

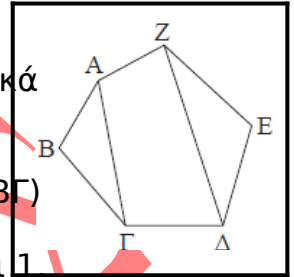
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΜΒΑΔΑ

1. Ένα πολύγωνο μαζί με τα εσωτερικά του σημεία αποτελούν ένα χωρίο, που λέγεται **πολυγωνικό χωρίο**.

2. **Αξίωμα** : Ίσα πολυγωνικά χωρία έχουν ίσα εμβαδά.

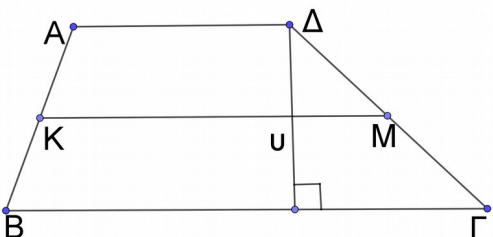
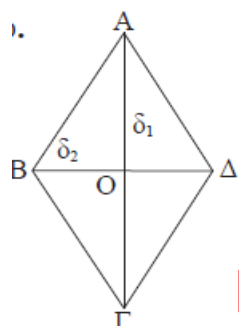
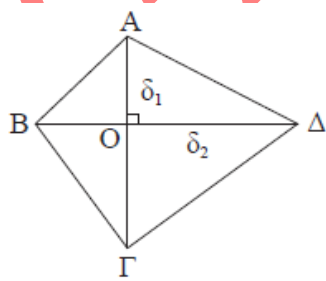
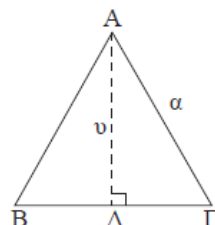
3. **Αξίωμα** : Αν ένα πολυγωνικό χωρίο (ή μια πολυγωνική επιφάνεια) χωρίζεται σε πεπερασμένου πλήθους πολυγωνικά χωρία, που δεν έχουν κοινά εσωτερικά σημεία, τότε το εμβαδόν του ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των επιμέρους πολυγωνικών χωρίων. π.χ: $(ABΓΔEZ) = (ABΓ) + (AΓΔZ) + (ZΔE)$



4. **Αξίωμα**: Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 1 είναι 1

5. Εμβαδά βασικών σχημάτων.

Εμβαδό τετραγώνου	$E = a^2 = \frac{\delta^2}{2}$	
Εμβαδόν Ορθογωνίου	$E = \alpha \beta$	
Εμβαδόν Παραλληλογράμμου	$E = \beta \cdot u = B \cdot Y$	
Εμβαδόν τριγώνου	$E = \frac{\beta \cdot u}{2}$	

Εμβαδόν τραπεζίου	$E = \frac{(B + \beta) \cdot v}{2} = KM \cdot v$	
Εμβαδόν Ρόμβου	$E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$	
Εμβαδό τετραπλεύρου με κάθετες διαγώνιες	$E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$	
Εμβαδό ισοπλεύρου τριγώνου	$E = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$	

6. Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου:

- ✓ $E = \sqrt{\tau \cdot (\tau - \alpha) \cdot (\tau - \beta) \cdot (\tau - \gamma)}$ (τύπος του Ήρωνα, τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου)
- ✓ $E = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{4R}$ (R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου)
- ✓ $E = \tau \cdot \rho$ (ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου)
- ✓ $E = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu \Gamma = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot \eta\mu B$

7. Νόμος ημιτόνων

$$\frac{a}{\eta\mu A} = \frac{b}{\eta\mu B} = \frac{c}{\eta\mu \Gamma} = 2R$$

8. Εμβαδό και ομοιότητα

- Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες βάσεις, ο λόγος των εμβαδών τους είναι ίσος με τον λόγο των αντίστοιχων υψών.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα ύψη, ο λόγος των εμβαδών τους είναι ίσος με τον λόγο των αντίστοιχων βάσεων

9. Θεωρήματα

- Αν δύο τρίγωνα (ή πολύγωνα) είναι όμοια με λόγο ομοιότητας λ , τότε ο λόγος των εμβαδών τους είναι ίσος με λ^2 .
- Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων αυτών είναι ίσος με τον λόγο των γινομένων των πλευρών τους, που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

10. Παρατήρηση:

- Αν σε τρίγωνο ABΓ φέρω τη διάμεσο ΑΔ, αυτό χωρίζεται σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, δηλαδή: $E_{AB\Delta} = E_{A\Delta\Gamma}$.

