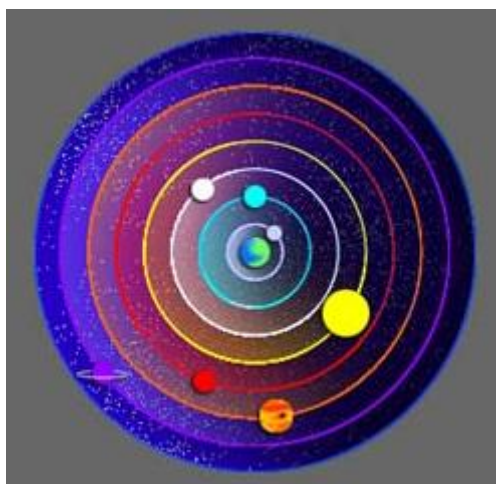
⁸⁸ G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 5 σελ 82-88 και Γ.Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, σελ 178-179 και Χ.Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 191-193

⁸⁹ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 176 και Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, σελ 96

⁹⁰ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, σελ 176 και Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 188 και Σ. Θεοδοσίου, η εκθρόνιση της γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 5 σελ 174-175

δηλαδή πως ένα πλανήτης κινείται κυκλικά διαγράφοντας έναν επίκυκλο το κέντρο του οποίου με τη σειρά του διέγραφε έναν άλλο μεγαλύτερο κύκλο τον φέροντα. Στο κέντρο του φέροντα κύκλου, ή κάπου εκεί κοντά, βρισκόταν η Γη. Κάθε πλανήτης κινούνταν με διαφορετική ταχύτητα πάνω στο δικό του επίκυκλο και γύρω από τη Γη. Ο συνδυασμός των επικύκλων μπορούσε να ερμηνεύσει τις φαινομενικές κινήσεις των πλανητών και διατηρούσε την παράδοση του «σώζειν τα φαινόμενα».

Το γεωκεντρικό σύστημα (βλ. εικόνα 13) έγινε γνωστό ως πτολεμαϊκό σύστημα, αφού ο Κλαύδιος Πτολεμαίος^{91,92} επεξεργάστηκε λεπτομερειακά τις τροχιές των πλανητών και πρότεινε το τελειότερο γεωκεντρικό μοντέλο⁹³ του Κόσμου, το οποίο «έσωζε τα φαινόμενα»⁹⁴.



Εικόνα 13: Γεωκεντρικό σύστημα - Ο Πτολεμαίος τοποθέτησε τη Γη στο Κέντρο του Σύμπαντος, με το Φεγγάρι, Ερμή, Αφροδίτη, Ήλιο, Άρη, Δία και Κρόνο να περιφέρονται κυκλικά γύρω από τον πλανήτη μας. Το μοντέλο αυτό επέζησε για 1.900 χρόνια.

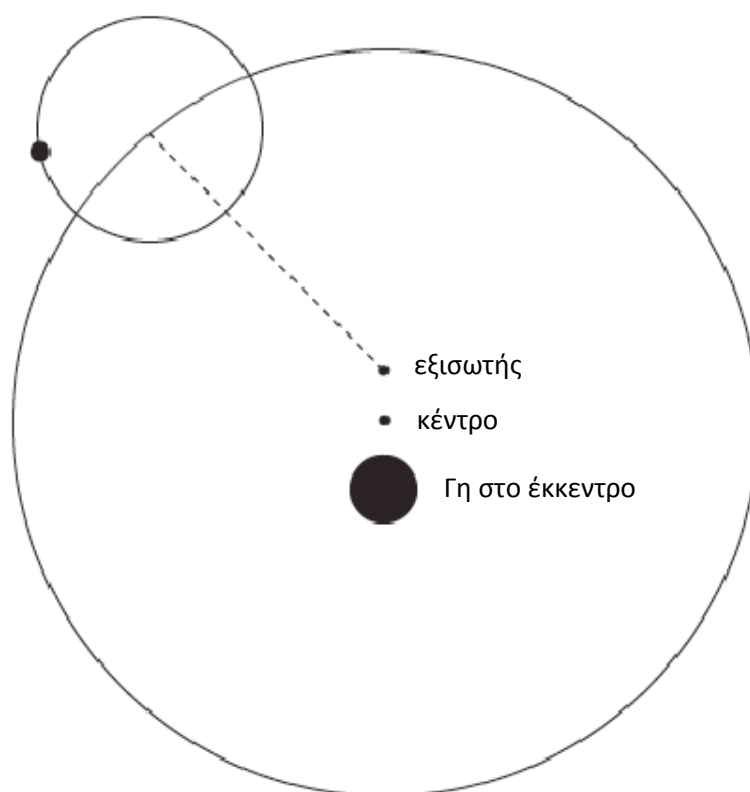
⁹¹ Ελευθερουδάκη, σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας & ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα, λήμμα Πτολεμαίος, έκδοση πέμπτη, τόμος δέκατος εικοστός πρώτος, σελ 4-5

⁹² Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 176-177

⁹³ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, σελ 184-189 και Χ.Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008 κεφ 5 σελ 191-193 και Σ. Θεοδοσίου, η εκθρόνιση της γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007 κεφ 3 σελ 142-144, κεφ 5 σελ 170-172, κεφ 5 σελ 179

⁹⁴ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008 κεφ 5 σελ 193-194 και G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 5 σελ 92-93

Παράλληλα το αστρονομικό σύστημά του ικανοποιούσε τις δύο κυρίαρχες αντιλήψεις της εποχής και ταυτόχρονα, όπως ήδη αναφέραμε, διατηρούσε την παράδοση του «σώζειν τα φαινόμενα», της οποίας υπήρξε ο κατεξοχήν εκφραστής. Ποιες ήταν αυτές οι δύο γενικά αποδεκτές αντιλήψεις; Ότι η Γη βρίσκεται στο κέντρο του κόσμου καθώς και η πυθαγόρεια αντίληψη ότι όλες οι ουράνιες κινήσεις θα πρέπει να περιγράφονται με τέλειους κύκλους⁹⁵. Έχοντας μελετήσει τις θεωρίες του Ίππαρχου αλλά και του Απολλώνιου του Περγαιού, ο Πτολεμαίος χρησιμοποίησε τρεις γεωμετρικές κατασκευές βασιζόμενος στον κύκλο, στον έκκεντρο, στον επίκυκλο, και στον εξισωτή (βλ. εικόνα 14).



Εικόνα 14: Μοντέλο του Πτολεμαίου

Ο έκκεντρος ήταν ένα πολύ αποτελεσματικό γεωμετρικό τέχνασμα: ένας πλανήτης τοποθετείται σε κυκλική κίνηση γύρω από ένα κέντρο, το οποίο όμως δεν συμπίπτει με τη Γη. Να λοιπόν που η Γη αναγκάζεται να μετακινηθεί από το κέντρο του κόσμου, έστω και ελάχιστα. Ο γεωκεντρισμός συνεχίζει να ισχύει αλλά στο περίπου. Με την παραχώρηση

⁹⁵ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 176

αυτή, ο Πτολεμαίος κατάφερε να ερμηνεύσει τη μικρή διαφορά που είχαν στη χρονική τους διάρκεια οι εποχές του έτους. Όμως ο έκκεντρος δεν αρκούσε για την ερμηνεία των κινήσεων των πλανητών. Ούτε ο συνδυασμός του με τον γνωστό μας επίκυκλο έφερνε το ποθητό αποτέλεσμα. Έτσι ο Πτολεμαίος συνέλαβε την έννοια του εξισωτή, ενός σημείου διαφορετικού από το γεωμετρικό κέντρο του φέροντος κύκλου (το κέντρο γύρω από το οποίο κινούνται όλοι οι πλανήτες). Ο εξισωτής ήταν ένα φανταστικό μαθηματικό σημείο το οποίο από τη θέση του 'έβλεπε' τον πλανήτη να κινείται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Όμως το γεγονός ότι το σημείο αυτό δεν βρισκόταν στο κέντρο του φέροντος κύκλου σήμαινε ότι ο πλανήτης διέτρεχε την κυκλική τροχιά του, άλλοτε πιο γρήγορα (στο περίγειο, δηλ. όταν βρισκόταν κοντά στη Γη) και άλλοτε πιο αργά (στο απόγειο)⁹⁶.

Η αρχή ίσχυσε μέχρι την εποχή του Κοπέρνικου καθώς ανατράπηκε αργότερα με το έργο των Μπράχε, Γαλιλαίου και Κέπλερ.

⁹⁶ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ184-189

3. Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ



Στους κλασικούς χρόνους⁹⁷, δηλαδή από τον 4ο αιώνα π.Χ., αρχίζει να μεταβάλλεται η σκέψη των στοχαστών της εποχής ως προς την κατανόηση του

⁹⁷ Η Ελληνική αστρονομία

Σαν Ελληνική αστρονομία λέμε αυτή που γράφηκε στην ελληνική γλώσσα κατά την αρχαιότητα. Την χωρίζουμε δε σε πέντε περιόδους:

1η περίοδος είναι η προϊστορική Εποχή (6.000 -- 800 π.Χ.) και είναι η αυγή της Αστρονομίας. Ξεκινάει με τους ύμνους του Ορφέα (16ος αιώνας π.Χ.) και φτάνει στα έπη του Ομήρου (9ος αιώνας π.Χ.) και του Ησιόδου (8ος αιώνας π.Χ.). Είναι μια εποχή όπου γίνονται παρατηρήσεις του ουρανού χωρίς κανένα θεωρητικό μοντέλο για τον Κόσμο.

Η 2η περίοδος είναι η προσωκρατική. Αρχίζει από τον 7ο αιώνα με κύριους εκπροσώπους του Ίωνες και φτάνει έως τους πυθαγόρειους φιλοσόφους του 5ου αιώνα π.Χ. Σπουδαίος αστρονόμος της εποχής αυτής ήταν ο Αναξίμανδρος (610 π.Χ. - 546 π.Χ.) και ο Φιλόλαος.

Η 3η περίοδος είναι της κλασικής Ελλάδος. Διάρκει από τον 5ο αιώνα έως τον 4ο αιώνα π.Χ. (480-323 π.Χ.) δηλαδή τα χρόνια από το τέλος των Περσικών Πολέμων έως το θάνατο του Μ. Αλεξάνδρου. Κέντρο του πολιτισμού υπήρξε κυρίως η Αθήνα, όπου τα καλλιτεχνικά επιτεύγματα ήταν πολλά (π.χ. οικοδόμηση σπουδαίων έργων στην Ακρόπολη). Κύριοι εκπρόσωποι ο Πλάτωνας, ο Αριστοτέλης, ο Εύδοξος και άλλοι αστρονόμοι.

κόσμου. Ενώ η περίοδος της πρώιμης αστρονομίας, περίοδος διαμόρφωσης των περιγραφών του κόσμου με βάση τις πρώτες παρατηρήσεις του ουρανού, είναι η περίοδος της κατανόησης των κινήσεων των ουρανίων σωμάτων, των αστερών και των πλανητών, απαλλαγμένη από τις μυθολογικές προκαταλήψεις του παρελθόντος, η περίοδος της αστρονομίας των κλασικών χρόνων, επικεντρώνεται στην ακριβή περιγραφή των κινήσεων κυρίως των πλανητών. Αρχίζει τότε μια εποχή καινούρια στην ανάπτυξη της αρχαίας ελληνικής αστρονομίας, στην ιστορία της αστρονομίας γενικότερα. Το ενδιαφέρον για θέματα σχετικά με τους αστερές, μετατοπίζεται σε θέματα αναφερόμενα στην κίνηση των πλανητών, στη δημιουργία γεωμετρικών μηχανισμών για την περιγραφή τους, στη διαμόρφωση κριτηρίων τα οποία οφείλουν να ικανοποιούν οι θεωρίες οι οποίες θα ερμηνεύσουν τις παρατηρούμενες κινήσεις. Γίνεται δηλαδή «ένα πέρασμα από τις ποιοτικές κοσμογονικές ερμηνείες στις πρώτες θεωρητικές-γεωμετρικές περιγραφές των κινήσεων των ουρανίων σωμάτων, με τη δημιουργία μιας νέας επιστήμης που θα αποκαλέσουμε **θεωρητική-μαθηματική αστρονομία**, σε αντίθεση με την **εμπειρική-φυσική αστρονομία των προσωκρατικών**⁹⁸ στοχαστών»⁹⁹ Οι αστρονόμοι προσπαθούν να δημιουργήσουν γεωμετρικά μοντέλα και να χρησιμοποιήσουν τις μαθηματικές γνώσεις για να απεικονίσουν τις αστρικές και πλανητικές κινήσεις, προσπαθώντας να εξαγάγουν ποσοτικά στοιχεία για τη θέση και την κίνηση των πλανητών¹⁰⁰.

Η 4η περίοδος είναι η ελληνιστική ή αλεξανδρινή. Άρχισε από τον 4ο αιώνα π.Χ. έως τον 4ο αιώνα μ.Χ. αυτή, με κύριους εκπροσώπους τον Αρίσταρχο, τον Ερατοσθένη, τον Ίππαρχο, τον Ηρακλείδη τον Ποντικό, τον Πτολεμαίο και άλλους.

Η 5η περίοδο, από τον 4° έως τον 6° μ.Χ. αιώνα με εκπροσώπους τον Θέωνα τον Αλεξανδρέα, την Υπατία, τον Πρόκλο και τον Σιμπλίκιο.

(βλ Ευάγγελος Σπανδάγος, Η αστρονομία των αρχαίων Ελλήνων, εκδ Αίθρα 2004, κεφ Οι περίοδοι της αρχαίας ελληνικής αστρονομίας και οι Σχολές)

⁹⁸ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 158

⁹⁹ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3 σελ 111

¹⁰⁰ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 163

Η αστρονομία οφείλει να είναι μαθηματική επιστήμη και όχι επιστήμη παρατήρησης. Σύμφωνα με τον Πλάτωνα στην Πολιτεία¹⁰¹, την αστρονομική επιστήμη δεν την ενδιαφέρει η λαμπρή ποικιλία των ουρανίων σωμάτων, αλλά η εξακρίβωση και η αιτιολόγηση της τροχιάς και της ταχύτητάς τους.

«Ο Πλάτων, όπως αναφέρει ο Σωσιγένης¹⁰², έθεσε το ακόλουθο πρόβλημα σ' αυτούς που ασχολούνταν με τη σπουδή των αστρονομικών προβλημάτων, τι κινήσεις ομαλές και διατεταγμένες πρέπει να αποδεχθούμε για να εξηγηθούν τα φαινόμενα που δημιουργούν οι κινήσεις των πλανητών»^{103,104}. Έλεγε «διασώζειν τα φαινόμενα», δηλαδή με τη βοήθεια της γεωμετρίας και μαθηματικών νόμων, να ερμηνεύονται οι κινήσεις των πλανητών, στη συνέχεια θα τις επεξηγούσαν και θα επαλήθευαν τα ουράνια φαινόμενα.

Η εκτίμηση, την οποία έχει ο Πλάτων για την Γεωμετρία ως πολιτιστικό μέσο, φαίνεται σε ένα ανέκδοτο περιστατικό, το οποίο δημοσιεύει ο Κικέρων στο φιλοσοφικό έργο του «Περί Δημοκρατίας». Ο Πλάτων ταξιδεύοντας με πλοίο ναυάγησε. Η θύελλα έφερε τους ναυαγούς σε αιγιαλό άγνωστης και έρημης χώρας. Οι συνταξιδιώτες έτρεμαν από τον φόβο, νομίζοντας ότι βρίσκονταν σε χώρα αγρίων ανθρώπων. Ο Πλάτων καθώς παρατήρησε γεωμετρικά σχήματα στην αμμουδιά καθυσάχασε τους συνταξιδιώτες του λέγοντάς τους: *«Μην ανησυχείτε, εδώ κατοικούν πολιτισμένοι άνθρωποι. Τούτο φαίνεται από τα γεωμετρικά σχήματα, τα οποία είναι σχεδιασμένα στην άμμο»*¹⁰⁵. Ο Πλάτων πίστευε, ότι οι νέοι

¹⁰¹ ακριβέστατα τῶν τοιούτων ἔχειν, τῶν δὲ ἀληθινῶν πολὺ ἐνδεῖν, ἅς τὸ ὄν τάχος καὶ ἡ οὕσα βραδυτὴς ἐν τῷ ἀληθινῷ ἀριθμῷ καὶ πᾶσι τοῖς ἀληθεῖσι σχήμασι φοράς τε πρὸς ἄλληλα φέρεται καὶ τὰ ἐνόντα φέρει, ἃ δὴ λόγῳ μὲν καὶ διανοίᾳ ληπτὰ, ὅψει δ' οὐ: ἢ σὺ οἶει; οὐδαμῶς γε, ἔφη. οὐκοῦν, εἶπον, τῇ περὶ τὸν οὐρανὸν ποικιλίᾳ παραδείγμασι χρηστέον τῆς πρὸς ἐκεῖνα μαθήσεως ἔνεκα βλ Πλάτων, Πολιτεία 4, βιβλίο Ζ, εκδ Κάκτος χωρίο 529-d

¹⁰² βλ Ελευθερουδάκη, σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας & ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα, λήμμα Σωσιγένης έκδοση πέμπτη, τόμος εικοστός δεύτερος, σελ 995

¹⁰³ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 5 σελ 170

¹⁰⁴ Simplicius, In Aristotelis quattuor libros de caelo commentaria, εκδ J. L. Heiberg, 1894, βιβλίο II, σελ 488, στ 18-24

¹⁰⁵ ut mihi Platonis illud, seu quis dixit alius, perelegans esse videatur: quem cum ex alto ignotas ad terras tempestas et in desertum litus detulisset, timentibus ceteris propter ignorance locorum, animadvertisse dicunt in arena geometricas formas quasdam esse descriptas; quas ut vidisset, exclamavisse ut bono essent

πρέπει να διδάσκονται Μαθηματικά, γιατί με τα Μαθηματικά διαπλάθεται και τελειοποιείται η ψυχή του ανθρώπου. Στις Οικονομικές και Πολιτικές Επιστήμες και την τεχνική γενικώς κανένα άλλο μάθημα δεν έχει τόσο μεγάλη επίδραση όση τα Μαθηματικά¹⁰⁶. Στους Νόμους η αστρονομία ταξινομείται ως ένα από τα τρία θέματα για τα οποία καθένας όφειλε να γνωρίζει λίγα. Η δευτεροβάθμια εκπαίδευση των πολιτών πρέπει να περιλαμβάνει αρκετή αστρονομία, ώστε να μπορούν να αντιλαμβάνονται ημερολογιακά προβλήματα για την κατάλληλη ρύθμιση της ζωής της πόλης^{107,108}.

Επίσης στον Τίμαιο φαίνεται ότι ο Πλάτωνας ήταν υπέρ του πειράματος καθώς γράφει «*Το να τα λέει κανείς τα φυσικά φαινόμενα, χωρίς να τα βλέπει, είναι μάταιος κόπος*»¹⁰⁹.

Η διατύπωση υποθέσεων στην αστρονομία στόχευε στο να «διασωθούν» τα φαινόμενα με την εξής έννοια: Τα ουράνια σώματα παρουσίαζαν φαινόμενη αταξία στην τροχιά τους, η οποία ερχόταν σε σύγκρουση με την αναμενόμενη ομαλότητα. Έπρεπε να βρεθεί μια ερμηνεία η οποία θα επιβεβαίωνε τη βαθιά ριζωμένη από την εποχή των Πυθαγορείων πεποίθηση περί «κοσμιότητας» του σύμπαντος. Και ο Πλάτων επέλεξε ως μόνη επιτρεπτή και αρμονική κίνηση των ουράνιων σωμάτων την ομαλή κυκλική. Η αρχή του «σώζειν τα φαινόμενα» αποτελούσε μία αντίληψη που επικράτησε στην αστρονομία, από την εποχή του Πλάτωνα και μετά, η οποία καθόριζε πώς θα έπρεπε να προσέγγιζαν τα ουράνια φαινόμενα. Η αρχή αυτή ενσωμάτωνε δύο χαρακτηριστικά κριτήρια. Πρώτον, θα έπρεπε κάθε αστρονομική θεωρία να προβλέπει την φαινομενική κίνηση των σωμάτων. Φαινομενική κίνηση των σωμάτων είναι η κίνηση των ουρανίων σωμάτων που είναι ορατή από έναν παρατηρητή στη Γη με γυμνό οφθαλμό. Σκοπός της κάθε θεωρίας θα έπρεπε να

animo; videre enim se hominum vestigia; quae videlicet ille non ex agri consitura quam cernebat, sed ex doctrinae indiciis interpretabatur. quam ob rem Tubero semper mihi et doctrina et eruditi homines et tua ista studia placuerunt. Κικέρωνας, Περί Δημοκρατίας, I , 17, 29

¹⁰⁶ Πλάτωνας, Νόμοι, Βιβλίο Ε, 747 b

¹⁰⁷ D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991, κεφ 5 σελ 122

¹⁰⁸ Πλάτωνας, Νόμοι, βιβλίο Ζ, χωρίο 809 c-d και 817 e-818 a

¹⁰⁹ «μετά ταῦτα γενησομένων τοῖς οὐ δυναμένοις λογίζεσθαι πέμπουσιν, τὸ λέγειν ἄνευ δι' ὧς τούτων αὐτῶν μμημάτων μάταιος ἂν εἴη πόνος» βλ Πλάτωνας, Τίμαιος, χωρίο 40 δ

είναι η πρόγνωση, η ερμηνεία και όχι η κατανόηση της φυσικής υπόστασης της κίνησης. Δεύτερον, θα έπρεπε το κάθε γεωμετρικό σύστημα να το χαρακτηρίζει η απλότητα. Όσο πιο απλό σε μεθόδους και αναπαραστάσεις ήταν το σύστημα που πρότεινε ο κάθε αστρονόμος, τόσο πιο πολύ θα άγγιζε την «ιδεατή» τελειότητα. Η κάθε αστρονομική θεωρία αποτελούσε μία προγνωστική μέθοδο, η οποία δεν είχε σκοπό να οδηγήσει στην κατανόηση της φύσης των πραγμάτων αλλά στην περιγραφή τους¹¹⁰.

