

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΜΕΡΟΣ

1. Αν $\eta\mu x = 1/2$ και $\pi/2 < x < \pi$. Να βρεθούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί.
2. Αν $\epsilon\phi x = 3$ και $\eta\mu x < 0$. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x}$
3. Αν $\sigma\phi x = \sqrt{3}$ και $0^\circ < x < 90^\circ$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{(2\sigma\upsilon\nu x + 3\epsilon\phi x) \cdot \sigma\phi x}{3}$$

4. Να βρεθούν δύο γωνίες με άθροισμα $2\pi/3$ και διαφορά 36° .
5. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x για τις οποίες να ισχύει ταυτόχρονα:
 $\eta\mu x = 1/2$ και $\sigma\upsilon\nu x = 1/2$.
6. Να βρεθεί το σύνολο τιμών των συναρτήσεων: $\begin{cases} f(x) = 3\eta\mu x + 5 \\ g(x) = -2\sigma\upsilon\nu x + 1 \end{cases}$
7. Να δειχθεί ότι οι ακόλουθες παραστάσεις είναι ανεξάρτητες του x .

$$\begin{cases} A = \eta\mu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4 x + 2\eta\mu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x \\ B = \frac{(\eta\mu^2 x - 1) \cdot \epsilon\phi x}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} \\ \Gamma = \eta\mu^2 x \cdot (1 + \sigma\phi^2 x) \end{cases}$$

8. Να δειχθεί ότι: $\eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x = \eta\mu^2 x - \sigma\upsilon\nu^2 x = 1 - 2\sigma\upsilon^2 x = 2\eta\mu^2 x - 1$

9. Να δειχθεί ότι: $(5\eta\mu x + 4\sigma\upsilon\nu x)^2 + (4\eta\mu x - 5\sigma\upsilon\nu x)^2 = 41$

10. Να δειχθεί ότι: $\frac{\eta\mu^3 \omega}{\eta\mu^2 \omega - \sigma\upsilon\nu^2 \omega} + \frac{\sigma\upsilon\nu \omega}{\epsilon\phi^2 \omega - 1} = \frac{1 - \eta\mu \omega \cdot \sigma\upsilon\nu \omega}{\eta\mu \omega - \sigma\upsilon\nu \omega}$

11. Να δειχθεί ότι: $\frac{\eta\mu \alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu \alpha} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu \alpha}{\eta\mu \alpha} = \frac{2}{\eta\mu \alpha}$

12. Να δειχθεί ότι: $\sigma\phi \alpha + \frac{\eta\mu \alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu \alpha} = \frac{1}{\eta\mu \alpha}$

13. Να δειχθεί ότι: $\frac{1}{\epsilon\phi^2 \alpha} + \frac{1}{\sigma\phi^2 \alpha} = \frac{1}{\eta\mu^2 \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \alpha} - 2$

14. Να δειχθεί ότι: $\frac{1 + \sigma\phi^3 \omega}{1 + \epsilon\phi^3 \omega} = \left(\frac{1 + \sigma\phi \omega}{1 + \epsilon\phi \omega} \right)^3$

15. Να δειχθεί ότι: $\left(\frac{1}{\epsilon\phi \omega} + \frac{1}{\sigma\phi \omega} \right)^2 = \frac{1}{\eta\mu^2 \omega} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega}$

16. Να δειχθεί ότι: $\frac{\epsilon\phi^2\chi - \eta\mu^2\chi}{\sigma\phi\chi} = \frac{\eta\mu^5\chi}{\sigma\upsilon\nu^3\chi} = \epsilon\phi^3\chi \cdot \eta\mu^2\chi$

17. Να δειχθεί ότι: $(\sigma\phi\chi + 3) \cdot (3\sigma\phi\chi + 1) = 10\sigma\phi\chi + \frac{3}{\eta\mu^2\chi}$

18. Να δειχθεί ότι: $\sigma\phi^2\chi - \sigma\upsilon\nu^2\chi = \sigma\phi^2\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi$

19. Να δειχθεί ότι: $\frac{\epsilon\phi\chi}{1 + \sigma\phi^2\chi} = \frac{\eta\mu^3\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi}$

20. Να δειχθεί ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 + \epsilon\phi^2\chi} = \sigma\upsilon\nu^3\chi$

21. Να δειχθεί ότι: $(\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 = 1 + \eta\mu^2\chi \cdot \sigma\phi\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi \cdot \epsilon\phi\chi$

22. Να δειχθεί ότι: $\frac{1}{\epsilon\phi\omega} + \frac{1}{\sigma\phi\omega} = \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$

23. Να δειχθεί ότι: $\frac{\epsilon\phi^2\chi}{2\eta\mu^2\chi - 1} = \frac{\sigma\upsilon\nu^2\chi}{2 - \frac{1}{\eta\mu^2\chi}}$

