

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

Ορισμός

Δύο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται **όμοια**, αν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις γωνίες που σχηματίζονται από ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

Θεώρημα

Ο λόγος των **περιμέτρων** δύο όμοιων ευθύγραμμων σχημάτων ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.

Κριτήρια ομοιότητας

Θεώρημα I (1ο Κριτήριο Ομοιότητας)

Αν δύο τρίγωνα έχουν **δύο γωνίες τους ίσες** μία προς μία, τότε είναι όμοια.

Θεώρημα II (2ο Κριτήριο Ομοιότητας)

Αν δύο τρίγωνα έχουν **δύο πλευρές ανάλογες** μία προς μία και τις περιεχόμενες στις πλευρές αυτές **γωνίες ίσες**, τότε είναι όμοια

Θεώρημα III (3ο Κριτήριο Ομοιότητας)

Αν δύο τρίγωνα έχουν τις **πλευρές τους ανάλογες** μία προς μία, τότε είναι όμοια.

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- 1) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι όμοια, όταν έχουν μία οξεία γωνία τους ίση.
- 2) Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια μεταξύ τους.
- 3) Δύο ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν μία αντίστοιχη γωνία ίση, είναι όμοια.
- 4) Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων τριγώνων είναι ίσος με το λόγο δύο ομόλογων υψών τους.
- 5) Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων τριγώνων είναι ίσος με το λόγο δύο ομόλογων διχοτόμων τους.

6) Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων τριγώνων είναι ίσος με το λόγο δύο ομόλογων διαμέσων τους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Από τράπεζα θεμάτων

1.

ΑΣΚΗΣΗ Β1 (18984)

Θεωρούμε δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ .

α) Να εξετάσετε σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

i. $AB = 8$, $A\Gamma = 12$, $\hat{A} = 35^\circ$, $\Delta E = 20$, $\Delta Z = 30$, $\hat{\Delta} = 35^\circ$.

ii. $\hat{A} = 47^\circ$, $\hat{B} = 38^\circ$, $\hat{E} = 47^\circ$, $\hat{\Delta} = 95^\circ$

iii. $AB = A\Gamma$, $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\Delta E = \Delta Z$.

(Μονάδες 15)

β) Στις περιπτώσεις που το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι όμοιο με το ΔEZ , να γράψετε τους ίσους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

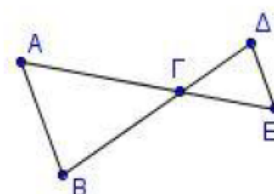
(Μονάδες 10)

2.

2.18990. Στο διπλανό σχήμα τα τμήματα AE και $B\Delta$ τέμνονται στο Γ . Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Delta\Gamma$ είναι όμοια σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α) $AB \parallel \Delta E$ μ 12

β) $B\Gamma = 2\Delta\Gamma$ και $E\Gamma = \frac{1}{2}A\Gamma$ μ 13



3.

2.18993. α) Να εξετάσετε αν δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $A\Gamma = 4$, $B\Gamma = 16$, $BA = 18$, $\Delta Z = 10$, $EZ = 40$, $\Delta E = 48$

ii. $\hat{A} = 63^\circ$, $\hat{\Gamma} = 83^\circ$, $\hat{\Delta} = 63^\circ$, $\hat{E} = 34^\circ$

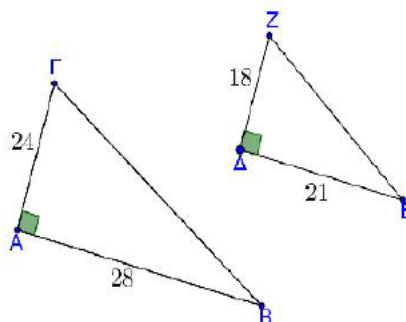
μ 15

β) Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = 6$, $A\Gamma = 7$ και $B\Gamma = 8$. Ποιο θα είναι το μήκος των πλευρών ενός τριγώνου ΔEZ το οποίο είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$, με λόγο ομοιότητας 3;

μ 10

4.

2.19017. Τα διπλανά τρίγωνα ABΓ και ΔEZ είναι ορθογώνια με ορθές τις γωνίες A και Δ αντίστοιχα. Επιπλέον, για τις πλευρές των τριγώνων ABΓ και ΔEZ αντίστοιχα ισχύουν AB=28, ΑΓ=24 και ΔE=21, ΔZ=18.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔEZ είναι όμοια.