«Το αίτημα για την ανάγκη μεταλλαγής της αστρονομίας από εμπειρική σε θεωρητική επιστήμη, κατά το ανάλογο της γεωμετρίας, διατυπώθηκε από τον Πλάτωνα και τους συνεργάτες του, κυρίως τον Εύδοξο»¹¹¹

Ο Πλάτων^{112,113} (βλ. εικόνα 15) παρόλο που δεν έκανε αστρονομικές παρατηρήσεις, επηρέασε την εξέλιξη της αστρονομίας προτείνοντας στους αστρονόμους την ανάγκη αλλαγής του τρόπου με τον οποίο εργαζόταν στην επιστήμη του. Στα έργα

¹¹⁰P. Duhem, σώζειν τα φαινόμενα, *essai sur la notion de théorie physique de platon à galilée*, εκδ librairie scientifique a. Hermann, Παρίσι 1908, κεφ 1 σελ 3-4

¹¹¹ βλ. Χ. Φίλη, *Εξουσία και Μαθηματικά*, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3 σελ 112

¹¹² Ο Πλάτων και η σχολή του ακολούθησαν και μάλλον τελειοποίησαν τη διδασκαλία των Πυθαγορείων. Οι απόψεις του διατυπώνονται σε δύο κυρίως έργα, στην Πολιτεία και στον Τίμαιο βλ Σ. Θεοδοσίου, η εκθρόνιση της γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 1 σελ 110-112

¹¹³ Ο Πλάτων (429-347 π.Χ.) είναι, από κάθε υπολογισμό, ένας από τους πιο εκθαμβωτικούς συγγραφείς στη Δυτική λογοτεχνική παράδοση και ένας από τους πιο διεισδυτικούς, σε ευρεία κλίμακα, σημαίνοντες συγγραφείς στην ιστορία της φιλοσοφίας. Ένας Αθηναίος πολίτης πολύ καλής κοινωνικής θέσης, ο ίδιος εμφανίζει στα έργα του την απορρόφηση του στην πολιτικά γεγονότα και πνευματικά κινήματα της εποχής του, αλλά τα ερωτήματα που θέτει είναι τόσο βαθιά και οι στρατηγικές που χρησιμοποιεί για την αντιμετώπισή τους τόσο πλούσια προκλητικές και υποδηλώνουν ότι οι μορφωμένοι αναγνώστες του από σχεδόν κάθε περίοδο έχουν κατά κάποιο τρόπο επηρεαστεί από τον ίδιο, και σχεδόν σε κάθε ηλικία υπήρξαν φιλόσοφοι που αποκαλούσαν τον εαυτό τους Πλατωνιστές σε ορισμένα σημαντικά σημεία. Δεν ήταν αυτός ο πρώτος στοχαστής ή συγγραφέας στον οποίο η λέξη «φιλόσοφος» θα πρέπει να εφαρμοστεί. Αλλά ήταν τόσο αμήχανος για το πώς η φιλοσοφία θα πρέπει να συλληφθεί, και ποιο είναι το πεδίο εφαρμογής της και οι φιλοδοξίες της, και αυτός μετατρέπει έτσι τα πνευματικά ρεύματα με τα οποία καταπιάστηκε, ώστε το θέμα της φιλοσοφίας, όπως συχνά συνέλαβε – μία αυστηρή και συστηματική εξέταση των ηθικών, πολιτικών, μεταφυσικών, και επιστημολογικών θεμάτων, οπλισμένη με μία ξεχωριστή μέθοδο- μπορεί να κληθεί εφεύρεσή του. Λίγοι άλλοι συγγραφείς στην ιστορία της φιλοσοφίας τον προσέγγισαν σε βάθος και εύρος: ίσως μόνο ο Αριστοτέλης (ο οποίος μελέτησε μαζί του), ο Ακινάτης και ο Καντ θα ήταν γενικά αποδεκτό ότι είναι της ίδιας βαθμίδας. βλ <http://plato.stanford.edu/entries/plato/>

του πρότεινε τη μετάβαση από τις απλές συστηματικές εμπειρικές παρατηρήσεις της κίνησης των ουράνιων σωμάτων στη χρήση των μαθηματικών και κυρίως της γεωμετρίας για την ερμηνεία των ουράνιων φαινομένων.



Εικόνα 15: Πλάτωνας

Τα μαθηματικά θα μπορούσαν να φανερώσουν τις ακριβείς θέσεις και τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων, καθώς οι εμπειρικές παρατηρήσεις του ουράνιου θόλου ήταν ικανές να παραπλανήσουν τον αστρονόμο. Η ιδέα αυτή είχε σαν αποτέλεσμα να μετατραπεί η αστρονομία από εμπειρική τέχνη σε επιστήμη κατά τα πρότυπα της γεωμετρίας. Κύριος εκφραστής των πλατωνικών απόψεων υπήρξε ο μαθητής του Πλάτωνα ο Εύδοξος, ο οποίος δημιούργησε το πρώτο γεωμετρικό μοντέλο¹¹⁴. Οι απόψεις του Πλάτωνα μετέβαλλαν τον χαρακτήρα της αστρονομίας, αρχίζοντας κυρίως με τον Εύδοξο, μετατρέποντας τις απλές παρατηρήσεις του ουρανού σε μαθηματικές και γεωμετρικές αναπαραστάσεις (μοντέλα), στις οποίες ο κύκλος, ως θεμελιώδες γεωμετρικό σχήμα, αντανakλούσε την τελειότητα με την οποία έχει κατασκευαστεί ο κόσμος. *«Από τα αστρονομικά χωρία που είναι*

¹¹⁴ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 166

διάσπαρτα στα κείμενα του Πλάτωνα διαπιστώνουμε ότι μια σειρά από βασικές ιδέες που αφορούν τη φαινόμενη κίνηση των πλανητών είχαν ήδη αποσαφηνιστεί στην εποχή του»¹¹⁵. Το αστρονομικό σύστημα του Πλάτωνα περιέχει δύο ομόκεντρες σφαίρες οι οποίες αναπαριστούσαν το ζεύγος ουρανού-Γης. Τα άστρα ήταν στερεωμένα στην ουράνια σφαίρα, ενώ ο Ήλιος, η Σελήνη και οι υπόλοιποι πέντε πλανήτες κινούνταν πάνω στην ουράνια σφαίρα. Η εναλλαγή μέρας και νύχτας, δηλαδή η ανατολή και η δύση όλων των ουράνιων σωμάτων, μπορούσε να ερμηνευθεί από την καθημερινή περιστροφή της ουράνιας σφαίρας. Οι σφαίρες διαιρούνταν σε ζώνες από κύκλους που καθόριζαν τις κινήσεις των πλανητών. Η ουράνια σφαίρα διαχωριζόταν με δύο κύκλους, οι οποίοι τέμνονταν μεταξύ τους σε διαφορετική γωνία. Τον ισημερινό και τον ζωδιακό κύκλο. Σύμφωνα με τον Πλάτωνα, ο ισημερινός είναι ο κύκλος του «Αυτού», ενώ ο ζωδιακός ο κύκλος του «Ετέρου». Ο πρώτος είναι υπεύθυνος για την ημερήσια περιστροφή της ουράνιας σφαίρας, δηλαδή την εναλλαγή μέρας και νύχτας, ενώ ο δεύτερος, οποίος χωρίζεται σε επτά αντίθετης κατεύθυνσης αυτοκινούμενους κύκλους, είναι υπεύθυνος για την ετήσια περιστροφή της. Όλες οι σφαίρες κινούνταν με διαφορετικές ταχύτητες γύρω από τη Γη. Στο κέντρο βρισκόταν η γήινη σφαίρα, ενώ η ουράνια περιστρεφόταν καθημερινά γύρω από έναν κάθετο άξονα. Ο Πλάτων αναφέρει στον Τίμαιο¹¹⁶ ότι ο Δημιουργός διαμόρφωσε το σύμπαν από τέσσερα στοιχεία (γη, πυρ, αήρ και ύδωρ), κατά γεωμετρική αναλογία. Όλος ο κόσμος αποτελούσε μια ενιαία δημιουργία με μορφή περιστρεφόμενης σφαίρας, με νοητική και ψυχική υπόσταση. Εξαιτίας αυτής της ζωτικότητας, τα ουράνια σώματα μπορούσαν να εκτελέσουν κυκλικές κινήσεις διαφορετικών ταχυτήτων και στον ισημερινό (Αυτού) και στον ζωδιακό (Ετέρου) κύκλο. Το τελικό αποτέλεσμα αυτής της σύνθεσης των κινήσεων ήταν ότι τελικά κάθε πλανητικό σώμα κινείται σε μια «στρέφουσα έλικα» στην εκλειπτική. Με αυτό τον τρόπο, ο Πλάτων ερμήνευσε τις ανώμαλες κινήσεις των πλανητών που ορισμένες φορές στην ουράνια σφαίρα φαίνονταν να επιταχύνουν, να επιβραδύνουν, να σταματούν και να αλλάζουν πορεία¹¹⁷.

¹¹⁵ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 163

¹¹⁶ Πλάτων, Τίμαιος, χωρίο 32 c

¹¹⁷ Γαβρόγλου Κώστας, Διαλέτης Δημήτρης, Χριστιανίδης Γιάννης, Από τους Πυθαγορείους στον Αρίσταρχο τον Σάμιο: Η ιστορία των αντιλήψεων για την κίνηση της γης στην αρχαία ελληνική αστρονομία, εκδ Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 2002, κεφ 4 σελ 58-59

Στα ουράνια σώματα διακρίνουμε δύο είδη κινήσεων:

1. την ημερήσια κίνηση της ουράνιας σφαίρας εξ Ανατολών προς Δυσμάς όπου σε αυτή τη κίνηση συμμετέχουν όλα τα ουράνια σώματα
2. των ιδίων κινήσεων των πλανητών επί της εκλειπτικής¹¹⁸ με φορά όμως εκ Δυσμών προς Ανατολάς (Η φαινομενική περιφορά του Ήλιου γύρω από τη Γη διαγράφει ένα επίπεδο που όταν προεκταθεί τέμνει την ουράνια σφαίρα κατά μέγιστο κύκλο. Ο μέγιστος αυτός κύκλος της ουράνιας σφαίρας ονομάζεται, εκλειπτική)

Επίσης, διαπιστώθηκε ότι ο Ερμής και η Αφροδίτη έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα όπως και ο Ήλιος ,και δεν απομακρύνονται πολύ απ' αυτόν. Διατρέχουν την εκλειπτική περίπου σε ένα χρόνο, όσο δηλαδή χρειάζεται και ο Ήλιος^{119,120}.

Η συμβολή όμως του Πλάτωνα έγκειται στις ιδέες που διατυπώνει για τον τύπο των εξηγήσεων τις οποίες οι αστρονόμοι πρέπει να δώσουν στα φαινόμενα της κίνησης των αστερών. Συνοπτικά, η επίδραση των απόψεων του Πλάτωνα στην ελληνική αστρονομία καταγράφεται ως εξής:

1. Υπογράμμισε τη διάκριση μεταξύ μαθηματικής και της αστρονομίας που προκύπτει από την παρατήρηση και παροτρύνθηκαν οι αστρονόμοι να δίνουν περισσότερη προσοχή στις μαθηματικές περιγραφές των ουρανίων φαινομένων. Προχωρούν δηλαδή πέρα απ' την απλή παρατήρηση, στην έρευνα των μαθηματικών σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ των τροχιών των ορατών ουράνιων σωμάτων¹²¹. «Ήθελε οι αστρονόμοι να δίνουν περισσότερη προσοχή στη μαθηματική πλευρά

¹¹⁸ εκλειπτική είναι μια μαθηματική γραμμή στον ουρανό, οριζόμενη από διάφορες ομάδες αστερών κατά μήκος της,η οποία παριστάνει τον κύκλο του ετήσιου δρόμου του ήλιου. Καλείται έτσι διότι εκλείψεις μπορούν να συμβούν μόνο όταν ο ήλιος και η σελήνη κείνται πάνω της. Η εκλειπτική αποτελεί τη βασική γραμμή αναφοράς στην ελληνική αστρονομία βλ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 1 σελ 22.

¹¹⁹ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003,κεφ 5 σελ 163

¹²⁰ Χ. Φίλη ,Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3 σελ 112

¹²¹ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003,κεφ 5 σελ 164

του θέματός τους, να προχωρούν πέρα από την απλή παρατήρηση των ουράνιων φαινομένων και να ερευνούν τις μαθηματικές σχέσεις που υφίστανται μεταξύ των διαφόρων τροχιών των ορατών ουράνιων σωμάτων. Πίστευε ότι το όλο σύμπαν λειτουργεί σύμφωνα με μαθηματικούς νόμους(η κοσμολογία του Τίμαιου^{122,123,124} καθιστά πολύ σαφή αυτή την αντίληψη),οι οποίοι μπορούν να γίνουν κατανοητοί....»¹²⁵. Με την προτροπή του Πλάτωνα, δημιουργήθηκε από τον Εύδοξο το μοντέλο των «ομόκεντρων σφαιρών», που μπορούσε να ερμηνεύσει ποιοτικά τη φαινόμενη κίνηση των πλανητών, αλλά και να προβλέψει τις μελλοντικές τους θέσεις.

2. Η μελέτη των ουράνιων φαινομένων προσανατολίστηκε στο πρόβλημα της κίνησης των ουράνιων σωμάτων και διατυπώθηκαν οι όροι που θα έπρεπε να ικανοποιεί μια λύση του προβλήματος αυτού, ώστε να είναι αποδεκτή: η ερμηνεία των φαινομένων κινήσεων των πλανητών πρέπει να γίνει με τη χρησιμοποίηση μόνο ομαλών κυκλικών κινήσεων.¹²⁶

Έτσι οι πλανήτες, ο Ήλιος, η Σελήνη και οι απλανείς αστέρες κινούνται σε τέλειες ομαλές κυκλικές τροχιές, δηλαδή η γωνιακή τους ταχύτητα παραμένει σταθερή, ενώ κέντρο των κυκλικών τροχιών είναι η ακίνητη Γη¹²⁷.

Για είκοσι σχεδόν αιώνες η δεύτερη αυτή θεώρηση επηρέασε την αστρονομία, αφού το πρόβλημα της περιγραφής της φαινόμενης κίνησης των πλανητών παρέμεινε το κυρίαρχο πρόβλημα που απασχόλησε τους αστρονόμους μέχρι και την

¹²² Χ.Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3 σελ 113-114

¹²³ Χ. Φίλη ,Οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010,κεφ 9 σελ 844-848

¹²⁴ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007,κεφ 1 σελ 111-112

¹²⁵ D.R.Dicks,η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ Δαίδαλος Αθήνα 1991,κεφ 5 σελ 141

¹²⁶ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003,κεφ 5 σελ 164

¹²⁷ Χ.Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3 σελ 115

εποχή του Νεύτωνα. Οι κυκλικές κινήσεις εγκαταλείφθηκαν εντελώς με τον Κέπλερ, μετά την διατύπωση των τριών νόμων του για την κίνηση των πλανητών¹²⁸.

¹²⁸ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5 σελ 164

4. ΤΑ ΚΩΝΙΚΑ ΤΟΥ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΥ

Ο Απολλώνιος¹²⁹ ήταν ο «τρίτος επιφανής μαθηματικός της ελληνιστικής περιόδου και στην πραγματικότητα ο τελευταίος μεγάλος γεωμέτρης του αρχαίου κόσμου»¹³⁰. Το βάθος της γεωμετρικής σκέψης του, το ευρύ και οξύ πνεύμα του και η άψογη και χωρίς λάθη διατύπωση των προτάσεών του, εντυπωσιάζει εδώ και 2.200 χρόνια, ώστε δίκαια τον αποκαλούσαν «Μέγα Γεωμέτρη».

Τη φήμη του στην αρχαιότητα την απέκτησε κυρίως από το έργο του στη μαθηματική αστρονομία και μετά στο γεωμετρικό έργο του. Αυτός φαίνεται ότι ήταν ο πρώτος που επεξεργάστηκε τις δύο νέες υποθέσεις που αντικατέστησαν το ευδόξιο μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών. Αυτές οι δύο νέες υποθέσεις είναι: η υπόθεση της «κατ' επίκυκλον» και η υπόθεση της «κατ' έκκεντρον» κίνησης. Ο Απολλώνιος είναι αυτός ο οποίος επινόησε τα δίδυμα μαθηματικά μοντέλα φερόντων-επικύκλων και έκκεντρων κύκλων.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εργασία του για τον προσδιορισμό των σημείων, όπου ένας πλανήτης φαίνεται ακίνητος, στην ουσία πρόκειται για τα σημεία όπου η κανονική κίνηση του πλανήτη μετεξελίσσεται σε ανάδρομη. Σημαντικό είναι το θεώρημα του Απολλώνιου για τα σημεία εκείνα επί του επικύκλου, όπου ο πλανήτης είναι σταθερός¹³¹. Ο Neugebauer¹³² υποθέτει, ωστόσο, ότι όλη η διαδικασία με την οποία ο Πτολεμαίος αποδεικνύει το παραπάνω θεώρημα έχει ληφθεί από τον Απολλώνιο. Η απόδειξη αυτή συνδυάζει τα δύο μοντέλα του επικύκλου και έκκεντρου με μια έξυπνη συσκευή η οποία χρησιμοποιεί

¹²⁹ Όσες πληροφορίες έχουμε για τη ζωή του Απολλώνιου τις αντλούμε βασικά από τους προλόγους που έχει προτάξει σε μερικά από τα βιβλία των Κωνικών. Γεννήθηκε στα Περγὰς της Παμφυλίας, μια πόλη στα νότια της Μικράς Ασίας και επισκέφθηκε πολλές πόλεις της ανατολικής Μεσογείου ως τυπικός Αλεξανδρινός λόγιος όπως την Έφεσο και την Πέργαμο όπου είχε επιστημονικές επαφές με τους επιφανέστερους μαθηματικούς του τέλους του 3ου και των αρχών του 2ου π.Χ. αιώνα. Ήταν λίγο νεώτερος από τον Αριστοτέλη και τον Αρχιμήδη, και η περίοδος ακμής της δραστηριότητας του τοποθετείται μεταξύ 220 και 190 π.Χ (βλ G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 4, σελ 69-70 και Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 176)

¹³⁰ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την Ιστορία των Μαθηματικών, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 96

¹³¹ Βλέπε το σχετικό θεώρημα Dictionary of scientific biography, εκδ Charles Coulston Gillispie New York, λήμμα Απολλώνιος, σελ 189

¹³² Swerdlow, N. M., Otto E. Neugebauer 1899–1990, United States National Academy of Science 1998

τον ίδιο κύκλο για τον επίκυκλο και έκκεντρο. Με άλλα λόγια, το μοντέλο επικύκλου έχει μεταμορφωθεί σε ένα εκκεντρικό μοντέλο με αναστροφή σε ένα κύκλο. Η διαδικασία είναι άξια του Απολλώνιου, και είναι πράγματι μια ιδιαίτερη περίπτωση της θεωρίας των πόλων και πολικών που αντιμετωπίζεται στα Κωνικά. Αλλά ο Πτολεμαίος φαίνεται να εισάγει τη συσκευή αυτή ως δική του, και να επιστρέφει στον Απολλώνιο αργότερα. Ευτυχώς, αυτή η αβεβαιότητα δεν επηρεάζει το κύριο σημείο: ότι η προσφορά του Απολλώνιου στην ελληνική μαθηματική αστρονομία είναι καταλυτική, αφού εισήγαγε γεωμετρικά μοντέλα τροχιών για να ερμηνεύσει τις ιδιόμορφες φαινόμενες κινήσεις των πλανητών στην ουράνια σφαίρα.¹³³ Τα αστρονομικά έργα του δεν έχουν σωθεί, εκτός από μερικά αποσπάσματα μέσα στα έργα του-κατά τρεις αιώνες μεταγενέστερου-Πτολεμαίου.¹³⁴

Οι αρχαίοι Έλληνες αστρονόμοι θεωρούσαν ότι οι κινήσεις των πλανητών ήταν ομοιόμορφες και κυκλικές. Οι φέροντες κύκλοι ήταν οι μεγάλοι κύκλοι, που είχαν ως κέντρο τους τη Γη, ενώ οι επίκυκλοι ήταν οι μικρότεροι κύκλοι, τα κέντρα των οποίων βρίσκονταν και κινούνταν πάνω στις περιφέρειες των φερόντων. Η κίνηση του Ήλιου, της Σελήνης και των άλλων πέντε γνωστών τότε πλανητών γινόταν στην περιφέρεια των ίδιων των επικύκλων τους¹³⁵.

Ο Μέγας Γεωμέτρης, έμεινε στην ιστορία της επιστήμης με το σπουδαίο έργο του τα Κωνικά, το οποίο αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα επιστημονικά έργα του αρχαίου κόσμου. Η πρώτη έκδοση των *Κωνικών* φαίνεται ότι έγινε από τον βυζαντινό μαθηματικό Ευτόκιο (6ος αιώνας μ.Χ.)^{136,137} ο οποίος τα εξέδωσε στην Κωνσταντινούπολη και έγραψε σχετικά σχόλια. Ακολούθησαν διάφορες μεταφράσεις στα Αραβικά και Λατινικά.

¹³³ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 5, σελ 173

¹³⁴ G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 8

¹³⁵ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 5, σελ 173

¹³⁶ L.Russo, η λησμονημένη επανάσταση, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2006, κεφ 11 σελ 281-282 και Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 4 σελ 146-148

¹³⁷ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Α', Έκδοση Ε.Μ.Ε., κεφ 4, ενot 8

Αποτελείται από οκτώ βιβλία, από τα οποία διασώθηκαν τα επτά, τέσσερα στο πρωτότυπο ελληνικό κείμενο και τρία σε αραβική απόδοση. Χαρακτηριστικό των έξι εκ των επτά διασωθέντων βιβλίων των Κωνικών αποτελούν οι πρόλογοι, οι οποίοι παραθέτονται στην αρχή κάθε βιβλίου και προσδίδουν στον αναγνώστη σημαντικές πληροφορίες. Οι πληροφορίες αυτές, αφορούν άλλοτε ιστορικά στοιχεία και άλλοτε την πρωτοτυπία του Απολλώνιου συγκριτικά με τους προγενέστερους του, η οποία συνέδεσε άρρηκτα το όνομά του με την ανάπτυξη των κωνικών τομών. Στα Κωνικά ο Απολλώνιος «μετασχημάτισε ριζικά την προγενέστερη θεωρία των κωνικών τομών, οι απαρχές της μελέτης των οποίων ανάγονται στον Μέναιχμο»¹³⁸. Πράγματι ο Μέναιχμος, ήταν εκείνος που πρώτος χρησιμοποίησε τις κωνικές τομές για να λύσει το πρόβλημα της εύρεσης δύο μέσων αναλόγων, το οποίο ισοδυναμεί με το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου(Δήλιο πρόβλημα)¹³⁹. Αυτό συνέβη γύρω στο 360-350 π.Χ. Σύμφωνα με μια διαδεδομένη μαθηματική άποψη, αποδίδεται σε αυτόν και η ίδια η ανακάλυψη των κωνικών τομών. Βέβαια καταλήγουμε στο ότι η ανακάλυψη των τριών κωνικών τομών πριν από τη περίοδο του Μέναιχμου φαίνεται εύλογη¹⁴⁰. Ελάχιστες πληροφορίες διαθέτουμε για το επίπεδο έρευνας σχετικά με τις κωνικές τομές στην περίοδο πριν από τον Απολλώνιο. Δεν διασώθηκαν τα έργα του Αρισταίου¹⁴¹ και του Ευκλείδη^{142,143} και όποιες

¹³⁸ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 96 και Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5, σελ 176, 3^η παράγραφος

¹³⁹ Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 82-85

¹⁴⁰ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 177-178 και Γ. Χριστιανίδης, Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 96-98

¹⁴¹ Ελευθερουδάκη, Σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας & ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα, λήμμα Αρίσταιος, έκδοση πέμπτη, τόμος τρίτος, σελ 441

¹⁴² Ένας από τους τρεις μεγαλύτερους εκπροσώπους της επιστημονικής επανάστασης βλ L.Russo, η λησμονημένη επανάσταση, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2006, κεφ 1 σελ 18

¹⁴³ βλ G.E.R. Lloyd, η Ελληνική Επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 4 σελ 52-58 << Οι πληροφορίες μας για τον βίο του Ευκλείδη είναι ελάχιστες. Οι περισσότερες προέρχονται από μια σύντομη μνεία στο Ν σημαντικότερο από τους πολλούς Έλληνες σχολιαστές του, τον Πρόκλο(5^{ος} αιώνας μ.Χ.)>>

πληροφορίες έχουμε τις αντλούμε από τα έργα του Αρχιμήδη και από τα σχόλια του Ευτόκιου στα *Κωνικά*¹⁴⁴ του Απολλώνιου.

