

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε την έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ και εστίες τα σημεία E' και E , όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A', A, B', B, E', E .

(Μονάδες 8)

β) Σε τυχαίο σημείο $M(x_1, y_1)$ της έλλειψης, με $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$, φέρνουμε την εφαπτομένη ευθεία (ε) της (C) και την διχοτόμο (δ) της γωνίας $E'\widehat{M}E$. Από την εστία E φέρνουμε κάθετη στην ευθεία (ε) , η οποία τέμνει την προέκταση της ME' στο σημείο P .

i. Να αποδείξετε ότι κλίση των ευθειών (ε) και (δ) είναι $\lambda_\varepsilon = -\frac{9x_1}{25y_1}$ και $\lambda_\delta = \frac{25y_1}{9x_1}$.

(Μονάδες 7)

ii. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MEP είναι ισοσκελές με $ME = MP$.

(Μονάδες 5)

iii. Να υπολογίσετε το μήκος $E'P$.

(Μονάδες 5)