μ 10

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) να συμπληρώσετε

κατάλληλα τα κενά: $\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{EZ} = \frac{AG}{\dots}$ μ 9

γ) Από τις παρακάτω ισότητες να επιλέξετε τη σωστή.

i. $ZE = \frac{18}{21}GB$

ii. $ZE = \frac{24}{28}GB$

iii. $ZE = \frac{3}{4}GB$

iv. $ZE = \frac{4}{3}GB$

μ 6

5.

2.19035. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα σημεία Δ και E των πλευρών

AB και ΑΓ αντίστοιχα ώστε $\frac{AΔ}{AB} = \frac{AE}{AG} = \frac{1}{3}$. Από το σημείο E

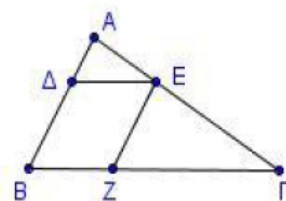
φέρνουμε παράλληλη προς την AB, η οποία τέμνει την BΓ στο σημείο Z. Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ABΓ και AΔE είναι όμοια.

μ 10

β) $3BZ = BΓ$.

μ 15



6.

2.22320. Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ με AΔ εσωτερική διχοτόμο

της γωνίας $\hat{A}$ και E σημείο της AΔ τέτοιο ώστε $ΔE = \frac{2}{3}AΔ$.

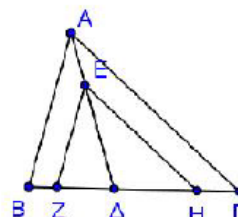
Από το E φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές AB και ΑΓ που τέμνουν τη BΓ στα Z και H αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $EZ = \frac{2}{3}AB$

μ 12

β) $\frac{ΔZ}{ΔH} = \frac{AB}{AG}$

μ 13



7.

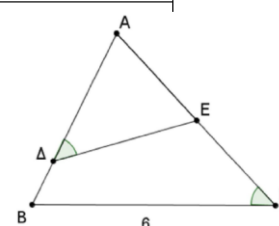
ΑΣΚΗΣΗ B13 (22308)

Στο ακόλουθο σχήμα είναι $\hat{AΔE} = \hat{AΓB}$ και $BΓ = 6$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και AΔE είναι όμοια και να

συμπληρώσετε τα κενά στην ισότητα $\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{ΔE} = \frac{AG}{\dots}$

β) Αν ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων ABΓ και AΔE είναι ίσος με $\frac{3}{2}$, να βρείτε το μήκος του τμήματος ΔE.



Μονάδες 10

8.

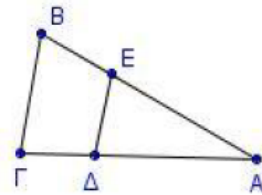
4.19016. Στο διπλανό σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία Δ και E στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε να

ισχύουν: $AE = \frac{2}{3} A\Gamma$ και $A\Delta = \frac{2}{3} AB$

α) Να αποδείξετε ότι $\angle \hat{E}\Delta = \angle \hat{\Gamma}B$. μ 9

β) Να εξετάσετε αν ισχύει $\frac{AE}{A\Gamma} = \frac{E\Delta}{B\Gamma}$. μ 8

γ) Να εξετάσετε αν το τμήμα $B\Gamma$ είναι παράλληλο στο τμήμα ΔE .
Να αιτιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. μ 8

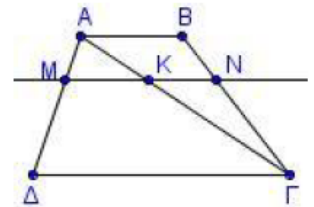


9.

4.19029. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) και το σημείο M της πλευράς του $A\Delta$ ώστε $\frac{AM}{A\Delta} = \frac{1}{3}$. Από το M φέρνουμε παράλληλη προς τις βάσεις του τραπεζίου, η οποία τέμνει τις $A\Gamma$ και $B\Gamma$ στα σημεία K και N αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{AK}{A\Gamma} = \frac{1}{3}$ μ 6 β) $\frac{KN}{AB} = \frac{2}{3}$ μ 6

γ) $MN = \frac{1}{3} \Gamma\Delta + \frac{2}{3} AB$ μ 6



10.

4.19039. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, $\hat{A} = 36^\circ$ και η διχοτόμος του $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια. μ 6

ii) $A\Delta^2 = A\Gamma \cdot \Delta\Gamma$ μ 9

β) Αν θεωρήσουμε το $A\Gamma$ ως μοναδιαίο τμήμα ($A\Gamma = 1$), να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $A\Delta$ και το λόγο $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma}$. μ 10