Οι τρεις καμπύλες με την ονομασία «κωνικές τομές» ενδέχεται να ανακαλύφθηκαν για πρώτη φορά όχι ως τομές κώνου. Ο W.R.Knorr¹⁴⁵ έχει υποστηρίξει ότι το πρόβλημα που οδήγησε στην ανακάλυψη τους είναι μια υποθετική κατασκευή των δύο από τις τρεις καμπύλες(παραβολής, υπερβολής)με αφορμή την εύρεση δύο μέσων αναλόγων¹⁴⁶.

¹⁴⁴ Ο Απολλώνιος έγραψε τα *Κωνικά* σε νεαρή ηλικία, όμως δίσταζε να τα δημοσιεύσει. Ο μαθηματικός Ναύκρατος, όταν τον επισκέφτηκε στην Αλεξάνδρεια τον πείθει να δώσει το έργο του αυτό στην δημοσιότητα. Μετά ταξίδεψε και στην Έφεσο γνωρίζεται με τους μαθηματικούς Φιλονίδη και Εύδημο, και καταλήγει, στην Πέργαμο όπου γνωρίζεται με τον ονομαστό βασιλέα Άτταλο Α΄(241-197 π.Χ.), ιδρυτή της θ αυμαστής Βιβλιοθήκης της Περγάμου. Ο Εύδημος πείθει τον Απολλώνιο να επεξεργασθεί περισσότερο το έργο του. Επιστρέφοντας στην Αλεξάνδρεια, ο Απολλώνιος στέλνει τα πρώτα δύο από τα οκτώ βιβλία στον Εύδημο, στον οποίο είναι αφιερωμένα, ενώ τα βιβλία 4-8 είναι αφιερωμένα στον Άτταλο. Βλ. και H.G.Zeuthen, *Die Lehre von den Kegelschnitten in Alterum*. Copenhagen 1886. Βλ. επίσης J. Mansfeld, *Prolegomena mathematica: From Apollonius of Perga to the late Neoplatonists, with an appendix on Pappus and the history of Platonism*. Leiden Brill 1998. Βλ Χ. Φίλη, *οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών*, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 607

¹⁴⁵ **Wilbur** Richard Knorr, ένας κορυφαίος επιστήμονας στον τομέα των αρχαίων μαθηματικών. Ο Knorr ήρθε στο Στάνφορντ το 1979 ως βοηθός καθηγητής του προγράμματος της Ιστορίας της Επιστήμης, το οποίο βοήθησε να αναπτυχθεί. Προήχθη θητεία το 1983, κατέχοντας μια κοινή συνάντηση ως αναπληρωτής καθηγητής στα τμήματα της φιλοσοφίας και τα κλασσικά, και ονομάστηκε τακτικός καθηγητής το 1990. «Wilbur ήταν απλά ένας από τους πιο διακεκριμένους ιστορικούς στον κόσμο των αρχαίων μαθηματικών», δήλωσε ο Πάτρικ Suppes, ομότιμος καθηγητής φιλοσοφίας στο Πανεπιστήμιο του Στάνφορντ. « Έμαθε αραβικά ως ένας τρόπος για να πάρει περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τα Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά.... Αυτό είναι ένα μόνο παράδειγμα που δείχνει πώς ήταν αφιερωμένος στο πεδίο.»

Η έρευνα του Knorr κατά τη διάρκεια των προηγούμενων αρκετών δεκαετιών ήταν η μελέτη των θετικών επιστημών, με ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη των ελληνικών κλασικών μαθηματικών και των μεσαιωνικών και νεότερων παραδόσεων του. Ήταν γοητευμένος, για παράδειγμα, από τις «δημιουργικές» φάσεις της κλασικής γεωμετρίας, η οποία πραγματοποιήθηκε σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα, από περίπου 400 έως 200 π.Χ. βλ <http://news.stanford.edu/pr/97/970319knorr.html>

¹⁴⁶ Γ. Χριστιανίδης ,*Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών*, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 99 και Χ. Φίλη, *Εξουσία και Μαθηματικά* ,εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 5 σελ 180

Ο ορισμός του κώνου πριν την περίοδο του Απολλώνιου, ήταν αυτός ο οποίος δίδεται στο XI βιβλίο «Στοιχεία»¹⁴⁷ του Ευκλείδη: «Κώνος είναι το περιληφθέν σχήμα, όταν ορθογώνιο τρίγωνο περιστραφεί γύρω από τη μία εκ των καθέτων πλευρών η οποία παραμένει ακίνητη και επανέλθει στη θέση από την οποία άρχισε να κινείται. Και εάν μεν η κάθετη που μένει ακίνητη είναι ίση προς την άλλη κάθετη, που εκτελεί την περιστροφή, ο κώνος θα είναι ορθογώνιος, εάν είναι μικρότερη, αμβλυγώνιος, εάν δε (είναι) μεγαλύτερη, οξυγώνιος».

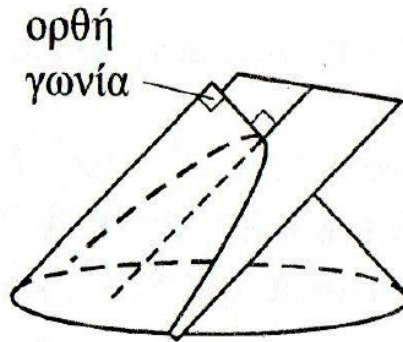
Με αυτόν τον τρόπο ορίζεται πάντα ο ορθός κώνος. Έτσι ο ορισμός του κώνου κατά την περίοδο πριν τον Απολλώνιο ήταν περιορισμένος καθώς κάλυπτε μόνο ορθούς κώνους. Οι κωνικές τομές ορίζονταν πάντα ως τομές ορθών κώνων. Οι τομές αυτές γίνονταν πάντοτε με ένα επίπεδο κάθετο σε μια γενέτειρα του κώνου. Οπότε κάθε καμπύλη παραγόταν από την τομή διαφορετικού είδους κώνου:

1. Η παραβολή σχηματιζόταν από την τομή ορθογώνιου κώνου
2. Η έλλειψη σχηματιζόταν από την τομή οξυγώνιου κώνου
3. Η υπερβολή σχηματιζόταν από την τομή αμβλυγώνιου κώνου

Οι ονομασίες παραβολή, έλλειψη και υπερβολή τις οποίες έχουμε μέχρι και σήμερα, είναι μεταγενέστερες ονομασίες και οφείλονται στον Απολλώνιο. Κατά την πρώιμη περίοδο οι ονομασίες προέρχονταν από το είδος του κώνου από την τομή του οποίου προέκυπταν. Αντιστοιχούσαν στον τρόπο με τον οποίο χαράσσονταν οι καμπύλες. Άρα:

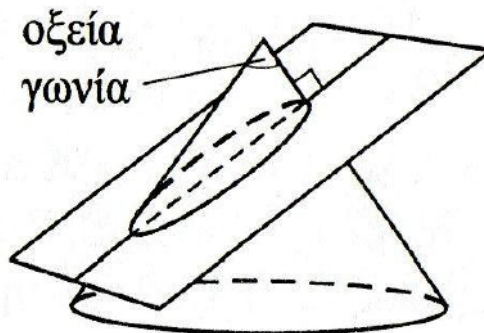
1. Η παραβολή ονομαζόταν *ορθογωνίου κώνου τομή* (ορθοτομή) (βλ. εικόνα 16)

¹⁴⁷ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 3, σελ 87-89 και Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 1, σελ 23-68



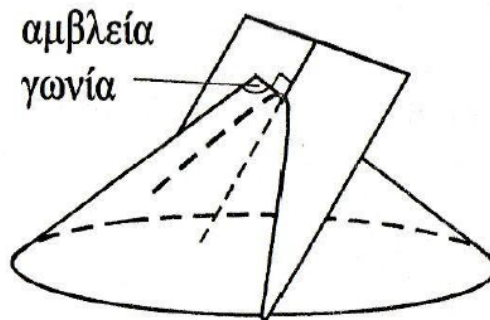
Εικόνα 16: Ορθοτομή

2. Η έλλειψη ονομαζόταν *οξυγωνίου κώνου τομή* (οξυτομή) (βλ. εικόνα 17)



Εικόνα 17: Οξυτομή

3. Η υπερβολή ονομαζόταν *αμβλυγωνίου κώνου τομή* (αμβλυτομή) (βλ. εικόνα 18)



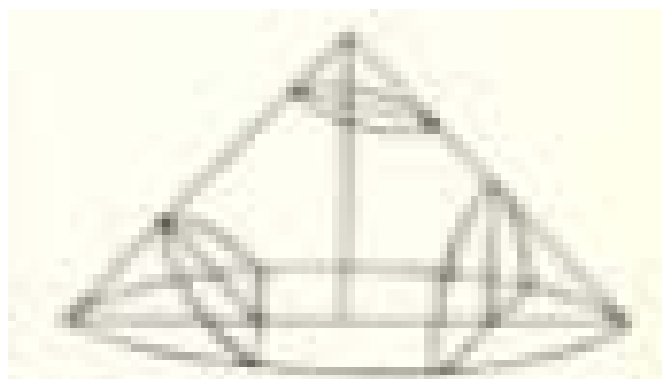
Εικόνα 18: Αμβλυτομή

Αυτοί οι ορισμοί αντανakλούν τον τρόπο γένεσης των καμπυλών είναι δηλαδή «ορισμοί διά της γενέσεως». Από αυτούς εξήχθησαν τα «συμπτώματα»¹⁴⁸

¹⁴⁸ «Θυμίζουμε πως η λέξη σύμπτωμα της καμπύλης, για τους αρχαίους σήμαινε την συνθήκη την οποίαν πρέπει να ικανοποιεί ένα σημείο για να κείται στην καμπύλη». Βλ. Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 620

των κωνικών τομών, οι χαρακτηριστικές ιδιότητές τους, οι συνθήκες δηλαδή που ικανοποιούν τα σημεία τους και μόνο αυτά. Μια σχέση μεταξύ ενός τυχαίου σημείου της και ορισμένων σταθερών που εξαρτώνται από τον κώνο και το επίπεδο τομής.

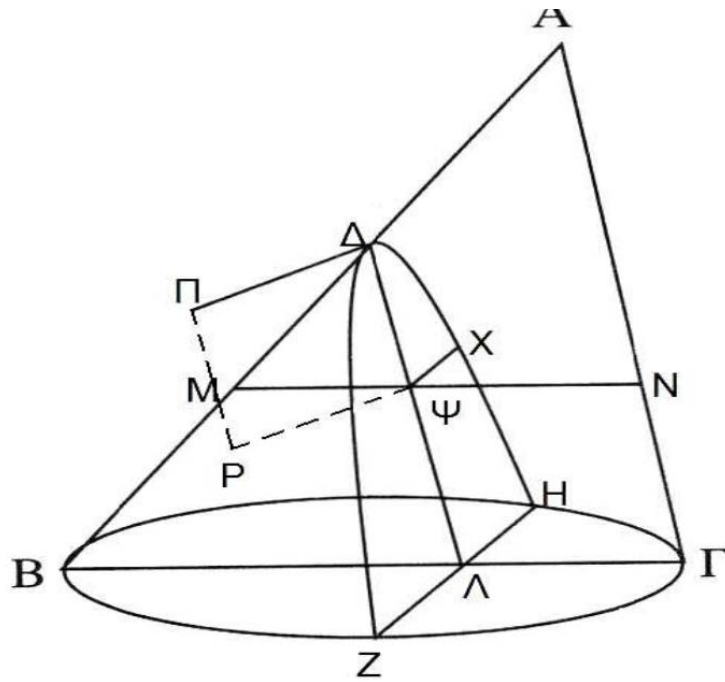
Ο Απολλώνιος καινοτόμησε στο ότι γενίκευσε και ανέπτυξε περισσότερο την προηγούμενη θεωρία. Αυτό έγινε στο πρώτο βιβλίο. Συγκεκριμένα, αντί να χρησιμοποιήσει τον ορθό κώνο, ορίζει την κωνική επιφάνεια¹⁴⁹ ως την επιφάνεια η οποία σχηματίζεται όταν μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από ένα σταθερό σημείο και προεκτείνεται και προς τις δύο κατευθύνσεις περιστραφεί περί την περιφέρεια ενός κύκλου ο οποίος δε βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με το σημείο. Έτσι ορίζεται ο πλάγιος κώνος και εισάγει πλέον τις κωνικές τομές ως τομές ενός τυχαίου πλάγιου, ορθού ή κυκλικού κώνου με ένα κατάλληλα φερόμενο επίπεδο. Άρα, για να παραχθούν οι τρεις κωνικές τομές τώρα πια απαιτείται ένα είδος κώνου (βλ. εικόνα 19)



Εικόνα 19: Δημιουργία κωνικών τομών κατά τον Απολλώνιο

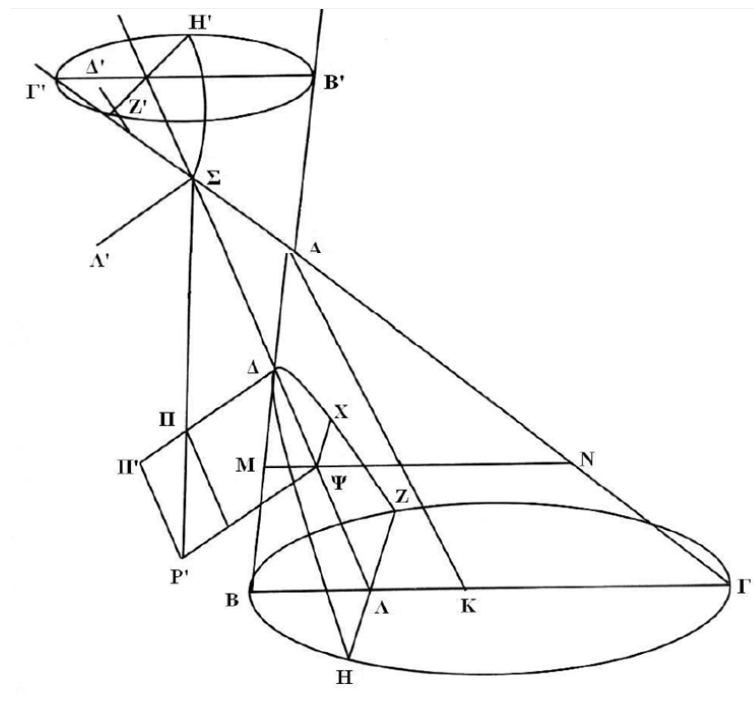
Η παραβολή προκύπτει ως τομή της επιφάνειας τυχόντος κυκλικού κώνου με ένα επίπεδο παράλληλο, προς τη γενέτειρά του (βλ. εικόνα 20).

¹⁴⁹ Στο πρώτο βιβλίο των κωνικών ο Απολλώνιος θεωρεί έναν κύκλο Γ και ένα σημείο A το οποίο δεν ανήκει στο επίπεδο του Γ . Κωνική επιφάνεια είναι το σύνολο των ευθειών που διέρχονται από το A και τα σημεία του Γ . Οι ευθείες γραμμές επεκτείνονται απεριόριστα και στις δύο πλευρές και έτσι η κωνική επιφάνεια αποτελείται από δύο μέρη, τα οποία ενώνονται με το σημείο A . Βλ. Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 614



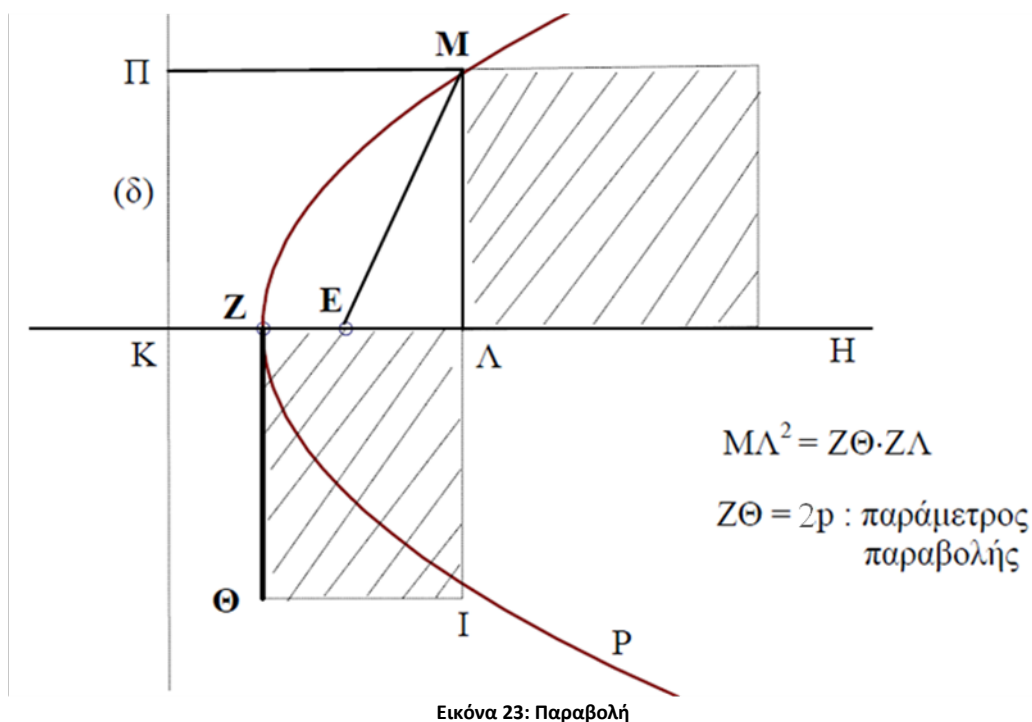
Εικόνα 20: Δημιουργία παραβολής (ΑΓ η γενέτειρα)

Στα 12^ο και 13^ο θεωρήματα, ο Απολλώνιος παρουσιάζει την κατασκευή της υπερβολής, ως τομή επιφανείας ενός κυκλικού κώνου με ένα επίπεδο παράλληλο προς τον άξονά του (βλ. εικόνα 21)

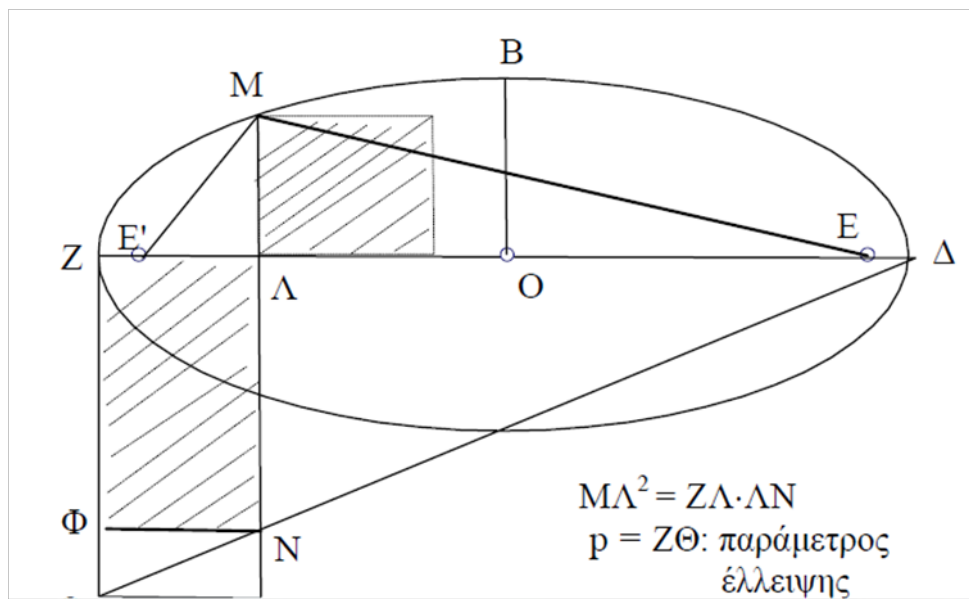


Εικόνα 21: Δημιουργία υπερβολής (ΑΚ άξονας κυκλικού κώνου)

Επίσης ορίζει την έλλειψη ως τομή ενός τυχαίου κυκλικού κώνου με ένα επίπεδο που τέμνει όλες τις γενέτειρές του (βλ. εικόνα 22).