24. Να δειχθεί ότι: $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi + \frac{1}{\eta\mu^2\chi}} = \frac{\eta\mu^2\chi}{(1 - \sigma\upsilon\nu\chi \cdot \eta\mu\chi)(1 + \sigma\upsilon\nu\chi \cdot \eta\mu\chi)}$

25. Αν $\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi = \lambda$, $\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi = \kappa$, $\epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi = \mu$, να δειχθεί ότι:

$$\frac{\frac{1}{\sigma\phi\chi}}{1 - \eta\mu\chi} + \frac{\frac{1}{\epsilon\phi\chi}}{1 - \sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{\mu - \lambda}{1 - \kappa - \lambda}$$

26. Να βρεθούν οι παρακάτω τριγωνομετρικοί αριθμοί:

$$\epsilon\phi\frac{21\pi}{4}, \sigma\phi\frac{29\pi}{4}, \epsilon\phi\frac{16\pi}{3}, \eta\mu\frac{11\pi}{4}, \sigma\phi\frac{20\pi}{3},$$

$$\eta\mu\frac{10\pi}{3}, \sigma\upsilon\nu\frac{29\pi}{6}, \eta\mu\frac{41\pi}{6}, \sigma\phi\frac{31\pi}{6}$$

27. Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(14\pi + \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - \omega\right)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{11\pi}{2} - \omega\right) \cdot \eta\mu(8\pi + \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right)}$$

28. Να δειχθεί ότι: α) $\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \leq \frac{1}{2}$ β) $\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha \geq 2\sqrt{\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}$

29. Αν $0 < \chi < \pi/2$, να δειχθεί ότι: $2\epsilon\phi\chi \leq \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi}$

30. Αν $\chi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, να δειχθεί ότι: $2\eta\mu\chi \cdot \epsilon\phi(\pi + \chi) + \sigma\upsilon\nu\chi \geq 2\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - \chi\right)$

31. Αν $\chi \in (0, \pi/4]$, να δειχθεί ότι: $\eta\mu(\pi - \chi) \leq -\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \chi\right) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + \chi\right)$

32. Έστω ABΓ ορθογώνιο τρίγωνο ($A=90^\circ$), να δειχθεί ότι: $\frac{\eta\mu\left(2\hat{B} + \hat{\Gamma}\right)}{\sigma\upsilon\nu\left(2\hat{\Gamma} + \hat{B}\right)} = -1$

33. Έστω ABΓ τυχαίο τρίγωνο, E το εμβαδόν του, α,β,γ οι πλευρές και υ_α το ύψος του, να δειχθεί ότι :

$$\alpha^2 \eta\mu\Gamma - \frac{2\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B \cdot E}{\beta} = \upsilon_\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma \cdot \alpha$$

34. Υπάρχει τιμή του λ για την οποία η εξίσωση $\epsilon\phi^2\chi + \lambda\eta\mu\chi + \lambda^2 = 0$ (ως προς χ) να έχει ρίζα τον αριθμό $\chi = 25\pi/6$;

35. Αν $\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = S$ και $\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = P$. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$\begin{cases} A = \sigma\upsilon\nu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\beta \\ B = \sigma\upsilon\nu^2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2\beta \end{cases} \text{ ως συνάρτηση των } S \text{ και } P.$$

36. Να εξετάσετε αν είναι περιοδικές οι συναρτήσεις:

α) $f(x) = \eta\mu 5x$ β) $f(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$ γ) $f(x) = \epsilon\phi^2 x$ δ) $f(x) = \sigma\phi(4x - 2)$

37. Να εξετάσετε αν είναι άρτιες ή περιττές οι συναρτήσεις:

α) $f(x) = x^3 + \eta\mu x$ β) $f(x) = x \eta\mu x$

38. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\eta\mu^2\chi - 4 = 0$
- $\eta\mu^2\chi - 3\eta\mu\chi + 2 = 0$
- $\epsilon\phi^2\chi - 1 = 0$
- $\eta\mu^5\chi + \eta\mu^4\chi - \eta\mu\chi - 1 = 0$
- $\sqrt{3}\sigma\phi^3\chi - 3\sigma\phi^2\chi + \sqrt{3}\sigma\phi\chi - 3 = 0$
- $\sigma\upsilon\nu^4\chi - 2\sigma\upsilon\nu^2\chi + 1 = 0$



- $\eta\mu(30^\circ - \chi) + \sigma\upsilon\nu(60^\circ + \chi) = -1$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\chi - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sigma\phi(\frac{\pi}{6})}{2}$ με $0 < \chi < \pi$.

39. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $\eta\mu^2\chi - 10\lambda\eta\mu\chi + 9\lambda^2 = 0$ έχει δύο λύσεις
 άνισες;

ΚΟΛΛΙΝΤΖΑΣ