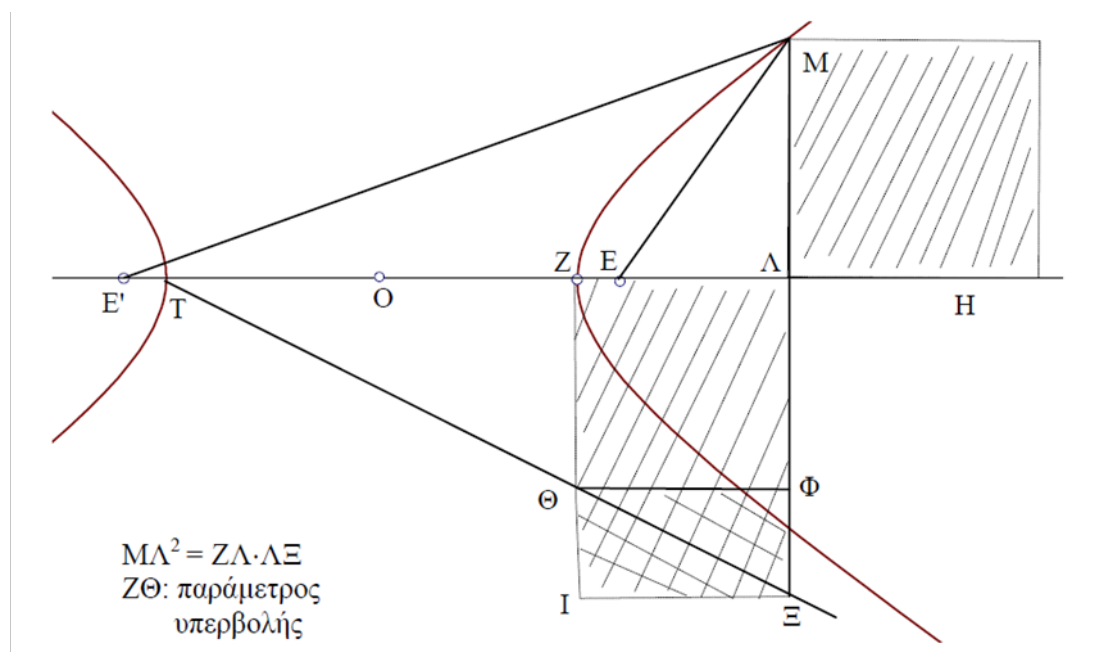


Εάν το τετράγωνο είναι ίσο με ένα ορθογώνιο η μία πλευρά του οποίου είναι μικρότερη από το ευθύγραμμο p έχουμε *έλλειψη*, ενώ αν είναι μεγαλύτερη έχουμε *υπερβολή*. Πιο συγκεκριμένα, ο Απολλώνιος λαμβάνοντας ως «μονάδα σύγκρισης» την κωνική τομή, στην οποία η σταθερή παράμετρος ZO παρουσιάζεται αυτούσια, «παρέβαλλε» τις δύο άλλες κωνικές τομές. Αυτό τον οδήγησε να αποδώσει τον όρο «παραβολή» στη συγκεκριμένη κωνική τομή. Την κωνική τομή, στην οποία το $ZO'(\Lambda N)$ που παρουσιάζεται στο σύμπτωμά της, «ελλείπεται», δηλαδή είναι μικρότερο της παραμέτρου ZO , την ονόμασε *έλλειψη* (βλ. εικόνα 24).



Εικόνα 24: Έλλειψη

Την κωνική τομή, στην οποία το αντίστοιχο ΖΘ'(ΛΞ) που παρουσιάζεται στο σύμπτωμά της, «υπερβάλλει», δηλαδή είναι μεγαλύτερο της παραμέτρου ΖΘ, την ονόμασε «υπερβολή» (βλ. εικόνα 25).



Εικόνα 25: Υπερβολή

Τα ευθύγραμμα τμήματα x και y του σχήματος, ο Απολλώνιος τα ονομάζει «*αποτεμονομένη*» και «*τεταγμένως κατηγμένη* (προς τη διάμετρο)». Από δω προέρχονται οι σημερινοί όροι «*τετμημένη*» και «*τεταγμένη*». Όσον αφορά στο p , ο Απολλώνιος το ονομάζει «*ορθία*» επειδή είναι κάθετο στη διάμετρο, άρα «*όρθιο*». Στην παλιά θεωρία δήλωνε την απόσταση από την κορυφή του κώνου στην οποία το κάθετο επίπεδο έτεμνε τη γενέτειρα.

«Η εξαιρετική τεχνική του και η γενίκευση που επιχειρεί ο Απολλώνιος είναι εκπληκτικές αλλά δεν είναι μόνο αυτά τα οποία τον κατατάσσουν στους μεγάλους μαθηματικούς, το σπουδαιότερο είναι η αλγεβρική σκέψη, η οποία χαρακτηρίζει το έργο του».¹⁵¹

¹⁵¹ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 623

Στο δεύτερο βιβλίο των Κωνικών, το οποίο περιέχει συνολικά 53 προτάσεις και προβλήματα, ο Απολλώνιος ασχολείται με την κατασκευή και τις ιδιότητες των ασύμπτωτων της υπερβολής.¹⁵²

Το τρίτο βιβλίο, όπως αναφέρει στην «Εισαγωγή» του, περιέχει «πολλά και παράδοξα θεωρήματα χρήσιμα για τις συνθέσεις των στερεών τόπων και τους διορισμούς(τις διερευνήσεις των προβλημάτων), από τα οποία τα περισσότερα και ωραιότερα είναι καινούρια, και τα οποία αφού τα ανακαλύψαμε διαπιστώσαμε ότι ο Ευκλείδης δεν είχε βρει την κατασκευή του τόπου επί τριών και τεσσάρων ευθειών¹⁵³, παρά μόνον ένα τυχόν μέρος τους και αυτό όχι με επιτυχία».¹⁵⁴

Το τρίτο βιβλίο αρχίζει με μια σειρά θεωρημάτων σχετικά με την ισότητα εμβαδών. Στις πρώτες προτάσεις μελετώνται οι σχέσεις των εμβαδών των τριγώνων και τετραγώνων τα οποία σχηματίζονται από τις εφαπτόμενες των κωνικών τομών και τις διαμέτρους που άγονται από τα σημεία επαφής¹⁵⁵. Τα επόμενα θεωρήματα αναφέρονται στα ορθογώνια τα σχηματιζόμενα από τμήματα χορδών κωνικών. Επίσης υπάρχουν προτάσεις αναφερόμενες στις ιδιότητες του πόλου και των πολικών, στις κωνικές τομές και γίνεται λόγος για τις εστιακές ιδιότητες των κωνικών, (χωρίς αναφορά στην διευθετούσα).

Στην Πρόταση 51 αναφέρεται η ιδιότητα της υπερβολής σχετικά με τη σταθερή διαφορά, ενώ στην Πρόταση 52 βρίσκουμε την ανάλογη ιδιότητα της έλλειψης. Ο Απολλώνιος τον πρόλογο του α' βιβλίου αναφέρει ότι με τις προτάσεις του Γ' βιβλίου που περιέχει συνολικά 56 προτάσεις γίνεται δυνατή η λύση του προβλήματος του «επί τρεις ή τέσσερις ευθείες τόπου».

¹⁵² Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 631-635

¹⁵³ Πρόκειται για το γνωστό πρόβλημα, που μερικώς επέλυσε ο Ευκλείδης, του καθορισμού του γεωμετρικού τόπου των σημείων για κάθε ένα από τα οποία οι αποστάσεις α , β , γ , δ από τέσσερις δοσμένες ευθείες ικανοποιούν την συνθήκη $\alpha\beta = \epsilon\gamma\delta$, όπου αυτοί οι τόποι είναι κωνικές Βλ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 635

¹⁵⁴ Ε. Σταμάτη, Απολλώνιου Κωνικά τομ. Α' Αθήνα Τ.Ε.Ε. 1975 σσ 196-197

¹⁵⁵ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 636-638

Στο 4^ο βιβλίο που περιέχει 57 προτάσεις ο Απολλώνιος εξετάζει τα αντίστροφα θεωρήματα του 3^{ου} Βιβλίου σχετικά με τις αρμονικές ιδιότητες πόλου και πολικών καθώς «και κατά πόσα σημεία είναι δυνατόν οι κωνικές τομές να συναντώνται μεταξύ τους και με την περιφέρεια του κύκλου».¹⁵⁶ Συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι δυο κωνικές (και η υπερβολή με τους δυο κλάδους) δεν μπορούν να τέμνονται σε περισσότερα από 4 σημεία, ότι μια παραβολή δεν μπορεί να εφάπτεται σε μια άλλη παραβολή σε περισσότερα του ενός σημεία κ.ά.

Σε γενικές γραμμές, όπως χαρακτηριστικά ο ίδιος ο Απολλώνιος αναφέρει, τα τέσσερα πρώτα βιβλία του συγκεκριμένου έργου του αποτελούν μια «στοιχειώδη εισαγωγή»¹⁵⁷ των κωνικών τομών. Δηλαδή, περιέχουν όλους τους ορισμούς και τις θεμελιώδεις προτάσεις, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των κωνικών τομών, τη διατύπωση προτάσεων, καθώς και τη διεξαγωγή αποδείξεων. Αντίθετα, τα υπόλοιπα βιβλία τα χαρακτηρίζει ως «ουσιαστικότερα», με την έννοια ότι αναφέρονται σε πιο συγκεκριμένες ιδιότητες των κωνικών τομών, για τις οποίες χρειάστηκε μια πιο εξειδικευμένη μελέτη.

Στο 5^ο βιβλίο του που περιέχει συνολικά 77 προτάσεις παρατηρούμε την πρωτοτυπία που το χαρακτηρίζει καθώς ο Απολλώνιος μελετά, μεταξύ άλλων, κάθετες σε κωνικές τομές, που θεωρούνται ως μέγιστα και ελάχιστα τμήματα και άγονται προς την καμπύλη από κάποια ειδικά σημεία.¹⁵⁸ Ο Απολλώνιος αποδεικνύει ότι η εφαπτομένη της κωνικής στο άκρο ενός μεγίστου ή ελαχίστου τμήματος είναι κάθετη στο τμήμα. Στο βιβλίο βρίσκουμε και στοιχεία από την θεωρία του κέντρου καμπυλότητας μιας καμπύλης, καθώς και της θεωρίας της ενειλιγμένης καμπύλης. «Με το 5^ο βιβλίο των Κωνικών η ελληνική γεωμετρία αγγίζει ένα από τα πιο υψηλά σημεία πνευματικής δημιουργίας».¹⁵⁹

¹⁵⁶ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 638-639

¹⁵⁷ Κωνικά Απολλώνιου, Πρόλογος 1ου βιβλίου, 21-22

¹⁵⁸ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 639-642

¹⁵⁹ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 640

Στο 6^ο βιβλίο, το οποίο περιέχει 27 προτάσεις και 6 προβλήματα, όπως ο ίδιος αναφέρει στην εισαγωγή του, εξετάζει «προτάσεις σχετικές με τις κωνικές τομές, τα τμήματά τους ίσα και άνισα, όμοια και ανόμοια, τα οποία δεν μελέτησε μέχρι τώρα».¹⁶⁰ Επίσης αναφέρεται σε προβλήματα κατασκευών. Έτσι π.χ. μας λέει πως μπορούμε να βρούμε στην επιφάνεια ενός δοσμένου ορθού κώνου μια έλλειψη, παραβολή, υπερβολή η οποία να είναι ίση με μια δοσμένη έλλειψη, παραβολή, υπερβολή αντίστοιχα. Ενδιαφέρον παρουσιάζει και το τελευταίο πρόβλημα του βιβλίου, στο οποίο ζητά: «Να βρεθεί ορθός κώνος όμοιος με ένα δοσμένο κώνο ο οποίος να δέχεται (ως τομή) δοθείσα έλλειψη».

Το 7^ο βιβλίο, το οποίο περιλαμβάνει συνολικά 51 προτάσεις, όπως αναφέρει στην εισαγωγή του, «περιέχει πολλές καινούριες προτάσεις σχετικές με τις διαμέτρους των τομών, και τα σχήματα τα κατασκευασμένα στις διαμέτρους τους» (δηλαδή ορθογώνια που έχουν βάση αυτές τις διαμέτρους και ύψος την αντίστοιχη παράμετρο).¹⁶¹ Αναφέρεται κυρίως σε θέματα συζυγών διαμέτρων ελλείψεων και υπερβολών. Παραδείγματος χάριν, αποδεικνύεται ότι το άθροισμα (αντίστοιχα η διαφορά) των τετραγώνων δυο οποιωνδήποτε συζυγών διαμέτρων έλλειψης (αντίστοιχα υπερβολής) είναι σταθερό. Επίσης ότι το παραλληλόγραμμο που σχηματίζεται από τις εφαπτόμενες στα άκρα δυο συζυγών διαμέτρων έλλειψης (ή υπερβολής, αλλά στην περίπτωση αυτή η συζυγής διάμετρος βρίσκεται στην συζυγή της υπερβολής) έχει σταθερό εμβαδόν.

Το 8^ο βιβλίο δεν διασώθηκε. Για το περιεχόμενό του, μόνο εικασίες μπορούμε να διατυπώσουμε από τον ίδιο τον Απολλώνιο, ο οποίος αναφέρει στην εισαγωγή του στο 7^ο βιβλίο, πως το 8^ο βιβλίο περιέχει κάποια προβλήματα για τα οποία χρησίμευσε το 7^ο βιβλίο, κωνικών τομών, «τα οποία έλυσα και απέδειξα στο όγδοο βιβλίο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως συνέχεια (του 7^{ου}) του βιβλίου, και το οποίο σκέπτομαι να εκδώσω το ταχύτερον».^{162,163}

¹⁶⁰ βλ Ε. Σταμάτη, *op. cit.* Τομ. Γ' Αθήνα Τ.Ε.Ε. 1976. Σ. 277 και Χ. Φίλη, *οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών*, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 642-644

¹⁶¹ βλ Ε. Σταμάτη, *Απολλώνιου Κωνικά βιβλίο Ζ' Τόμος Δ'* Αθήνα Τ.Ε.Ε. 1976 σ. 3., και Χ. Φίλη, *οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών*, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 644

¹⁶² βλ Ε. Σταμάτη, *op. cit.* τομ. Δ' σ. 3. Και βλ Χ. Φίλη, *οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών*, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7 σελ 646

Τα Κωνικά του Απολλώνιου, είναι μια μεγαλειώδη πραγματεία της αρχαιοελληνικής κληρονομιάς, αποτελούμενη από 387 προτάσεις, η οποία απεικονίζει την ωριμότητα του συγγραφέα και τη τάση του για γενίκευση και ενοποίηση. Για ένα σύγχρονο αναγνώστη, τα Κωνικά είναι από τα πιο δύσκολα έργα της αρχαιότητας τόσο ως προς τη μορφή όσο και ως προς το περιεχόμενο τους. Σε αυτό το έργο απουσιάζει ο συμβολισμός και υπάρχουν πολύπλοκες διατυπώσεις. Αυτά τα δύο στοιχεία, ίσως να εμπόδισαν τους μεταγενέστερους να αξιοποιήσουν τον θησαυρό που έκρυβε. Τα πρώτα τέσσερα βιβλία των Κωνικών έγιναν το πρότυπο πραγματείας και παρέχονταν με στοιχειώδη σχόλια και σημειώσεις από επόμενες γενιές (Υπάτια¹⁶⁴, Σερήνος¹⁶⁵, Ευτόκιος). Από επιζώντες συγγραφείς, ο μόνος με τη μαθηματική ικανότητα να κατανοεί τα αποτελέσματα του Απολλώνιου αρκετά καλά ώστε να επεκταθούν σημαντικά είναι ο Πάππος¹⁶⁶, στον οποίο οφείλουμε τις γνώσεις που έχουμε από το φάσμα της δραστηριότητας του Απολλώνιου σε αυτόν τον κλάδο των μαθηματικών. Γόνιμες ήταν οι εκθέσεις του Πάππου σχετικά με τα χαμένα έργα, οι οποίες διατίθενται σε εξαιρετική λατινική μετάφραση από τον Commandino¹⁶⁷ (δημοσιεύθηκαν το 1588)¹⁶⁸. Από όλο το έργο του Απολλώνιου μόνο τα Κωνικά I-IV συνέχισαν να αντιγράφονται. Η πρώτη πραγματική ώθηση στην πρόοδο των μαθηματικών δίνεται από τη μελέτη των έργων του Απολλώνιου η οποία εμφανίστηκε στην Ευρώπη τον δέκατο έκτο και αρχές του δέκατου έβδομου αιώνα. Ιδιαίτερα τον 17ο αιώνα, το ενδιαφέρον για τις κωνικές ήταν μεγάλο στους μαθηματικούς και φυσικούς με συνέπεια να εμφανιστούν νέα αποτελέσματα και νέοι τρόποι μελέτης τους (προβολές, πολικές, μετασχηματισμοί κλπ). Στην συνέχεια η μελέτη και η διδασκαλία των κωνικών

¹⁶³ Περισσότερες πληροφορίες για τα βιβλία του Απολλώνιου βλ Απολλώνιου Κωνικά, Τόμος Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄, μετάφραση Ε. Σ. Σταμάτη, Έκδοση Τ.Ε.Ε., Αθήνα 1975, 1976

¹⁶⁴ VAN DER WAERDEN B.L., Η Αφύπνιση της Επιστήμης, μετάφραση Γ. Χριστιανίδης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2000, κεφ 8, ενότ 11

¹⁶⁵ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Α΄, Έκδοση Ε.Μ.Ε. Αθήνα, κεφ 4, ενότ 7

¹⁶⁶ VAN DER WAERDEN B.L., Η Αφύπνιση της Επιστήμης, μετάφραση Γ. Χριστιανίδης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2000, κεφ 8, ενότ 9

¹⁶⁷ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β΄, Έκδοση Ε.Μ.Ε., κεφ 18, ενότ 2

¹⁶⁸ Dictionary of scientific biography, εκδ Charles Coulston Gillispie New York, λήμμα Απολλώνιος

τομών στην Ανώτατη Εκπαίδευση παραμερίστηκε, προς όφελος της Παραστατικής και Προβολικής Γεωμετρίας.

Μετά τον Ευτόκιο, για αιώνες έπεσαν σε λήθαργο τα Κωνικά, έως ότου γνωστοί σοφοί φιλόσοφοι να τα ανασυστήσουν και να τα χρησιμοποιήσουν ως εργαλείο έρευνας στα Μαθηματικά και στην Αστρονομία. Μερικοί από αυτούς είναι ο Desargues^{169,170}, ο Fermat¹⁷¹, ο Καρτέσιος^{172,173}, ο Κέπλερ, ο Νεύτωνας, ο Γαλιλαίος¹⁷⁴. Ο Γαλιλαίος, σε σχέση με τις κωνικές τομές απέδειξε ότι η τροχιά ενός βλήματος είναι παραβολή, καθώς και ότι το διάστημα ως συνάρτηση του χρόνου, που διανύει ένα υλικό σημείο που κινείται ελεύθερα σε κεκλιμένο επίπεδο, περιγράφεται από μια δευτεροβάθμια εξίσωση που αντιστοιχεί σε παραβολή. Επίσης υπέθεσε ότι η καμπύλη που σχηματίζει ένα βαρύ και ομογενές νήμα που κρέμεται σε δυο σημεία είναι παραβολή¹⁷⁵. Ο Κέπλερ στο έργο του Νέα Αστρονομία (*Astronomia Nova*) διατύπωσε τους δύο πρώτους νόμους κίνησης των πλανητών: τον νόμο της ελλειπτικότητας των τροχιών τους και τον νόμο της αναλογίας των εμβαδών των χωρίων, που διαγράφονται από την επιβατική τους ακτίνα, και των

¹⁶⁹ “Ο Jan P. Hogendijk στο άρθρο του, Desargues Brouillon project and the Conics of Apollonius. Centaurus Vol. 34 1991 pp. 1-43 υπογραμμίζει την έντονη ιστορική σχέση της μελέτης του Desargues με τα Κωνικά του Απολλώνιου.” Βλ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 670, σημείωση 228

¹⁷⁰ Βλ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 669-681

¹⁷¹ VAN DER WAERDEN B.L., Η Αφύπνιση της Επιστήμης, τόμος Β, μετάφραση Γ. Χριστιανίδης, κεφ 24, ενότ 8-13

¹⁷² Βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 301-306 και Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 682-706

¹⁷³ Ο Καρτέσιος είχε χαρακτηριστεί ως ο πρώτος σύγχρονος φιλόσοφος. Είναι διάσημος για το ότι έκανε μια σημαντική σύνδεση μεταξύ της γεωμετρίας και της άλγεβρας, το οποίο επέτρεψε την επίλυση των γεωμετρικών προβλημάτων μέσω των αλγεβρικών εξισώσεων. Είναι επίσης γνωστός για το γεγονός ότι προώθησε μια νέα αντίληψη της ύλης, η οποία επέτρεψε την καταμέτρηση των φυσικών φαινομένων, μέσω των μηχανικών εξηγήσεων. Ωστόσο, είναι πιο διάσημος για το γεγονός ότι έγραψε ένα σχετικά σύντομο έργο, *Meditationes de Prima Φιλοσοφία* (Διαλογισμοί Στην Πρώτη Φιλοσοφία), που δημοσιεύθηκε το 1641, στο οποίο παρέχει μια φιλοσοφική βάση για τη δυνατότητα των επιστημών. βλ <http://plato.stanford.edu/entries/descartes-works/>

¹⁷⁴ <http://plato.stanford.edu/entries/newton/>

¹⁷⁵ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β', Έκδοση Ε.Μ.Ε., κεφ 21, ενότ 4

χρόνων περιφοράς τους γύρω από τον ήλιο. Στο έργο του Αρμονία του Κόσμου, (Harmonica Mundi, 1619) διατυπώνεται ο τρίτος νόμος: τα τετράγωνα των περιόδων περιφοράς των πλανητών είναι ανάλογα με τους κύβους των μεγάλων ημιαξόνων των τροχιών τους. (Η απόδειξη των νόμων αυτών έγινε αργότερα από τον Νεύτωνα). Ήταν ο αυτός που εισήγαγε την λέξη focus (εστία) στις κωνικές τομές και προσδιόρισε με προσέγγιση την περίμετρο της έλλειψης με ημιάξονες α , β ως ίση με $\pi(\alpha+\beta)$. Οι νόμοι του Kepler δυνάμωσαν το ενδιαφέρον για τις κωνικές τομές και ήταν ένα ισχυρότατο κίνητρο για να αρχίσει εκ νέου η μελέτη τους¹⁷⁶. Ο Desargues και ο Pascal αναβίωσαν τη μελέτη της προβολικής γεωμετρίας και η σχέση μεγάλου μέρους της δουλειάς του Απολλώνιου με κάποια βασική σύγχρονη θεωρία πραγματοποιήθηκε¹⁷⁷. Το 1639 δημοσιεύθηκε στο Παρίσι το σπουδαίο έργο του Desargues με τίτλο Σχεδίασμα για τα συμβαίνοντα κατά τις συναντήσεις ενός κώνου μ' ένα επίπεδο (Brouillon – Projet d' une Atteinte aux Evenemens des Rencontres d' un Cone avec un Plan). Στο έργο του εισάγει νέα ορολογία και αναφέρεται σε θέματα σχετικά με την μέθοδο προοπτικής απεικόνισης αντικειμένων. Το έργο αυτό είχε ξεχαστεί επί πολλά χρόνια, μέχρι που έπεσε στα χέρια του Γάλλου γεωμέτρη Michel Chasles (1793-1890) ένα αντίγραφο της πραγματείας αυτής το οποίο είχε γραφεί από τον μαθητή του Desargues, Philippe de la Hire (1640-1718)¹⁷⁸. Από τότε η συμβολή του αναγνωρίζεται ως μια από τις σπουδαιότερες στην θεμελίωση του νέου κλάδου της συνθετικής Προβολικής Γεωμετρίας, της Γεωμετρίας δηλαδή που είναι απαλλαγμένης μετρικών σχέσεων. Ανακάλυψε διάφορα νέα θεωρήματα στις κωνικές τομές. Εις τον Desargues αποδίδεται και το ομώνυμο θεώρημα των προοπτικών τριγώνων, το οποίο κατέχει κεντρική σημασία, μαζί με το θεώρημα του Πάππου, στην θεμελίωση της Προβολικής Γεωμετρίας. Επίσης σ' αυτόν αποδίδεται και το θεώρημα της ενέλιξης καθώς και το θεώρημα των έξι 6 σημείων. Ο Pascal δημοσίευσε το 1640 ένα φυλλάδιο με τίτλο Δοκίμιο επί των Κωνικών (Essay pour les coniques). Πρόκειται, όπως ο ίδιος αναγνωρίζει, για εφαρμογές σε μεθόδους που είχε επινοήσει ο Desargues. Τα ευνοϊκά σχόλια που δέχτηκε για το έργο του αυτό, τον ενθάρρυναν να το συμπληρώσει και να δημιουργήσει έτσι μια πραγματεία για τις κωνικές τομές, χωρίς όμως να την τελειώσει¹⁷⁹. Ο Νεύτωνα ήταν υπέρμαχος των

¹⁷⁶ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β', Έκδοση Ε.Μ.Ε., κεφ 21, ενot 5

¹⁷⁷ Dictionary of scientific biography, εκδ Charles Coulston Gillispie New York, λήμμα Απολλώνιος

¹⁷⁸ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β', Έκδοση Ε.Μ.Ε. Αθήνα, κεφ 27, ενot 1

¹⁷⁹ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β', Έκδοση Ε.Μ.Ε. Αθήνα, κεφ 25, ενot 2,4

μεθόδων των αρχαίων Ελλήνων γεωμετρών. Περιβόητη είναι η προτίμηση του Νεύτωνα για την μελέτη των κωνικών, χρησιμοποιώντας τις μεθόδους του Απολλώνιου. Στο περίφημο βιβλίο του (Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας) (1687) ασχολείται μεταξύ των άλλων και με τις κωνικές τομές στα κεφάλαια IV και V. Στο κεφάλαιο IV ασχολείται με την γεωμετρική κατασκευή μιας κωνικής όταν δίνονται οι εστίες της (και ορισμένα άλλα δεδομένα), ενώ στο κεφάλαιο V όταν δίνονται πέντε δεδομένα, σημεία ή εφαπτόμενες. Επίσης στον Νεύτωνα οφείλεται η μέθοδος γέννησης κωνικών με περιβάλλουσες ευθείες καθώς και διάφοροι τρόποι γένεσης κωνικών¹⁸⁰.

¹⁸⁰ LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β΄, Έκδοση Ε.Μ.Ε Αθήνα., κεφ 28, ενot 4

5. ΚΟΠΕΡΝΙΚΟΣ ΚΑΙ ΚΕΠΛΕΡ

Ο πρώτος από τους φημισμένους αστρονόμους της Αναγέννησης ήταν ο Πολωνός Νικόλαος Κοπέρνικος (1473-1543), κληρικός και αστρονόμος. Ο Κοπέρνικος¹⁸¹ (βλ. εικόνα 26) θεωρούσε το γεωκεντρικό σύστημα υπερβολικά

¹⁸¹ Ο Νικόλαος Κοπέρνικος (19-02-1473) γεννήθηκε από πατέρα έμπορο στο Thorn της τότε Πολωνίας με καταγωγή από το Koerperning. Σε ηλικία 10 ετών έχασε τον πατέρα του και μεγάλωσε υπό την κηδεμονία του ιερωμένου θείου του (αδελφού της μητέρας). Απέκτησε τις πρώτες γνώσεις στο εκκλησιαστικό σχολείο και στη συνέχεια σπούδασε Μαθηματικά, Αστρονομία και «τον Αριστοτέλη» στην Κρακοβία. Το 1495 προώθησε ο θείος, ο οποίος εντωμεταξύ είχε γίνει επίσκοπος στο Heilsberg, μια θέση πρεσβύτερου σε εκκλησία της περιοχής Ermland (ανατολική Πρωσία). Από εκεί πήρε ο Κοπέρνικος άδεια για να σπουδάσει μέχρι το έτος 1500 «Κανονικό Δίκαιο» στη Μπολόνια και τη Ρώμη. Από το 1501 σπούδασε Ιατρική και Νομικά στην Πάδοβα και στη Φεράρα, παράλληλα ασχολήθηκε με την εκμάθηση της ελληνικής γλώσσας και πάντα έκανε αστρονομικές παρατηρήσεις.

Από το έτος 1512 ανέλαβε ο Κοπέρνικος θέση υπευθύνου στο κάστρο Frauenburg της Ανατολικής Πρωσίας και παράλληλα επιδόθηκε σε εκτεταμένες αστρονομικές παρατηρήσεις και μελέτες. Ο θείος προθυμοποιήθηκε να τον προωθήσει σε θέση επισκόπου, αλλά ο ανιψιός δεν φαίνεται να ενδιαφερόταν, γι' αυτό ανέλαβε τη διαχείριση των εκκλησιαστικών κτημάτων στην περιοχή του Ermland και εκπροσωπούσε την τοπική Εκκλησία στις συνελεύσεις του πρωσικού κοινοβουλίου.

Στην πρώσιμη πόλη Allenstein (σήμερα πολωνικά: Olsztyn) πραγματοποίησε ο Κοπέρνικος εκτεταμένες μελέτες για τον Ήλιο και τους πλανήτες και διαπίστωσε ότι το γεωκεντρικό σύστημα του αλεξανδρινού αστρονόμου Πτολεμαίου που ίσχυε για πολλούς αιώνες, δεν έδινε επαρκείς απαντήσεις στις μακροπρόθεσμες προβλέψεις για τη θέση των πλανητών. Έτσι, περί το 1507 μελέτησε την ιδέα του Αρίσταρχου του Σάμιου να θεωρηθεί ο Ήλιος αντί της Γης ως «ακίνητο κέντρο» του πλανητικού συστήματος. Στη συνέχεια επεξεργάστηκε το ηλιοκεντρικό πλανητικό σύστημα, στο οποίο περιέγραψε τον ετήσιο κύκλο της Γης περί τον Ήλιο, αλλά πάλι σε κυκλικές τροχιές και εξήγησε την ημερήσια περιστροφή των απλανών αστέρων του ουρανού ως ιδιοπεριστροφή της Γης περί τον άξονά της.

Το σύστημα αυτό ήταν μεν απλούστερο για τους υπολογισμούς των Αστρονόμων, είχε όμως επίσης πολλά ανεξήγητα σημεία, λόγω της προσήλωσης του Κοπέρνικου στις φιλοσοφικά «τέλειες» κυκλικές τροχιές. Αφού το «σύμπαν», όπως ονομαζόταν τότε το ηλιακό μας σύστημα, ήταν τέλειο, έπρεπε και οι τροχιές των πλανητών να είναι τέλειες και ως τέλεια τροχιά θεωρείτο ήδη από την ελληνική Αρχαιότητα μόνο η κυκλική.

Ο Κοπέρνικος δίστασε όμως για μακρό χρονικό διάστημα να δημοσιεύσει αυτές τις ιδέες του, οι οποίες ήταν για την εποχή του επαναστατικές και ήξερε ότι θα εύρισκαν αντίθετη την Εκκλησία. Το επτάτομο κύριο έργο του «Περί των Περιστροφών των Ουράνιων Σφαιρών», δημοσιεύτηκε το έτος 1543, λίγο πριν από το θάνατο του συγγραφέα του και ετέθη τελικά το έτος 1616, μετά από 70 χρόνια και όταν άρχισαν και άλλοι ερευνητές να το επικαλούνται (Γαλιλαίος κ.ά.), στον κατάλογο των απαγορευμένων βιβλίων του Βατικανού ως «αντίθετο με την Αγία Γραφή».

πολύπλοκο, γι' αυτό και στο έργο του *Commentariolus*^{182,183} υποστήριζε το πιο απλό ηλιοκεντρικό σύστημα, με τη Γη να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα της μία φορά την ημέρα και να περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο μία φορά το χρόνο. Με αυτόν τον τρόπο μπορούσε να εξηγηθεί η ανάδρομη κίνηση των πλανητών χωρίς τη χρήση επικύκλων, αφού οι εσωτερικοί πλανήτες κινούνται πιο γρήγορα από τους εξωτερικούς¹⁸⁴.



Εικόνα 26: Κοπέρνικος

Το γεωκεντρικό σύστημα ήταν λίγο πλάγιο στο θέμα των ομοιόμορφων πλανητικών ταχυτήτων. (Μια τεχνική ατέλεια στο σχέδιο του Πτολεμαίου, τον ανάγκασε για να διατυπώσει την ηλιοκεντρική θεωρία του). Στο σύστημα αυτό, κάθε πλανήτης θα εμφανιζόταν να κινείται σε ένα σταθερό ρυθμό (κάτι που υποστήριζε κι ο Πλάτωνας) μόνο εάν θα μπορούσε να φανεί από ένα υποθετικό

Με τη δημοσίευση αυτού του βιβλίου αρχίζει η εποχή της λεγόμενης *επιστημονικής επανάστασης*, με την οποία αναιρούνται σταδιακά οι επικρατούσες αριστοτελικές απόψεις και διάφορες θρησκευτικές ιδεοληψίες της εποχής και αρχίζει να τίθεται η επιστήμη σε ορθολογικές βάσεις. Βλ <http://plato.stanford.edu/entries/copernicus/>

¹⁸² Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 720, σημείωση 426

¹⁸³ http://library.panteion.gr:8080/dspace/bitstream/123456789/2169/1/kopernikos_oytopia_16.pdf

¹⁸⁴ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 230

σημείο στο διάστημα, αποκαλούμενο εξισορροπητικό. Αν και οι περισσότεροι το δέχονταν χωρίς περαιτέρω έρευνα, ο τελειομανής Κοπέρνικος ενοχλήθηκε από αυτό το υποθετικό σημείο¹⁸⁵. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο μόνος τρόπος να διατηρηθεί το φαινόμενο των τέλειων κύκλων και των ομοιόμορφων ταχυτήτων¹⁸⁶, ήταν να τοποθετηθεί ο ήλιος στο κέντρο του ηλιακού συστήματος¹⁸⁷ (βλ. εικόνα 27).



Εικόνα 27: Ηλιοκεντρικό σύστημα Κοπέρνικου

Ο Κοπέρνικος έκανε ένα μεγάλο άλμα προς τα εμπρός αναγνωρίζοντας ότι οι κινήσεις των πλανητών θα μπορούσαν να ερμηνευθούν με την τοποθέτηση του Ήλιου στο κέντρο του Κόσμου αντί για τη Γη. Κατά την άποψη του, η Γη ήταν απλά ένας από πολλούς πλανήτες που περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο, και η καθημερινή κίνηση των αστεριών και των πλανητών ήταν ακριβώς μια αντανάκλαση

¹⁸⁵ βλ. G.E.R. Lloyd, η Ελληνική Επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα, κεφ 8 σελ 153

¹⁸⁶ Ο Κοπέρνικος διατήρησε τόσο τις κυκλικές κινήσεις όσο και τις ομαλές ταχύτητες. Βλ. Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 239

¹⁸⁷ http://www.lifeinbalance.gr/portal/index.php?option=ozo_content&perform=view&id=276&Itemid=57

της περιστροφής της Γης στον άξονα της. Οι υποθέσεις του Έλληνα αστρονόμου Αρίσταρχου του Σάμιου¹⁸⁸ και η πίστη των Πυθαγορείων στην ηλιοκεντρική θεωρία αποτέλεσαν τη βάση των συλλογισμών του Κοπέρνικου.¹⁸⁹ Αν και ο Αρίσταρχος ανέπτυξε την ίδια υπόθεση 1500 χρόνια νωρίτερα, ο Κοπέρνικος ήταν το πρώτο πρόσωπο που υποστήριξε τις ιδέες του στην σύγχρονη εποχή¹⁹⁰. Γιατί όμως χρειάστηκαν 1800 χρόνια για να καθιερωθεί από τον Κοπέρνικο και τον Γαλιλαίο^{191,192,193} η ηλιοκεντρική θεωρία, ενώ είχε διατυπωθεί ως υπόθεση από τις αρχές του 3ου π.Χ. αιώνα; Η απάντηση έχει δύο σκέλη.

Από τη μια πλευρά, οι φυσικοί νόμοι που προϋποθέτει το μοντέλο του Αρίσταρχου ήταν δύσκολο να σταθούν απέναντι στη συστηματική φυσική του Αριστοτέλη που στηριζόταν στην εμπειρία των ανθρώπων¹⁹⁴. Δηλαδή, αν η Γη ήταν σε κίνηση γύρω από τον Ήλιο, τότε γιατί οι άνθρωποι δεν αισθάνονταν αυτήν την κίνηση; Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, για να κινηθούμε, κάτι μας υποχρεώνει να το κάνουμε, και επομένως θα έχουμε πλήρη συνείδηση της κίνησής μας. Από την άλλη πλευρά, το μοντέλο του Αρίσταρχου είχε κοινωνικές και θρησκευτικές προεκτάσεις που θα μπορούσαν να

¹⁸⁸ Το ηλιοκεντρικό σύστημα έπρεπε να ονομάζεται αριστάρχειο και όχι κοπερνίκειο, προς τιμήν του Αρίσταρχου, του κύριου εισηγητή της ηλιοκεντρικής θεωρίας. Βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 237 και ¹⁸⁸ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 722, σημείωση 430

¹⁸⁹ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 226

¹⁹⁰ Αυτό που έκανε ο Κοπέρνικος ήταν να αποδείξει μαθηματικά ότι ένα τέτοιο μοντέλο θα μπορούσε να λειτουργήσει και ότι ήταν, τουλάχιστον θεωρητικά, απλούστερο από το μοντέλο του Πτολεμαίου. (Σοφία της επιστήμης, Αθήνα 1993, σελ. 66) βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 237

¹⁹¹ <http://plato.stanford.edu/entries/galileo/>

¹⁹² Αναλυτικά βλ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3

¹⁹³ Το έτος 1633 η Ιερά εξέταση κάλεσε τον Γαλιλαίο με την κατηγορία της υποστήριξης από μέρους του της «Κοπερνίκειας» θεωρίας. Σύμφωνα με το μύθο, ο Γαλιλαίος τελειώνοντας την απαγγελία της «απαρνήσεως» των πεποιθήσεών του, που έκανε γονατιστός μπροστά στην Ιερά Εξέταση και καθώς σηκωνόταν, ψιθύρισε: «Και όμως κινείται» (βλ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3, σελ 88 και 129)

¹⁹⁴ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 725

υπονομεύσουν την ιδέα της τελειότητας του ουράνιου κόσμου. Μια ιδέα που είχε προταθεί από τον Πλάτωνα, είχε υποστηριχθεί από τον Αριστοτέλη και είχε γίνει αποδεκτή τόσο από τον αρχαίο ελληνικό κόσμο όσο και, αργότερα, από το χριστιανισμό.^{195,196} Για όλους αυτούς τους λόγους οι κοσμολογικές απόψεις του Αριστοτέλη και αργότερα του Πτολεμαίου διατηρήθηκαν ακλόνητες μέχρι και τις αρχές του 17ου αιώνα.

Οι μόνοι από τους μεταγενέστερους διανοητές που αναγνώρισαν την ορθότητα της ηλιοκεντρικής ιδέας του Αρίσταρχου ήταν ο Σέλευκος από τη Σελεύκεια (1ος π.Χ. αι.)¹⁹⁷ και ο φιλόσοφος-αυτοκράτορας Ιουλιανός ο Παραβάτης^{198,199} (4ος .Χ.). Η νέα θεωρία δεν αποδείχθηκε δημοφιλής κι ένας από

¹⁹⁵ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 724

¹⁹⁶ Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003, κεφ 5, σελ 175

¹⁹⁷ Ο Σέλευκος ο Ερυθραίος ή αλλιώς ο Σελεύκειος ήταν Έλληνας μαθηματικός, γεωγράφος και αστρονόμος που άκμασε γύρω στον 2ο αιώνα π.Χ στη Σελεύκεια επί του Τίγρη ποταμού, απ' όπου και η επωνυμία του, Σέλευκος από την Σελεύκεια. Μνημονεύεται από τον Πλούταρχο, τον Στοβαίο, τον Σέξτο τον Εμπειρικό και τον Στράβωνα. Πιστεύεται πως έλυσε πολλά αστρονομικά προβλήματα της εποχής του με κυρίαρχο εκείνο της περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της και γύρω από τον Ήλιο (Πλουτ. Πλατωνικά Ζητήματα).) βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 4, σελ 157

¹⁹⁸ Ιουλιανός ο Παραβάτης στο έργο του Εισ βασιλέα Ήλιον_: Οι τε γαρ πλάνητες εύδηλον ότι περί αυτόν τον Ήλιον χορεύοντες ... βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 5, σελ 183

τῶν ἄλλων ἀστέρων ὑπάρχει; πῶς οὖν οὐκ ἐκ τούτων ἤδη καὶ περὶ τῶν θειοτέρων πιστεύομεν, ὥς ἄρα καὶ τὰ ὑπὲρ τὸν οὐρανὸν ἀφανῆ καὶ θεῖα νοερῶν θεῶν γένη τῆς ἀγαθοειδοῦς ἀποπληροῦται παρ' αὐτοῦ δυνάμεως, ᾧ πᾶς μὲν ὑπεῖκει χορὸς ἀστέρων, ἔπεται δὲ ἡ γένεσις ὑπὸ τῆς τούτου κυβερνωμένη προμηθείας; οἱ μὲν γὰρ πλάνητες ὅτι περὶ αὐτὸν ὡσπερ βασιλέα χορεύοντες ἐν τισιν ὁρισμένοις πρὸς αὐτὸν διαστήμασιν ἀρμοδιώτατα φέρονται κύκλοι, στηριγμούς τινας ποιούμενοι καὶ πρόσσω καὶ ὀπίσσω πορεύειν, ὥς οἱ τῆς σφαιρικῆς ἐπιστήμονες θεωρίας ὀνομάζουσι τὰ περὶ αὐτοὺς φαινόμενα, καὶ ὥς τὸ

τους λόγους ήταν το γεγονός ότι δεν έσωζε τα φαινόμενα: δεν εξηγούσε καλύτερα από την παλιά τις κινήσεις των πλανητών.²⁰⁰ Η απόρριψη του γεωκεντρισμού δεν ήταν αρκετή. Έπρεπε να εγκαταλειφθεί και η πυθαγόρεια ιδέα της κυκλικής τροχιάς των πλανητών.

Στο ηλιοκεντρικό σύστημα²⁰¹ του Κοπέρνικου όταν παρατηρούμε τους εξωτερικούς πλανήτες φαίνονται μερικές φορές να 'γυρίζουν' προσωρινά πίσω και μετά να κινούνται κανονικά. Έτσι εξηγήθηκε η ανάδρομος κίνηση χωρίς την ανάγκη επικύκλων όπως στο σύστημα του Πτολεμαίου. Αντί λοιπόν ο Ήλιος να είναι ένας από τους επτά κινούμενους πλανήτες, τοποθετήθηκε στο κέντρο του πλανητικού συστήματος ενώ η Γη μετακινήθηκε και έγινε ο τρίτος πλανήτης του ηλιακού πια συστήματος. Τέλος η Σελήνη ανεξαρτητοποιήθηκε από τον Ήλιο και παρέμεινε σε τροχιά γύρω από τη Γη.

*τῆς σελήνης αὖξεται καὶ λήγει φῶς, πρὸς τὴν ἀπόστασιν
ἡλίου πάσχα, πᾶσι που δῆλον. Πῶς οὖν οὐκ εἰκότως καὶ
τῆς πρεσβυτέρων τῶν σωμάτων ἐν τοῖς νοεροῖς θεοῖς
διακόσμησιν ὑπολαμβάνομεν ἀνάλογον εἶχειν τῇ τοιαύτῃ
τάξει; λάβωμεν οὖν ἐξ ἀπάντων τὸ μὲν τελεσιουργὸν ἐκ
τοῦ παντός ἀποφαίνειν ὁρᾶν τὰ ὁρατικά (τελειοῖ γὰρ
αὐτὰ διὰ τοῦ φωτός), τὸ δὲ δημιουργικὸν καὶ γόνιμον
ἀπὸ τῆς περὶ τὸ ζύμπαν μεταβολῆς, τὸ δὲ ἐν ἐνὶ πάντων
συνεκτικὸν ἀπὸ τῆς περὶ τὰς κινήσεις πρὸς ἐν καὶ τὸ αὐτὸ
συμφωνίας, τὸ δὲ μέσον ἐξ ἑαυτοῦ μέσου, τὸ δὲ τοῖς
νοεροῖς αὐτὸν ἐνδρῶσθαι βασιλέα ἐκ τῆς ἐν τοῖς πλανα-
μένοις μέσης τάξεως.*

(β λ . Ιουλιανός, Άπαντα 3, Εἰς τοὺς ἀπαιδεύτους κύνας-Συμπόσιον ἢ Κρόνια-Εἰς τὸν βασιλέα Ἥλιον πρὸς Σαλούστιον, σειρά Αρχαία Ἑλληνικὴ Γραμματεία «Οἱ Ἕλληνες», εκδ Κάκτος Αθήνα 1994, σελ 203)

¹⁹⁹ Χ. Φίλη, οἱ Αρχαιοελληνικὲς Καταβολὲς τῶν Συγχρόνων Μαθηματικῶν, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 723

²⁰⁰ Σ. Θεοδοσίου, ἡ Εκθρόνιση τῆς Γῆς, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 239

²⁰¹ Γαβρόγλου Κώστας - Σπύρος Τζόκας, "Απὸ τὴν ἀρχαία ἑλληνικὴ ἐπιστῆμη στὴν ἐπιστημονικὴ ἐπανάσταση - Πρόσωπα που σημάδεψαν τὴν εξέλιξη τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψης καὶ τοῦ ευρωπαϊκοῦ πολιτισμοῦ: Φιλόλαος", σελ 63 στο: <http://themes.protounoulia.org/>

Ο Κοπέρνικος χώρισε τους πλανήτες σε δυο ομάδες: αυτούς που βρίσκονται στο εσωτερικό της γήινης τροχιάς και αυτούς που βρίσκονται στο εξωτερικό της. Καθόρισε την διάταξη των πλανητών η οποία στο πτολεμαϊκό σύστημα έμοιαζε αυθαίρετη. Οι αποστάσεις των πλανητών από τον Ήλιο καθώς και οι τροχιακές περίοδοι τους υπολογίστηκαν και αποδείχτηκε ότι συνδέονται αρμονικά. Η κίνηση της Γης έδωσε μια εύκολη ερμηνεία της ανάδρομης κίνησης του Άρη, του Δία και του Κρόνου.

Το 1543 - χρονολογία του θανάτου του Κοπέρνικου - εκδόθηκε το επαναστατικό του έργο «Περί της περιστροφής των ουρανίων σφαιρών»^{202,203}, το οποίο υιοθετήθηκε

²⁰² Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 720, σημείωση 425

²⁰³ «Το 1543 ο Κοπέρνικος δημοσιεύει το «Περί της περιστροφής των ουρανίων σφαιρών». Το βιβλίο του Κοπέρνικου θεωρείται σταθμός στην ιστορία των επιστημών, αφού εγκαινιάζει μια νέα αντίληψη για τη φύση, τοποθετώντας τον Ήλιο στο κέντρο του κόσμου.

Η πραγματεία αποτελείται από 6 βιβλία. Το πρώτο βιβλίο περιέχει μια γενική περιγραφή του συστήματος του κόσμου. Στο κέντρο του συστήματος βρίσκεται ο Ήλιος και όχι η Γη. Ο Κοπέρνικος υποστηρίζει ότι αυτό που παρατηρούμε καθημερινά στο στερέωμα είναι το αποτέλεσμα της περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονα της. Η ετήσια κίνηση του Ήλιου είναι η επίφαση της πραγματικής περιστροφικής κίνησης της Γης γύρω από τον Ήλιο κάθε χρόνο. Οι ανάδρομες κινήσεις της είναι προβολές του ίδιου αιτίου σε συνδυασμό με τις δικές του κινήσεις. Η απόσταση Ήλιου-Γης είναι πολύ μικρή σε σύγκριση με τις τεράστιες αποστάσεις που χωρίζουν τη Γη από τους απλανείς αστέρες, τις οποίες όμως είναι δύσκολο να υπολογίσει, γιατί τα διαθέσιμα αστρονομικά όργανα της εποχής δεν ήταν δυνατόν να κάνουν τις αντίστοιχες μετρήσεις. Το δεύτερο βιβλίο περιέχει έναν αστρονομικό κατάλογο, βασισμένο σε πηγές της αρχαίας και της σύγχρονης του αστρονομίας. Τα υπόλοιπα τέσσερα βιβλία περιέχουν λεπτομερείς γεωμετρικές τεχνικές και τριγωνομετρικές μεθόδους για την πρόβλεψη των κινήσεων των πλανητών, ως προς τη Γη και τον Ήλιο, μαζί με τις πραγματικές κινήσεις της Γης και της Σελήνης.

Η εκτύπωση του βιβλίου ολοκληρώθηκε στη Νυρεμβέργη το 1543, υπό την επίβλεψη του εκδότη Αντρέα Οζιάντερ. Θέλοντας να προλάβει τις αντιδράσεις από θρησκευτικούς κύκλους, πήρε την απόφαση να προλογίσει το "De revolutionibus". Στον πρόλογο, ο Οζιάντερ παρουσίασε την ηλιοκεντρική πρόταση του Κοπέρνικου μόνο ως υπόθεση, ως μαθηματικό τέχνασμα, με απώτερο στόχο να περιγράψει τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, ούτως ώστε το σύστημά του να χαρακτηρίζεται από μαθηματική συνέπεια και όχι να ανταποκρίνεται στη φυσική πραγματικότητα. Ο ίδιος ο Κοπέρνικος αποφεύγει να πάρει συγκεκριμένη θέση. Παρ' όλα αυτά, στην εισαγωγή του βιβλίου παρουσιάζει για πρώτη φορά στην ιστορία της επιστήμης μια θέση τομή για τη νομιμοποίηση της επιστημονικής δραστηριότητας από εκείνη την περίοδο και μετά. Αγνωρίζει τους σχολαστικούς φιλοσόφους και τους θεολόγους, που έως τότε θεωρούνταν αποκλειστικοί κάτοχοι της γνώσης των ουρανών, και διεκδικεί τον χώρο των αστρονόμων, υποστηρίζοντας την άποψη ότι η αστρονομία είναι για τους αστρονόμους. Με το ρητορικό αυτό επιχείρημα, ο Κοπέρνικος, ορίζει ότι οι ενασχολήσεις με τη

άμεσα από όσους ενδιαφέρονταν να μελετήσουν τις θέσεις των πλανητών. Τον 15^ο αιώνα το πτολεμαϊκό σύστημα αρχίζει να μην βρίσκει πια τόσο αφοσιωμένους οπαδούς. Τρεις είναι οι αιτίες: «Οι πρόσφατες γεωγραφικές ανακαλύψεις καθιστούν φανερή την απόκλιση του από την πραγματικότητα»²⁰⁴. Το κοπερνίκαιο σύστημα έχει απλούστερους υπολογισμούς και υπερέχει μαθηματικά. Επιστρέφοντας στο έργο του «Περί της περιστροφής των ουρανίων σφαιρών» ουσιαστικά παρουσιάζει την τροποποίηση της θεωρίας του Πτολεμαίου για μια κινούμενη Γη. Σε αυτό το σύστημα η Γη περιστρεφόταν γύρω από τον εαυτό της σε 24 ώρες, η Σελήνη γύρω από τη Γη και οι αστέρες ήταν ακίνητοι αλλά με φαινόμενη κίνηση εξαιτίας της γήινης περιστροφής. Αν και το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου εξήγησε αυτόματα τη μεταβαλλόμενη λαμπρότητα των πλανητών λόγω της μεταβαλλόμενης απόστασής τους από τη Γη αλλά και την ανάδρομή κίνησή τους με στοιχεία γεωμετρίας και με βάση την ιδέα της ταχύτερης κίνησης των πλανητών με τις μικρότερες τροχιές, διατήρησε την ιδέα της κυκλικής τροχιάς και των επικύκλων, αν και χρησιμοποίησε λιγότερους από το Πτολεμαϊκό.²⁰⁵

Το μοντέλο του Κοπέρνικου ερμήνευε γιατί οι δύο πλανήτες που είναι πιο κοντά στον Ήλιο, ο Ερμής και η Αφροδίτη, δεν απομακρύνονται ποτέ μακριά από τον Ήλιο πάνω στον ουρανό²⁰⁶ και έτσι επέτρεψε στον Κοπέρνικο να υπολογίσει για πρώτη φορά κατά προσέγγιση, την κλίμακα του ηλιακού μας συστήματος. Βέβαια το μοντέλο του Κοπέρνικου είχε προβλήματα. Ήταν ακόμα προσκολλημένος στην κλασσική ιδέα ότι οι πλανήτες πρέπει να κινούνται σε κυκλικές τροχιές με σταθερές ταχύτητες, όπως έλεγε και ο Πτολεμαίος, και στο μοντέλο του οι τροχιές ήταν κυκλικές μέσα σε άλλους κύκλους για να μπορέσει να προβλέψει με λογική ακρίβεια τις θέσεις των πλανητών. Δεν τόλμησε να εγκαταλείψει τις κυκλικές

φύση και τα φαινόμενά της αφορούν αποκλειστικά τους μαθηματικούς και όχι τους θεολόγους ή τους φιλοσόφους, οι οποίοι πρέπει να ασχολούνται με τα θεολογικά ζητήματα».

Βλ Γαβρόγλου Κώστας - Σπύρος Τζόκας, "Από την αρχαία ελληνική επιστήμη στην επιστημονική επανάσταση - Πρόσωπα που σημάδεψαν την εξέλιξη της επιστημονικής σκέψης και του ευρωπαϊκού πολιτισμού: Φιλόλαος", σελ 60 στο: <http://themes.protonoulia.org/>

²⁰⁴ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 722

²⁰⁵ Ε-Π Χριστοπούλου & Χ. Γούδης, «Εισαγωγή στην Αστρονομία και Αστροφυσική», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εκδόσεις Παν/μίου Πατρών, κεφ 1, σελ 4-5

²⁰⁶ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 238

τροχιές (οι αληθείς τροχιές των πλανητών είναι ελλειπτικές), με αποτέλεσμα να αναγκαστεί να διατηρήσει τους επίκυκλους του Πτολεμαίου²⁰⁷. Δε μπόρεσε να απαλλαγεί εντελώς από αυτούς, καθώς δεν τόλμησε να αμφισβητήσει την αριστοτελική άποψη περί ομαλής κυκλικής κίνησης των ουράνιων σωμάτων²⁰⁸.

Παρά τη βασική αλήθεια του μοντέλου του, ο Κοπέρνικος δεν απέδειξε ότι η Γη κινείται γύρω από τον Ήλιο. Αυτή η άποψη αφέθηκε για τους επόμενους αστρονόμους. Το έργο του Κοπέρνικου αποτέλεσε τη βάση για την εξέλιξη της σύγχρονης Αστρονομίας και άνοιξε το δρόμο για τους αστρονόμους της επόμενης γενιάς, όπως ο Κέπλερ και ο Γαλιλαίος, αλλά και την Επιστημονική επανάσταση του 17ου αιώνα²⁰⁹. Ακόμα ο τίτλος του έργου είχε και από μόνος του ιστορική επίδραση καθώς έδωσε το λατινικό όνομα *revolutio* (περιστροφή, περιφορά)²¹⁰ σε κάθε αιφνίδια και θεμελιώδη μεταβολή στη σκέψη ή και στην κοινωνία (*revolution* = επανάσταση).

Ο Johannes Kepler^{211,212} (1571 -1630) ήταν ένας ιδιοφυής Γερμανός, ακούραστος ερευνητής, μυστικιστής και διακεκριμένος μαθηματικός, ο οποίος

²⁰⁷ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 239

²⁰⁸ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 239

²⁰⁹ Ε-Π Χριστοπούλου & Χ. Γούδης, «Εισαγωγή στην Αστρονομία και Αστροφυσική», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εκδόσεις Παν/μίου Πατρών, κεφ 1, σελ 5

²¹⁰ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 720, σημείωση 423

²¹¹ Περισσότερα βιογραφικά βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6 σελ 274

²¹² Γεννήθηκε στο Βάιλ ντερ Στατ της Βιτεμβέργης, μάλλον από φτωχή οικογένεια, αφού ο πατέρας του Heinrich, εγκατέλειψε την οικογένειά του όταν ο Γιοχάνες ήταν σε μικρή ηλικία. Έζησε στερημένη ζωή βοηθώντας στο πανδοχείο του παππού του, και σπούδασε χάρη στην χορήγηση υποτροφίας που του έδωσαν οι Δούκες της Βιτεμβέργης. Μπορεί αρχικά να επιθυμούσε να σπουδάσει Θεολογία, τελικά όμως σπούδασε θετικές επιστήμες στο Τύμπινγκεν. Σε αυτό συνέβαλαν πολύ, οι παραδόσεις του Μίχαελ Μαίστλιν (1550-1631) καθηγητή των μαθηματικών και της αστρονομίας στο Πανεπιστήμιο του Tübingen (Τύμπινγκεν) ο οποίος ήταν ένθερμος υποστηρικτής των απόψεων του Κοπέρνικου και από τους λίγους που είχε πραγματικά πειστεί για την ορθότητα της ηλιοκεντρικής θεωρίας. Επίσης ήταν ικανός αστρονόμος καθώς υπήρξε ο πρώτος που προσπάθησε να ερμηνεύσει το τεφρώδες φως της Σελήνης. Ο Μαίστλιν μύησε τον Κέπλερ στην αστρονομία και στις ιδέες του

Κοπέρνικου. Το 1594 του προτάθηκε να διδάξει μαθηματικά στο γυμνάσιο Γκρατς της Αυστρίας, θέση την οποία και αποδέχτηκε.

Μετά από δύο χρόνια, το 1596, μελετώντας συνεχώς τις θέσεις του Κοπέρνικου και του Μαίισλιν για το ηλιοκεντρικό σύστημα, ο Κέπλερ δημοσίευσε το πρώτο αστρονομικό βιβλίο του υπό τον τίτλο «*Mysterium Cosmographicum*» (Κοσμογραφικό Μυστήριο), με το οποίο θεμελίωσε την υπόθεση του Κοπέρνικου για το ηλιοκεντρικό πλανητικό σύστημα. «Προσπαθούσε μέσω της μελέτης του ηλιοκεντρικού συστήματος του Κοπέρνικου να ανακαλύψει το κοσμολογικό μυστήριο, δηλαδή την κρυμμένη αρμονία του Κόσμου, η οποία ταυτόχρονα θα αποκάλυπτε και τη θεϊκή 'σκέψη' που το δημιούργησε».

Ο συνδυασμός των θεολογικών σπουδών που δεν πρόλαβε να τελειώσει, των μαθηματικών και του μυστικισμού (ανιμισμός) που εκφραζόταν από διάφορα φιλοσοφικά ρεύματα εκείνη την εποχή ώθησαν τον Κέπλερ να αναζητήσει το λόγο για τον οποίον ο Θεός επέλεξε να κατασκευάσει το σύμπαν με έξι αντί για επτά πλανήτες. Σύμφωνα με το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου, η σελήνη ήταν δορυφόρος της γης, ενώ, σύμφωνα με τον γεωκεντρισμό, η σελήνη ήταν πλανήτης. Υποστήριξε ότι αυτό οφειλόταν στην ύπαρξη μιας «μυστικής αρμονίας» μεταξύ των πλανητών και των γεωμετρικών σχημάτων. Τα γεωμετρικά σχήματα, τα οποία, σύμφωνα με τον Κέπλερ, μπορούσαν να εκφράσουν την αρμονία της δομής του σύμπαντος, ήταν τα πέντε πλατωνικά κανονικά πολύεδρα: το τετράεδρο, ο κύβος, το οκτάεδρο, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο. Ο Κέπλερ θεώρησε πως, αν υπάρχουν μόνο πέντε κανονικά πολύεδρα, τότε δεν είναι δυνατόν παρά να υπάρχουν έξι πλανήτες.

Στο *Mysterium cosmographicum* προσπάθησε να αποδώσει τις σχέσεις μεταξύ των ακτινών των πλανητών και των γεωμετρικών σχημάτων. Κατασκεύασε ένα σύστημα με πολύεδρα και εγγεγραμμένους σε αυτά κύκλους, αποδεικνύοντας μεταξύ άλλων ότι οι άνισες αποστάσεις που χωρίζουν τις τροχιές των έξι γνωστών τότε πλανητών μπορούν να καθοριστούν ακριβώς από τα πέντε κανονικά πολύεδρα. Υποστήριξε ότι η γη ήταν το μέτρο των πάντων και κατασκεύασε γύρω από αυτήν ένα εγγεγραμμένο δωδεκάεδρο.

Ο κύκλος που περιέβαλλε το δωδεκάεδρο ήταν ο Άρης, ενώ γύρω από αυτόν εγγραφόταν ένα τετράεδρο. Ο κύκλος που περιέβαλλε το τετράεδρο ήταν ο Δίας και γύρω του κατασκεύασε έναν εγγεγραμμένο κύβο. Ο κύκλος που περιέβαλλε τον κύβο ήταν ο Κρόνος. Στο εσωτερικό τη γης, ο Κέπλερ σχεδίασε ένα εικοσάεδρο, ενώ ο κύκλος που το περιέβαλλε ήταν η Αφροδίτη. Μέσα στην Αφροδίτη κατασκεύασε ένα οκτάεδρο και ο κύκλος που το περιέβαλλε ήταν ο Ερμής.

Το *Mysterium cosmographicum* αποτελεί έναν ενδιαφέροντα συνδυασμό των, νεοπλατωνικής επιρροής, φιλοσοφικών απόψεων του Κέπλερ και της νέας κοπερνίκειας αντίληψης για τον κόσμο. <<Επηρεασμένος από τον Νεοπλατωνισμό της εποχής του, προσπαθούσε να αποδείξει την αλήθεια της αρμονίας των αριθμών, έχοντας την πεποίθηση ότι το Σύμπαν ήταν δομημένο με τις αρχές της μαθηματικής και γεωμετρικής ευταξίας>>. Η γεωμετρία και η Αναγέννηση συντίθενται δημιουργικά σε ένα μεγάλης έμπνευσης έργο. Στα επόμενα έργα του, ο Κέπλερ, θα αφιερωθεί στο υλικό των αστρονομικών του παρατηρήσεων. Οι ίδιες οι παρατηρήσεις θα υπερβούν την μεταφυσική του.

βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.254-259, 261

συνδύαζε την μαθηματική γνώση με την παρατήρηση.²¹³ Βαθύς γνώστης τόσο της πυθαγόρειας όσο και της πλατωνικής φιλοσοφίας²¹⁴ υιοθετεί το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου και θα συλλάβει και θα διατυπώσει τους τρεις νόμους κίνησης των πλανητών.²¹⁵

Τον μεγάλο αστρονόμο απασχολούσαν τα προβλήματα της περιγραφής της γήινης τροχιάς καθώς και η κατανόηση του αίτιου που προκαλεί την κίνηση της Γης και αναζητούσε γιατί η ταχύτητα περιφοράς μεταβάλλεται με την απόσταση του Ήλιου.²¹⁶

Το έργο του Γουίλιαμ Γκίλμπερτ *Για τον Μαγνήτη*, θα του δώσει το ερέθισμα για να εφαρμόσει αυτές τις θεωρήσεις στην αστρονομία. Στο έργο του αυτό ο Γκίλμπερτ παρατηρεί ότι η δύναμη η προερχόμενη από τον Ήλιο, εξασθενεί με την απόσταση και η ταχύτητα των πλανητών μικραίνει όταν η απόσταση μεγαλώνει, όπως συμβαίνει και με την μαγνητική δύναμη. Ο Γκίλμπερτ ονόμασε έναν σφαιρικό μαγνήτη <<μικρή Γη>> και παρατηρεί πως μια μαγνητική βελόνα αντιδρά σε αυτόν. Όσο πιο κοντά βρίσκεται ο μαγνήτης στη βελόνα, τόσο μεγαλύτερη είναι η αντίδραση.²¹⁷

Εξαιτίας των θρησκευτικών διώξεων²¹⁸, ο Kepler, που ήταν Λουθηρανός έφυγε το 1598 από το Γκρατς της Αυστρίας και πήγε στην Πράγα για να συνεργαστεί με τον Τύχο Μπράχε, τον οποίο και διαδέχτηκε ως Αυτοκρατορικός Μαθηματικός το

²¹³ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 729

²¹⁴ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 728, σημείωση 461

²¹⁵ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 728-729

²¹⁶ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 731

²¹⁷ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 731-732

²¹⁸ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 727

1601. Ο Κέπλερ ήταν όμως ήδη διάσημος αστρονόμος όταν ο Τύχων τον κάλεσε στην Πράγα για να ενταχθεί στο ερευνητικό προσωπικό του αστεροσκοπείου του Μπένατεκ²¹⁹. Ο Τύχο που ήταν ένας καταπληκτικός αστρονόμος παρατηρητής είχε κάνει αμέτρητες παρατηρήσεις, και γι αυτό ο Κέπλερ επιχείρησε να ερμηνεύσει τις παρατηρήσεις του για τον Άρη. Ύστερα από επίπονη εργασία και αφού απέρριψε πολλά μοντέλα που διαφωνούσαν με τα ακριβή στοιχεία των παρατηρήσεων του Tycho, ο Kepler διαπίστωσε πως ο Άρης έχει μια ελλειπτική τροχιά, με τον Ήλιο στη μια του εστία²²⁰.

Το δόγμα της κυκλικότητας των κινήσεων των πλανητών με σταθερές ταχύτητες, το οποίο είχε κυριαρχήσει στην ανάλυση των πλανητικών τροχιών για 2.600 χρόνια είχε επιτέλους καταρρεύσει. *«Ο Κέπλερ είναι ο φυσικός διάδοχος του Απολλώνιου, καθώς καταλύει την παράδοση, η οποία βασίλευε από τον Εύδοξο μέχρι τον Κοπέρνικο και τον Μπράχε, πως το πρωταρχικό ουράνιο σχήμα είναι ο κύκλος και ότι η ουράνια τροχιά αποτελείται από κινούμενους κύκλους. Εισάγει τη έλλειψη στην αστρονομία και αποδίδει ένα πραγματικό νόημα στις εστίες των κωνικών. Με γερές μαθηματικές γνώσεις ανασύρει από την λήθη των αιώνων τα Κωνικά και μελετώντας τα σε βάθος μπόρεσε να διατυπώσει τις βάσεις για την ουράνια μηχανική».*²²¹

Ο Κέπλερ υποστήριξε την ηλιοκεντρική άποψη του Κοπέρνικου για τον Κόσμο αλλά αφαίρεσε τις κυκλικές τροχιές των πλανητών όπως έχει προαναφερθεί. Όμως το μοντέλο αυτό δημιουργήθηκε μόνο αφού εξάντλησε κάθε συνδυασμό κυκλικών κινήσεων που θα μπορούσε να συλλάβει. Βασίζοντας την εργασία του στις λεπτολογείς και υπερβολικά ακριβείς παρατηρήσεις που έκανε με τα μάτια του ο Δανός αστρονόμος Τύχο Μπράχε²²², ο οποίος είχε προτείνει ένα σύστημα

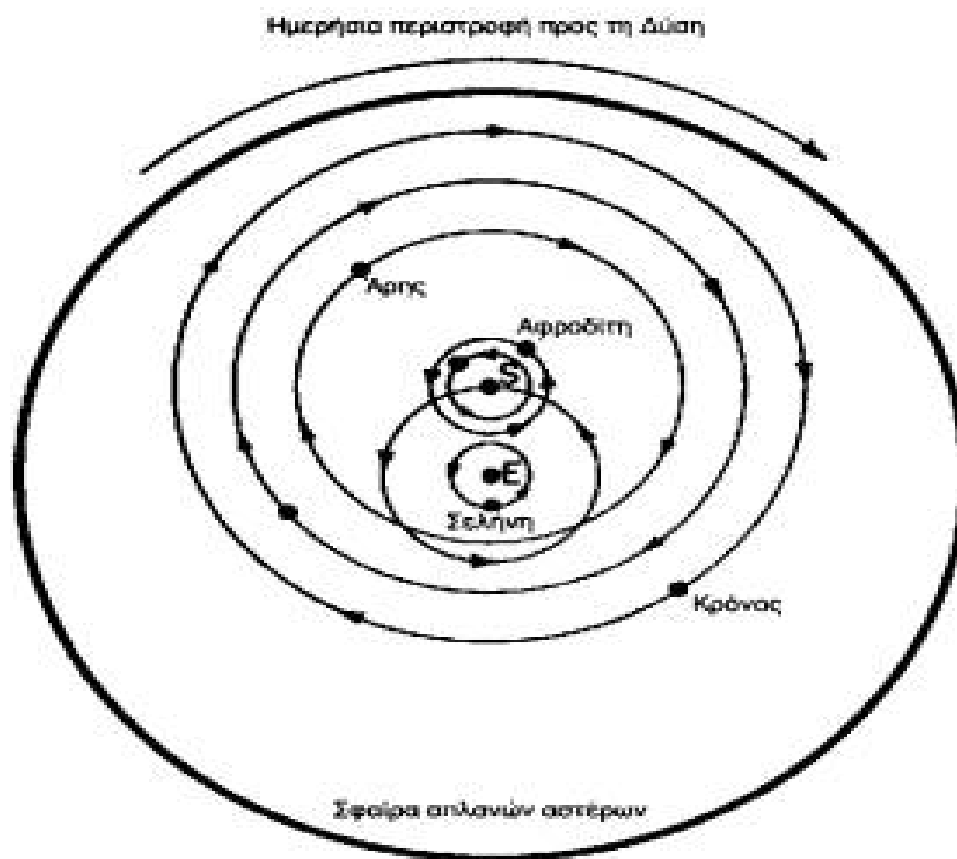
²¹⁹ βλ. Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 254

²²⁰ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 732-733

²²¹ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 737-738

²²² «Σαν ένα ενδιάμεσο στάδιο ανάμεσα στην σταδιακή απόρριψη του γεωκεντρικού μοντέλου και την αποδοχή του ηλιοκεντρικού, εμφανίζονται κάποιες συμβιβαστικές προτάσεις όπως αυτή του Δανού **Τύχο Μπράχε** (1546-1601). Ο Μπράχε δυσκολευόταν να αποδεχθεί το ηλιοκεντρικό μοντέλο του Κοπέρνικου, παρόλο που έβρισκε

συνδυασμού του πτολεμαϊκού και αριστάρχειου-κοπερνίκειου συστήματος (βλ. εικόνα 28), ο Κέπλερ προσπάθησε περισσότερο από μια δεκαετία να συνδυάσει τις θέσεις του Άρη με κάποιο είδος κυκλικής κίνησης.



Εικόνα 28: Σύστημα του Μπράχε

κενά και αντιφάσεις στο **πτολεμαϊκό σύστημα**. Πιο πολύ δεν μπορούσε να δεχθεί το γεγονός ότι το μοντέλο του Κοπέρνικου απαιτούσε μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των απλανών και των πλανητικών τροχιών. Δεν μπορούσε δηλ. να δεχθεί ότι το Ηλιακό σύστημα ήταν τόσο απομονωμένο στο χώρο απ' τα υπόλοιπα ουράνια σώματα. Έτσι η συμβιβαστική του πρόταση (βλ σχήμα παρακάτω) διατηρούσε στάσιμη τη Γη και τον Ήλιο να περιφέρεται γύρω της. Όσο για τους άλλους πλανήτες (Ερμής, Αφροδίτη, Άρης, Δίας και Κρόνος) αυτοί θα περιφέρονταν όλοι γύρω απ' τον Ήλιο. Ο Μπράχε κατόρθωσε να διαθέτει ένα συνεχές αδιάσπαστο αρχείο δεκάδων χιλιάδων παρατηρήσεων για τις θέσεις και τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων και υπήρξε ο πιο προσεχτικός, ακριβής και οξυδερκής παρατηρητής και συλλέκτης αστρονομικών δεδομένων σε όλη την ιστορία της ανθρωπότητας έως τον 16^ο αιώνα. Αναδείχτηκε σε έναν από τους μεγαλύτερους παρατηρητές του ουρανού πριν από την ανακάλυψη του τηλεσκοπίου, το οποίο έμελλε να ανακαλυφθεί μετά από κάποιες δεκατίες». Το σύστημα του Τύχωνος Μπράχε, είναι ένας συνδυασμός του πτολεμαϊκού και αριστάρχειου-κοπερνίκειου συστήματος.

Βλ περισσότερα Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.240-251

Κατά τη διάρκεια της εργασίας αυτής και εξαιτίας της εξαιρετικής δυσκολίας της, ο Κέπλερ ανακάλυψε ότι η απόσταση του Άρη από τον Ήλιο μεταβαλλόταν και ότι ο Άρης δεν διέγραφε κυκλική τροχιά. Μετά τον θάνατο του Μπράχε, ο Κέπλερ είχε τις αστρονομικές παρατηρήσεις του Μπράχε, ένα τηλεσκόπιο²²³ και ενθουσιασμό για να ανακαλύψει την αλήθεια. Τα θεωρητικά δεδομένα πολλών χρόνων δεν συμφωνούσαν με αυτά που παρατηρούσε ο Κέπλερ στον ουρανό²²⁴. Ο Κέπλερ πίστευε πως, αν η τροχιά του Άρη ήταν κυκλική, θα μπορούσε με τη χρήση πολλαπλών επικύκλων να καθορίσει και να προβλέψει την ακριβή του θέση. Η χρήση τους όμως δεν ανταποκρινόταν στα αποτελέσματα που παρατηρούσε στον ουρανό²²⁵. Μόνο όταν αντικατάστησε τον κύκλο με την έλλειψη, μπόρεσε να ταιριάξει τις θέσεις του Άρη στο νέο μοντέλο του, όπως και τους άλλους πλανήτες. Εισάγοντας πολλούς υπολογισμούς για την απόσταση του Άρη και του υποτιθέμενου κέντρου της τροχιάς του, ανακαλύπτει ότι πλάταινε στο αφήλιο και στο περιήλιο και μίκραινε στο υπόλοιπο της τροχιάς του²²⁶. Άρα λοιπόν η τροχιά δεν μπορούσε να είναι κυκλική^{227,228,229}. Μπορεί η κυκλική κίνηση να αρκούσε για μια γεωμετρική εξήγηση, δεν αρκούσε όμως για τη φυσική εξήγηση που αναζητούσε ο Κέπλερ. Μελετώντας προσεκτικότερα τα δεδομένα της παρατήρησης του πλανήτη

²²³ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.263, τελευταία παράγραφος

²²⁴ Διαπίστωσε στα αποτελέσματά του ασυνέχειες στον ακριβή προσδιορισμό της θέσης του πλανήτη στην τροχιά του, επειδή παρουσίαζαν μια διαφορά, μεταξύ θεωρίας και παρατήρησης, ίση με οκτώ πρώτα λεπτά τόξου βλ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.264

²²⁵ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.262

²²⁶ . Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.262

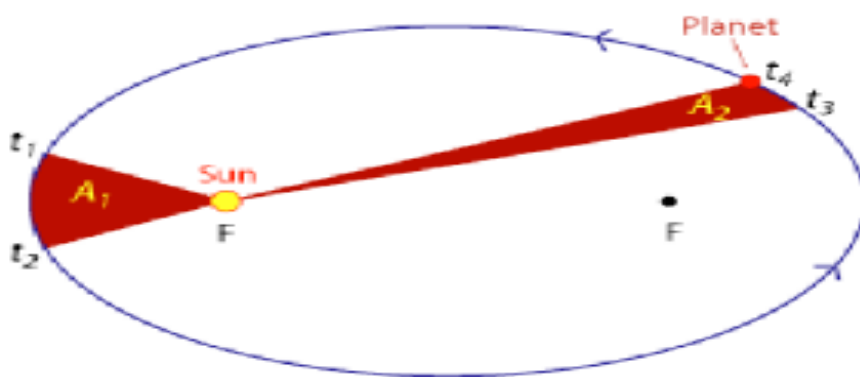
²²⁷ Μοναδικό του στήριγμα για εκείνη την εποχή ήταν η σπουδή των αρχαίων ελληνικών Μαθηματικών βλ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 732

²²⁸ Το θεωρητικό εργαλείο για να προχωρήσει θα του το προσφέρει η μελέτη των Κωνικών του Απολλωνίου βλ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 8, σελ 733

²²⁹ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 732

Άρη, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι πλανήτες διαγράφουν γύρω από τον Ήλιο ελλειπτικές τροχιές και διατύπωσε τον νόμο για την κίνηση των πλανητών. Σύμφωνα με αυτόν, οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο διαγράφοντας επίπεδες τροχιές. Οι τροχιές αυτές είναι ελλείψεις των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει μία από τις εστίες²³⁰.

«Με τον πρώτο νόμο, ο Κέπλερ καταλύει τον κύκλο καθώς πια η τροχιά κάθε πλανήτη δεν είναι η συνισταμένη ενός συνδυασμού κινουμένων κύκλων, αλλά έλλειψη της οποίας μια από τις εστίες της κατέχει ο Ήλιος»²³¹. Αργότερα αντιμετώπισε το πρόβλημα των μεταβολών των ταχυτήτων των πλανητών. Ο δεύτερος νόμος περιγράφει το πώς η νοητή γραμμή που συνδέει τον πλανήτη με τον Ήλιο κάθε στιγμή (επιβατική ακτίνα) σαρώνει σε ίσους χρόνους, ίσες επιφάνειες, κάτι που εξηγεί το γιατί ο πλανήτης κινείται γρηγορότερα όταν είναι πλησιέστερα στον Ήλιο (βλ. εικόνα 29)



Εικόνα 29: Φαίνεται η ελλειπτική τροχιά της Γης γύρω από τον Ήλιο, που βρίσκεται στη μία εστία της έλλειψης. Επίσης, η επιβατική ακτίνα σε ίσους χρόνους ($t_2 - t_1 = t_4 - t_3$) κάνει ίσα εμβαδά ($A_1 = A_2$).

Απόρροια αυτού του νόμου είναι ότι κάθε πλανήτης κοντά στο περιήλιο της τροχιάς του, το πιο κοντινό σημείο ως προς τον Ήλιο, κινείται με τη μεγαλύτερη δυνατή ταχύτητα, ενώ όταν βρίσκεται στο αφήλιό του, το πιο μακρινό σημείο ως προς τον Ήλιο, κινείται με τη μικρότερη δυνατή ταχύτητα. Είναι αυτονόητο ότι σε

²³⁰ Εφάρμοσε τις ίδιες αρχές που είχε χρησιμοποιήσει στην περίπτωση του Άρη για τη Γη. Έπρεπε πρώτα από όλα να προσδιορίσει την τροχιά της Γης, αφού όλες οι παρατηρήσεις για την τροχιά του Άρη διεξάγονταν από τη Γη. Χρησιμοποίησε, ωστόσο, τον Άρη ως σταθερό σημείο αναφοράς του βλ. Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Διάυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 264-265

²³¹ Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010, κεφ 7, σελ 734

ενδιάμεσες θέσεις της τροχιάς του ο πλανήτης παρουσιάζει αντίστοιχα ενδιάμεσες ταχύτητες²³². Τα αποτελέσματα αυτών των μελετών δημοσιεύτηκαν το 1609 στο έργο του *Astronomia nova* [Νέα αστρονομία]. Στο έργο αυτό ο ίδιος αναφέρει: «*Το πρώτο μου λάθος ήταν να πιστέψω ότι οι πλανητικές τροχιές ήταν τέλειοι κύκλοι, και αυτό επειδή το είχαν υποστηρίξει όλοι οι φιλόσοφοι και ήταν, από μεταφυσική άποψη, απόλυτα λογικό. Αυτό το λάθος μου στοίχισε πάρα πολύ χρόνο*».²³³ «*Η έλλειψη αντικατέστησε τον τέλειο ιερό κύκλο. Μια άλλη κωνική τομή ήταν αρκετή για να περιγράψει την τροχιά των πλανητών. Δεν ήταν τόσο εύκολο για τον Κέπλερ να ξεφύγει από τον κύκλο. Από τα αρχαία χρόνια είχε εδραιωθεί η αντίληψη ότι οι πλανήτες έχουν τέλειο σχήμα, οπότε και οι τροχιές τους έπρεπε να αντιστοιχούν σε τέλεια σχήματα. Για να αποφύγει αυτό το θέμα, διατύπωσε την απλή σκέψη ότι οι πλανήτες είναι υλικά σώματα, όπως και η Γη. Όμως το σχήμα της Γης απέκλινε αισθητά από την τελειότητα*».²³⁴ Οπότε εφόσον ένα υλικό σώμα έχει ατελή μορφή, δεν ήταν υποχρεωτικό να διαγράφει κυκλικές τροχιές...

Ο τρίτος και τελικός νόμος της πλανητικής κίνησής του δίνει την ακριβή σχέση μεταξύ της απόστασης ενός πλανήτη από τον Ήλιο και του χρόνου περιστροφής του - το τετράγωνο του ηλιακού έτους είναι ανάλογο του κύβου της μέσης απόστασης του από τον Ήλιο ή διαφορετικά τα τετράγωνα των χρόνων περιφοράς των πλανητών γύρω από τον Ήλιο είναι ανάλογα με τους κύβους των μέσων αποστάσεων τους από τον Ήλιο. Με άλλα λόγια περιγράφει πώς ο μεγάλος ημίμαζονας (α) της ελλειπτικής τροχιάς κάθε πλανήτη συνδέεται με την περίοδό του (P) μέσω της σχέσης: $\alpha^3/P^2 = G \cdot (M_\theta + m) / 4 \cdot \pi^2$ όπου M_θ είναι η μάζα του Ήλιου, m η μάζα του πλανήτη, G η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας και τέλος π ο λόγος της περιμέτρου προς τη διάμετρο ενός κύκλου.²³⁵

Οι δυο νόμοι του Κέπλερ δημοσιεύτηκαν το 1609, ενώ λίγο αργότερα απέδειξε ότι οι δυο αυτοί νόμοι έχουν ισχύ και για όλους τους άλλους πλανήτες. Με τους δυο αυτούς νόμους ο Κέπλερ μπορούσε να εξηγήσει άνετα τις κινήσεις των πλανητών σχεδόν με μηδαμινό λάθος. Ο τρίτος και τελευταίος νόμος του δημοσιεύτηκε το 1619, μέσα στο μυστικιστικό βιβλίο του *Αρμονικές του Κόσμου*. «

²³² βλ. Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 269

²³³ βλ. Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 266

²³⁴ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ. 266-267

²³⁵ Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ. 268-269

Ίσως ήταν το έναυσμα και ο καθοριστικός παράγοντας της διατύπωσης αργότερα από τον Νεύτωνα²³⁶ του νόμου βαρύτητας, που όπως διατείνονται πολλοί μελετητές του έργου του Κέπλερ, φαίνεται πως τον είχε ανακαλύψει ο μεγάλος Γερμανός αστρονόμος, αλλά δεν είχε κατορθώσει να τον αναλύσει στις λεπτομέρειές του». ²³⁷ Το έργο του *Αρμονικές του Κόσμου, βιβλία πέντε*, στο πλαίσιο του οποίου, «συνδυάζοντας τις περιόδους των πλανητών με τη μέση ακτίνα της τροχιάς τους, διατύπωσε και τον τρίτο νόμο της κίνησης των ουρανίων σωμάτων. Στο έργο του αυτό αναφέρει ότι οι πλανήτες με τη συνεχή κίνησή τους παράγουν αρμονικούς ήχους, το ύψος των οποίων είναι ανάλογο της ταχύτητας του αντίστοιχου πλανήτη στην τροχιά του γύρω από τον Ήλιο. Παρουσιάζει δε και τις σχετικές μουσικές συνθέσεις». ²³⁸

Ο Kepler προσπάθησε επίσης να κατανοήσει τις δυνάμεις που προκαλούν τις πλανητικές κινήσεις, διατυπώνοντας τη λανθασμένη θέση ότι υπάρχει μαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ των πλανητών και του Ήλιου. Οι Ροδολφίανοι ^{239,240} του πίνακες τού 1627 ήταν οι πρώτοι σύγχρονοι αστρονομικοί πίνακες και χρησιμοποιούσαν τους λογαρίθμους τους οποίους μόλις είχε επινοήσει ο Τζον Νάπιερ ²⁴¹.

²³⁶ Charles Coulston Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography*, New York, volume 9, pages 42-103

²³⁷ Σ. Θεοδοσίου, *η Εκθρόνιση της Γης*, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ. 269-270

²³⁸ Σ. Θεοδοσίου, *Η Εκθρόνιση της Γης*, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ. 271-272, 273

²³⁹ βλ Σ. Θεοδοσίου, *η Εκθρόνιση της Γης*, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ. 277

²⁴⁰ Σ. Θεοδοσίου, *η Εκθρόνιση της Γης*, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ 274

²⁴¹ Ο John Napier, ο όγδοος Λόρδος του Merchiston γεννήθηκε το 1550 στο Merchiston Πύργο, ο οποίος ήταν τότε μόλις έξω από τα όρια της πόλης του Εδιμβούργου, την πρωτεύουσα της Σκωτίας, και ήταν γνωστός ως ο «Marvellous Merchiston», έναν τίτλο που είχε κερδίσει επάξια, για την ιδιοφυία του και το ευφάνταστο όραμα που περιελάμβανε μια σειρά από τομείς. Στην ηλικία των δεκατριών ο Napier σπούδασε στο St Salvator 's College στο St Andrews, αλλά έφυγε πριν αποφοιτήσει. Πιστεύεται ότι στη συνέχεια ταξίδεψε στην Ευρώπη μεταξύ 1566 - 1571, ίσως μελετώντας στο Παρίσι ή την Ολλανδία αν και δεν υπάρχει καμία βοηθητική απόδειξη γι 'αυτό.

Χωρίς τις εργασίες του Napier για τους λογαρίθμους είναι δύσκολο να φανταστεί κανείς πώς ο Κέπλερ και ο Νεύτων θα μπορούσαν να είχαν κάνει μεγάλες προόδους στα νεότερα χρόνια. Το έργο του, "Περιγραφή του Θαυμαστού Κανόνος των Λογαρίθμων", που δημοσιεύθηκε το 1614, περιείχε τριάντα επτά σελίδες επεξηγήσεις

Έδιναν στους αστρονόμους τη δυνατότητα να προβλέψουν τις θέσεις των πλανητών σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή του παρελθόντος, του παρόντος ή του μέλλοντος και η καταπληκτική τους ακρίβεια εξασφάλισε στον Κέπλερ μεγάλη φήμη.

Το 1619 περίπου, το έργο του Κέπλερ με τίτλο *Επιτομή της Κοπερνίκειας αστρονομίας* όπου «απροκάλυπτα πλέον τόνιζε την υποστήριξή του στην ηλιοκεντρική θεωρία προσθέτοντας προκλητικά στον τίτλο του βιβλίου του το όνομα του Κοπέρνικου, το έργο του οποίου ήταν απαγορευμένο από την Ρωμαιοκαθολική Εκκλησία».²⁴²

και ενενήντα σελίδες των πινάκων, το οποίο διευκόλυνε την αστρονομία, τη δυναμική και φυσική. Οι λογάριθμοι είχαν ως στόχο να απλοποιήσουν τους υπολογισμούς, ιδιαίτερα τον πολλαπλασιασμό, όπως αυτούς που απαιτούνται για την αστρονομία. Napier ανακάλυψε ότι η βάση για τον υπολογισμό αυτό ήταν μια σχέση μεταξύ μιας αριθμητικής προόδου.

Οι δυνάμεις του Napier στην εφεύρεση δεν περιορίζονται αποκλειστικά στους λογαρίθμους. Έχει εκδώσει μια μικρή πραγματεία για έναν απλό τρόπο για να εκτελέσεις τον πολλαπλασιασμό, τη *Rabdologiae*, η οποία έγινε γνωστή ως 'Napier's Bones' και 'Napier's Rods', η οποία χρησιμοποιούταν για να πολλαπλασιάζεις και να διαιρέσεις λαμβάνοντας κυβικές και τετραγωνικές ρίζες. Είναι μία μέθοδος πολλαπλασιασμού η οποία χρησιμοποιεί "αριθμημένες ράβδους" με τους αριθμούς χαραγμένους πάνω τους. Οι ράβδοι αυτοί ήταν φτιαγμένοι από ελεφαντόδοντο, έτσι ώστε να μοιάζουν με κόκκαλα, γι' αυτό ονομάζεται η μέθοδος και 'Napier's Bones'. Σε ένα παράρτημα εξήγησε μια άλλη μέθοδο του πολλαπλασιασμού και διαίρεσης με μεταλλικές πλάκες, η οποία είναι η αρχαιότερη γνωστή προσπάθεια σε μηχανικά μέσα υπολογισμού. Ο Napier, ως εκ τούτου, από την επινόηση των λογαρίθμων και των Bones, ήταν ο πατέρας του slide-rule, μια έκδοση της οποίας εξακολουθούσε να χρησιμοποιείται στη δεκαετία του 1970 από τη NASA για την ανάπτυξη του διαστημικού ταξιδιού. Ο Napier ήταν επίσης ο πατέρας του επιστημονικού υπολογιστή και της υπολογιστικής μηχανής. Η συμβολή του στα μαθηματικά δεν μπορεί να υπερεκτιμηθεί.

Μεταξύ των άλλων του μουσικών εφευρέσεων για να υπερασπιστεί τη χώρα από τον Φίλιππο της Ισπανίας, ήταν ένα στρογγυλό άρμα σύμφωνα με το οποίο οι επιβάτες του θα μπορούσαν να κινηθούν γρήγορα, πυροδοτώντας μέσα από τις τρύπες στην πλευρά του

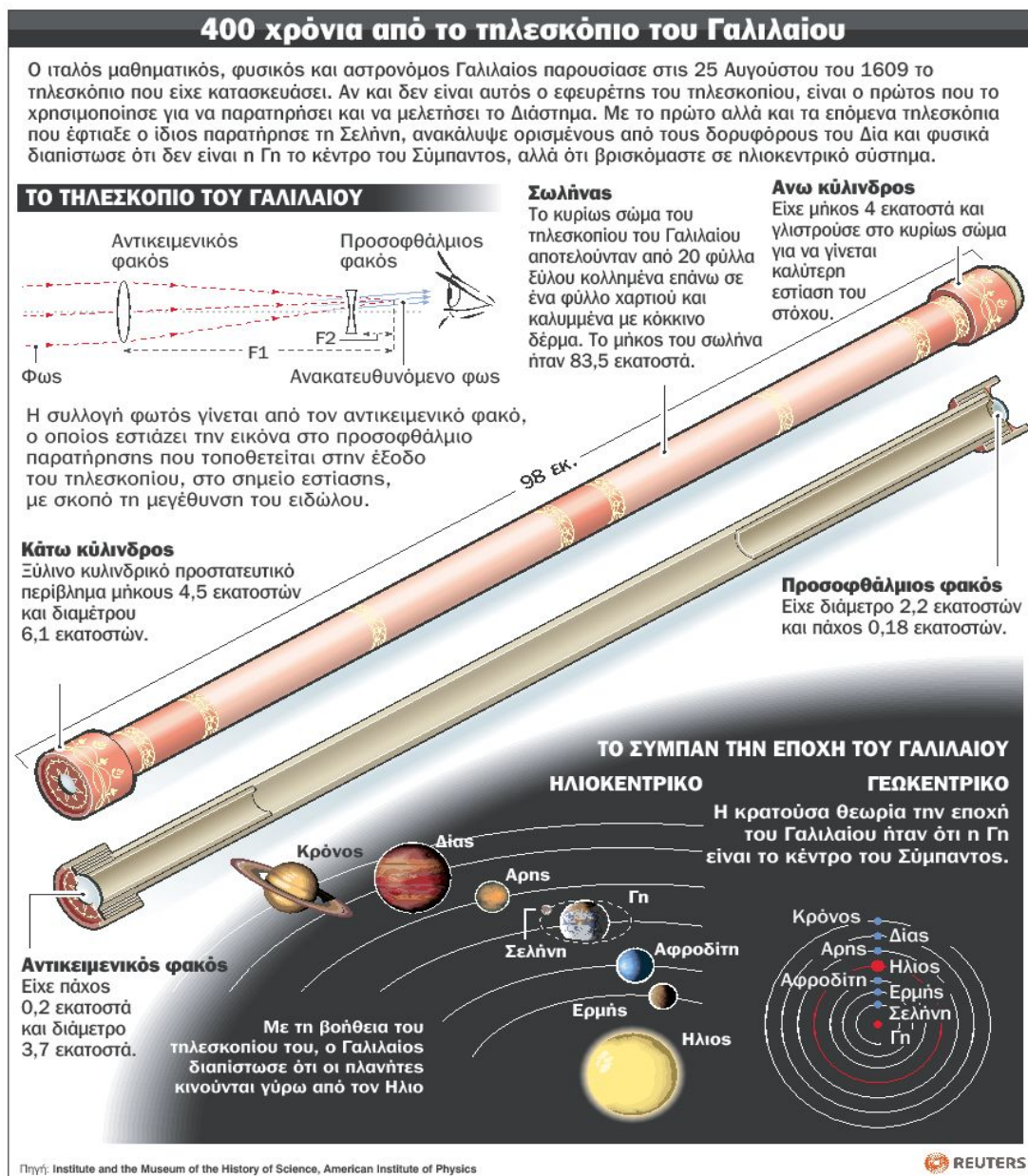
M Napier, *Memoirs of John Napier of Merchiston, his lineage, life, and times, with a history of the invention of logarithms* (Edinburgh, 1904), E M Bruins, On the history of logarithms : Bürgi, Napier, Briggs, de Decker, Vlacq, Huygens, *Janus* **67** (4) (1980), pages 241-260, W F Hawkins, The first calculating machine (John Napier, 1617), *New Zealand Math. Soc. Newsletter* **16** (suppl.) (1979), pages 1-23 και Encyclopedia Britannica

²⁴² Σ. Θεοδοσίου, η Εκθρόνιση της Γης, εκδ Δίαυλος Αθήνα 2007, κεφ 6, σελ.271

Ο κόσμος όμως του Κοπέρνικου και του Κέπλερ συνεχίζει να είναι φτιαγμένος σύμφωνα με την γεωμετρική δομή. Παρά τις προόδους που έκαναν οι δύο επιστήμονες η διπλή αλήθεια εμπεριέχεται στην επιστημονική εργασία τους και αυτό το οποίο θα προχωρήσει περισσότερο την επιστήμη στηριζόμενος στις μελέτες τους είναι ο Γαλιλαίος(ερμήνευσε τις παλίρροιες με βάση την αστρονομία του Κέπλερ) . Το 1609 πεπεισμένος για την ορθότητα των υποθέσεων του Κοπέρνικου καταφέρνει να τις υποστηρίξει χρησιμοποιώντας για πρώτη φορά το αστρονομικό τηλεσκόπιο (βλ. εικόνα 30) και δείχνοντας το άπειρο του σύμπαντος. Στο έργο του *Διάλογος*²⁴³ μεταξύ των δύο παγκόσμιων συστημάτων, πτολεμαϊκού και κοπερνίκειου (1632), προτάσσει την ηλιοκεντρική θέση και κίνηση της γης όπου ουρανός και γη αποτελούν ένα ενιαίο φυσικό χώρο που ισχύουν οι ίδιοι νόμοι. Έρχεται σε σύγκρουση με την Εκκλησία, αποκηρύσσει το έργο του από τον φόβο του θανάτου και καταδικάζεται τον επόμενο χρόνο (1633) σε φυλάκιση η οποία μετατράπηκε αργότερα σε κατ' οίκον περιορισμό μέχρι τον θάνατο του.²⁴⁴

²⁴³ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά ,εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3, σελ 99-101

²⁴⁴ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά ,εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3, σελ 128-129-130



Εικόνα 30: Το τηλεσκόπιο του Γαλιλαίου

Το 1610 ο Γαλιλαίος δημοσίευσε ένα μικρό βιβλίο με τίτλο «Sidereus Nuncius» («Ο Αγγελιαφόρος των Άστρων») ²⁴⁵. Το βιβλίο ήταν γραμμένο στα λατινικά και περιείχε την πρώτη έντυπη καταγραφή των παρατηρήσεών του με το τηλεσκόπιο στραμμένο στον ουρανό. Ο «Αγγελιαφόρος» επιβεβαίωνε τη θεωρία του Κοπέρνικου. Παρουσίαζε τέσσερα πορίσματα που ανέτρεπαν όλες τις προηγούμενες αστρονομικές παρατηρήσεις. Πρώτον, η Σελήνη δεν ήταν μια τέλεια, λεία σφαίρα, αλλά όπως η Γη, έτσι κι αυτή ήταν γεμάτη από κοιλάδες και βουνά το ύψος των οποίων μπορούσε να υπολογίσει μετρώντας τη σκιά τους.

²⁴⁵Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008, κεφ 3, σελ 66-71

Δεύτερον, ο πλανήτης Δίας συνοδευόταν από τέσσερα ουράνια σώματα που άλλοτε κρύβονταν πίσω του, άλλοτε μπροστά του κι άλλοτε εμφανίζονταν στο πλάι του. Ήταν φανερό ότι ήταν τέσσερις δορυφόροι (τους ονόμασε πλανήτες των Μεδίκων) που κινούνταν γύρω από αυτόν τον πλανήτη και όχι γύρω από τη Γη. Τρίτον, ο Γαλαξίας που διακρίνουμε κατά τις βραδινές ώρες, δεν είναι ένα απλό νεφέλωμα αλλά ένα σύνολο από αμέτρητα αστέρια. Τέλος, ο πλανήτης Κρόνος αποτελούνταν από ένα κεντρικό ουράνιο σώμα και δύο εφαιπόμενα αστέρια. (Σήμερα γνωρίζουμε ότι τον Κρόνο περιβάλλει ένας δακτύλιος). Την ίδια περίοδο που τυπώνεται από το βιβλίο, ο Γαλιλαίος κάνει δύο αξιόλογες αστρονομικές παρατηρήσεις. Παρατηρεί τις φάσεις της Αφροδίτης και τις ηλιακές κηλίδες.²⁴⁶

Στη φυσική ανακαλύπτει τους νόμους της πτώσης των σωμάτων, της κίνησης του εκκρεμούς και της τροχιά των βλημάτων οργανώνοντας την πρώτη συστηματική σειρά πειραμάτων στην ιστορία της φυσικής. Τα συμπεράσματα του συνοψίζονται στο έργο του Διάλογοι και μαθηματικές αποδείξεις σχετικά με τις δύο καινούριες επιστήμες.²⁴⁷ Οι δύο επιστήμες που πραγματεύεται στο βιβλίο είναι η δυναμική των υλικών και η μαθηματική επιστήμη της κινηματικής.

²⁴⁶ Βλ Γαβρόγλου Κώστας - Σπύρος Τζόκας, "Από την αρχαία ελληνική επιστήμη στην επιστημονική επανάσταση - Πρόσωπα που σημάδεψαν την εξέλιξη της επιστημονικής σκέψης και του ευρωπαϊκού πολιτισμού: Φιλολόγος", σελ 75 στο: <http://themes.protonoulia.org/>

²⁴⁷ Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά ,εκδ Παπασωτηρίου 2008,κεφ 3, σελ 131

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Το έργο όλων των επιστημόνων που αναφέρονται στην εργασία, το συνέχισαν σημαντικοί μεταγενέστεροι επιστήμονες και φιλόσοφοι, όπως ο Francis Bacon²⁴⁸ (Μπέικον ή Βάκωνας), ο Καρτέσιος, ο Locke²⁴⁹ και ο Νεύτωνας, θεμελιώνοντας την επιστημονική επανάσταση.

Ο Νεύτωνας θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον γνωστό σε όλους μας «νόμο της βαρύτητας». Σύμφωνα με τον Νεύτωνα, η ιδέα της βαρύτητας ήρθε στο μυαλό του εξαιτίας της πτώσης ενός μήλου τη στιγμή που καθόταν και στοχαζόταν. Διατύπωσε την άποψη ότι, εφόσον το φεγγάρι είναι εξήντα φορές μακριά από το κέντρο της γης, όπως το μήλο, με μια σχέση αντιστρόφου τετραγώνου θα έχει ως συνέπεια μια επιτάχυνση ελεύθερης πτώσης $1/3600$ αυτής του μήλου. Αυτή η δοκιμή για το φεγγάρι απέδειξε τον νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου της δύναμης τον οποίο ο Νεύτωνας είπε ότι προκύπτει από το συνδυασμό του τρίτου νόμου του Κέπλερ ($R^3/T^2 = \text{σταθερό}$) με τον νόμο της κεντρικής δύναμης. Σαφώς εάν F ανάλογη του V^2/R , για μία δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα κινούμενο με ταχύτητα V σε ένα κύκλο ακτίνας R (με περίοδο T), τότε θα ισχύει ότι F ανάλογη του $V^2/R = 4\pi^2 R^2 / T^2 R = 4\pi^2 R^2 \times (R^3 / T^2)$ και εφόσον $R^3/T^2 = \text{σταθερό}$ τότε F ανάλογη του $1/R^2$.

Σχετικά με τον δεύτερο νόμο του Κέπλερ (νόμος εμβαδών), ο Νεύτωνας έδειξε ότι αν ο νόμος αυτός ισχύει, τότε το ελλειπτικό σχήμα της τροχιάς συνεπάγεται ότι οποιαδήποτε δύναμη κατευθυνόμενη σε μια εστία πρέπει να μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης. Αποδεικνύει²⁵⁰ στο Principia ότι ο νόμος αυτός αποτελεί μια αναγκαία και ικανή

²⁴⁸ <http://plato.stanford.edu/entries/francis-bacon/>

²⁴⁹ <http://plato.stanford.edu/entries/locke/>

²⁵⁰ Feynman Richard, ο χαρακτήρας του φυσικού νόμου, μετάφραση Ελένη Πιτίνη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2004, διάλεξη 1

συνθήκη ώστε η δύναμη σε ένα κινούμενο σώμα να κατευθύνεται προς ένα κέντρο²⁵¹.

Έτσι, για πρώτη φορά, η πραγματική σημασία των δύο πρώτων νόμων του Kepler για την κίνηση των πλανητών αποκαλύφθηκε: ότι η συνθήκη εμβαδών ήταν ισοδύναμη με τη δράση μιας κεντρικής δύναμης και ότι η εμφάνιση της έλλειψης υπό την συνθήκη αυτή αποδεικνύει ότι η δύναμη είναι ανάλογη του αντιστρόφου τετράγωνου της απόστασης.

Ο Νεύτωνας έδειξε επίσης ότι ο νόμος των εμβαδών είναι μόνο μια άλλη πτυχή του νόμου της αδράνειας, δεδομένου ότι σε γραμμική αδρανειακή κίνηση, στην απουσία εξωτερικών δυνάμεων, ίσα εμβαδά σαρώνονται σε ίσους χρόνους από μια γραμμή από το κινούμενο σώμα κατευθυνόμενη προς οποιοδήποτε σημείο όχι στη γραμμή της κίνησης.

Στο τρίτο βιβλίο του Principia του Νεύτωνα υπάρχουν πληροφορίες για τις αποστάσεις και τις περιόδους των δορυφόρων του Δία ως πρωταρχικό παράδειγμα του τρίτου νόμου του Κέπλερ.

Η απόδειξη του Νεύτωνα, ότι μια δύναμη αντιστρόφου τετραγώνου οδηγεί σε ελλειπτικές τροχιές -σύμφωνα με τις παρατηρήσεις του Kepler- παρουσιάστηκε το 1684 υπό μορφή πραγματείας με τίτλο «Περί της κινήσεως των σωμάτων σε τροχιά» (De motu corporum in gyrum) στο πρώτο βιβλίο των Μαθηματικών Αρχών στη Βασιλική Ακαδημία του Λονδίνου. Το 1687 ο Νεύτωνας δημοσίευσε το μεγαλειώδες αυτό έργο του (Μαθηματικές αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας), στο οποίο διατυπώνονται οι 3 περίφημοι νόμοι της δυναμικής:

ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ: Κάθε σώμα παραμένει στην κατάσταση ηρεμίας ή ομαλής κίνησης στην οποία βρισκόταν αρχικά, εκτός εάν αναγκαστεί να μεταβάλει την κατάσταση αυτή εξαιτίας των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του.

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ: Η μεταβολή της κίνησης (κάτι που ο Νεύτων είχε καθορίσει πρωτίτερα ως την ποσότητα της ύλης επί την ταχύτητα, αυτό δηλαδή που σήμερα αποκαλούμε ορμή) είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης και συντελείται στη διεύθυνση της ευθείας κατά την οποία εφαρμόζεται αυτή η δύναμη.

ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ: Σε κάθε δράση αντιτίθεται πάντα μια ίση αντίδραση, ή με άλλα λόγια, οι αμοιβαίες δράσεις που ασκούν δύο σώματα, το ένα στο άλλο, είναι πάντα ίσες και αντίθετες.

²⁵¹ Dictionary of scientific biography, εκδ Charles Coulston Gillispie, New York, λήμμα Νεύτωνας

Ο Νεύτωνας χρησιμοποίησε τους 3 αυτούς νόμους, μαζί με ένα σύνολο ορισμών, για να επιλύσει προβλήματα κίνησης μηχανικών συστημάτων υπό την επενέργεια συγκεκριμένων δυνάμεων. Η δομή του βιβλίου του, ακολουθώντας μια σειρά προτάσεων και πορισμάτων, θυμίζει τα «Στοιχεία» του Ευκλείδη. Είναι μάλιστα εντυπωσιακό ότι όλες οι αποδείξεις που παρουσιάζονται στο βιβλίο του Νεύτωνα είναι καθαρά γεωμετρικές, χωρίς να χρησιμοποιούνται σε αυτές καθόλου στοιχεία Ανάλυσης, σε αντίθεση με τον τρόπο που παρουσιάζονται οι ίδιες αυτές αποδείξεις σε σύγχρονα βιβλία²⁵².

²⁵² Dictionary of scientific biography, εκδ Charles Coulston Gillispie, New York, λήμμα Νεύτωνας

ΓΕΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

(ελληνική)

- Χ. Φίλη, Εξουσία και Μαθηματικά, εκδ Παπασωτηρίου 2008
- Χ. Φίλη, οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Συγχρόνων Μαθηματικών, εκδ Παπασωτηρίου 2010
- Σ. Θεοδοσίου, η εκθρόνιση της γης, εκδ δίαυλος αθήνα 2007
- Γ. Χριστιανίδης, θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2003
- D.R.Dicks, η Πρώιμη Ελληνική Αστρονομία, εκδ δαίδαλος Αθήνα 1991
- Russo, η λησμονημένη επανάσταση, εκδ δίαυλος Αθήνα 2006
- Ελευθερουδάκη, σύγχρονος εγκυκλοπαίδεια, εκδ Ν. Νίκας & ΣΙΑ Ε.Ε-Αθήνα
- G.E.R. Lloyd, η ελληνική επανάσταση μετά τον Αριστοτέλη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2007, απόδοση στα ελληνικά από Πόπη Καρλέτσα
- Feynman Richard, ο χαρακτήρας του φυσικού νόμου, μετάφραση Ελένη Πυτίνη, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2004
- Ε-Π Χριστοπούλου & Χ. Γούδης, «Εισαγωγή στην Αστρονομία και Αστροφυσική», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εκδόσεις Παν/μίου Πατρών
- Ιουλιανός, Άπαντα 3, Εις τους απαιδευτούς κύνας-Συμπόσιον ή Κρόνια-Εις τον βασιλέα Ήλιον προς Σαλούστιον, σειρά Αρχαία Ελληνική Γραμματεία <<Οι Έλληνες>>, εκδ Κάκτος Αθήνα 1994
- LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Β΄, Έκδοση Ε.Μ.Ε Αθήνα
- LORIA G., Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος Α΄, Έκδοση Ε.Μ.Ε. Αθήνα
- VAN DER WAERDEN B.L., Η Αφύπνιση της Επιστήμης, μετάφραση Γ. Χριστιανίδης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2000
- Απολλώνιου Κωνικά, Τόμος Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄, μετάφραση Ε. Σ. Σταμάτη, Έκδοση Τ.Ε.Ε., Αθήνα 1975, 1976
- Γαβρόλου Κώστας, Διαλέτης Δημήτρης, Χριστιανίδης Γιάννης, Από τους Πυθαγορείους στον Αρίσταρχο τον Σάμιο: Η ιστορία των αντιλήψεων για την κίνηση της γης στην αρχαία ελληνική αστρονομία, εκδ. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 2002
- Πλάτων, Πολιτεία 4, βιβλίο Ζ, εκδ Κάκτος

Ευάγγελος Σπανδάγος, Η αστρονομία των αρχαίων Ελλήνων, εκδ Αίθρα 2004, κεφ Οι περίοδοι της αρχαίας ελληνικής αστρονομίας και οι Σχολές

Εμμανουήλ Κ. Παπαμανώλης, Εύδοξος και Ηρακλείδης δύο εταίροι του Πλάτωνος, εκδ Δημόσια Κεντρική Βιβλιοθήκη Ρόδου 1990

Χριστόφορος Πολυκάρπου, Περί την χρονολόγησιν της γεννήσεως του Ευδόξου, Πλάτων, τομ.52 (2001-2002)

Χριστόφορος Πολυκάρπου, Ο Εύδοξος κατά την αρχαίαν βιογραφικήν παράδοσιν, Πλάτων, τομ.53 (2003)

Πλάτων, Τίμαιος, εκδότης Οδυσσέας Χατζόπουλος, εκδ οίκος Κάκτος

David C. Lindberg, Οι απαρχές της δυτικής επιστήμης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2003

Edward Grant, Οι φυσικές επιστήμες τον Μεσαίωνα, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 2004

Δρακόπουλος Πάνος- Ασημέλλης Γιώργος, Οπτικά Όργανα Απεικόνισης, εκδ Σύγχρονη Γνώση 2011

Ιωάννης.Α.Βλάχος-Παναγιώτης.Β.Κόκκοτας-Ιωάννης.Γ.Γραμματικάκης-Περικλής.Εμ.Περιστερόπουλος-Βασίλης.Α.Καραπαναγιώτης-Γιώργος.Β.Τιμόθεου, Φυσική Γεν. Παιδ. Εργαστ. Οδηγός (Α' Εν. Λυκ.), εκδ. οίκος Εκπαιδευτικές Τομές Ορόσημο, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων Αθήναι

Kerrod Robin, Παρατήρηση των άστρων -Οδηγός του νυχτερινού ουρανού μήνα προς μήνα, εκδ Σαββάλας 2004

Στράτος Θεοδοσίου - Μάνος Δανέζης, οδύσσεια των ημερολογίων ,τόμος Α, εκδ διάυλος 1995

Adam Watson, Η εξέλιξη της διεθνούς κοινωνίας, εκδ ποιότητα 2006

J. Godwin, The Harmony of the spheres, inner traditions international, Ltd One Park Street Rochester, Vermont 05767,1993

G. Murchie, music of the spheres, εκδόσεις Dover, inc New York

Jamie James, the music of the spheres (Music, Science, and the Natural Order of the Universe) , δημοσιεύτηκε στην Αμερική πρώτα από G.Press 1993, δημοσιεύτηκε στην Μ. Βρετανία πρώτα από Little, Brown και Company 1994, εκδόσεις Abacus 1995

Gregory Zorzos, Timaeus, publisher CreateSpace 2009

M Napier, *Memoirs of John Napier of Merchiston, his lineage, life, and times, with a history of the invention of logarithms* (Edinburgh, 1904)

E M Bruins, On the history of logarithms : Bürgi, Napier, Briggs, de Decker, Vlacq, Huygens, *Janus* **67** (4) (1980)

W F Hawkins, The first calculating machine (John Napier, 1617), *New Zealand Math. Soc. Newsletter* **16** (suppl.) (1979)

Charles Coulston Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography*, New York, volume 9

P. Duhem, *σώζειν τα φαινόμενα, essai sur la notion de théorie physique de platon à galilée*, εκδ librairie scientifique a. Hermann, Παρίσι 1908

Simplicius, *In Aristotelis quattuor libros de caelo commentaria*, εκδ J. L. Heiberg, 1894, βιβλίο II

Selin Helaine, *Astronomy Across Cultures: The History of Non-Western Astronomy*, εκδ Helaine Selin και Xiaochun Sun 2000

Charles Coulston Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography*, New York, volume 15