

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

Ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

1. Οι πραγματικοί αριθμοί είναι σταθερά πολυώνυμα. Σ Λ
2. Το σταθερό πολυώνυμο 0 λέγεται μηδενικό πολυώνυμο. Σ Λ
3. Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν. Σ Λ
4. Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού. Σ Λ
5. Τα ίσα πολυώνυμα έχουν ίσες τιμές για όλες τις τιμές του x . Σ Λ
6. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών. Σ Λ
7. Αν σε μια διαίρεση πολυωνύμων το υπόλοιπο είναι μηδέν, η διαίρεση λέγεται τέλεια. Σ Λ
8. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το ρ , ισχύει $P(\rho) = 0$. Σ Λ
9. Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ έχουν για ρίζα το ρ , τότε και το πολυώνυμο $P(x) + Q(x)$ έχει για ρίζα το ρ . Σ Λ
10. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει για ρίζα το 1, τότε και το πολυώνυμο $P(x - 1)$ έχει για ρίζα το 1. Σ Λ
11. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει για ρίζα το ρ , τότε το $P(-x)$ έχει για ρίζα το $-\rho$. Σ Λ
12. Αν σε μια διαίρεση πολυωνύμων που δεν είναι τέλεια, ο διαιρέτης είναι τρίτου βαθμού, τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι ακριβώς δευτέρου βαθμού. Σ Λ
13. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρεθεί με το $x - \rho$ και η διαίρεση είναι τέλεια, τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : \kappa (x - \rho)$, Σ Λ
 $\kappa \in \mathbb{R}^*$ είναι κ .
14. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ βαθμού κ διαιρούμενο με το $Q(x)$ βαθμού μ ($\kappa > \mu$) δίνει υπόλοιπο 0. Τότε κάθε ρίζα του $P(x)$ είναι ρίζα του $Q(x)$. Σ Λ
15. Το πολυώνυμο $P(x) = x^6 + 3x^4 + x^2 + 5$ διαιρούμενο με το διώνυμο $x - \rho$ δίνει υπόλοιπο 0. Σ Λ
16. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρείται με το $(x - \rho)^2$ και η διαίρεση είναι τέλεια, τότε ισχύει $P(\rho) = 0$. Σ Λ

17. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^6 + (x - 1)^2 + 5$ βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα $x'x$. Σ Λ
18. Η εξίσωση $x^{14} + 3x^{12} + 7 = 0$ έχει ρίζα ακέραιο αριθμό. Σ Λ
19. Αν η εξίσωση $\sqrt{x-2} = a + x$, $a \in \mathbb{R}^*$ έχει λύση τον αριθμό ρ , τότε ισχύει $\rho \geq 2$. Σ Λ
20. Η εξίσωση $\sqrt{x-1} - \sqrt{1-x} = 0$ είναι αδύνατη. Σ Λ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

1.	Σ
2.	Σ
3.	Σ
4.	Λ
5.	Σ
6.	Λ
7.	Σ

8.	Σ
9.	Σ
10.	Λ
11.	Σ
12.	Λ
13.	Λ
14.	Λ

15.	Λ
16.	Σ
17.	Σ
18.	Λ
19.	Σ
20.	Λ

ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Το πολυώνυμο $P(x) = 3(x - 1)^2 - 3x^2 + 5$ είναι
 Α. μηδενικού βαθμού Β. πρώτου βαθμού Γ. δευτέρου βαθμού
 Δ. το μηδενικό πολυώνυμο Ε. τρίτου βαθμού
2. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x^2 + (\lambda - 2)x - (\lambda + 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι πρώτου βαθμού τότε το λ είναι
 Α. - 2 Β. - 1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. $\sqrt{2}$
3. Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (1 - \lambda)x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 8$ είναι σταθερό πολυώνυμο, όταν το λ ισούται με
 Α. - 1 Β. 0 Γ. 1
 Δ. για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ Ε. για καμία τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
4. Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^5 - 1)x^3 + (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + \lambda - 1$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο όταν ο πραγματικός αριθμός λ ισούται με
 Α. - 1 Β. 0 Γ. 1 Δ. - 5 Ε. 5

5. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^v - 1)x^5 + (1 - \lambda)x + 8$, $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι μηδενικού βαθμού, τότε το πολυώνυμο $q(x) = (\lambda^3 - 1)x^3 - (1 - \lambda^2)x^2 + (\lambda + 1)x - (1 - \lambda)$ είναι
- Α. τρίτου βαθμού Β. δευτέρου βαθμού Γ. πρώτου βαθμού
Δ. μηδενικού βαθμού Ε. το μηδενικό πολυώνυμο

6. Τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - \beta x + 5$ και $Q(x) = x^3 + \beta x^2 + 5 - \beta$, $\beta \in \mathbb{R}$ είναι ίσα όταν ο β ισούται με
- Α. - 1 Β. 0 Γ. 1 Δ. 5 Ε. - 5

7. Αν τα πολυώνυμα $P(x) = \lambda^{v+1}x^v + (2\lambda - 3)x^2 + x - 1$ και $q(x) = \lambda x^{1998} - 3x^2 + x - (\lambda + 1)$ είναι ίσα, τότε ο πραγματικός αριθμός λ είναι
- Α. 1 Β. - 1 Γ. 0 Δ. 1998
Ε. κάθε πραγματικός αριθμός

8. Το πολυώνυμο $P(x) = a_v x^v + a_{v-1}x^{v+1} + \dots + a_0$ έχει για ρίζα το μηδέν. Τότε για το a_0 ισχύει
- Α. $a_0 > 0$ Β. $a_0 < 0$ Γ. $a_0 = a_v$ Δ. $a_0 = 0$
Ε. κανένα από τα προηγούμενα

9. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής;
- Α. Αν $P(\rho) = 0$ τότε το ρ είναι ρίζα του $P(x)$
Β. Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν
Γ. Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός
Δ. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.
Ε. Τα ίσα πολυώνυμα έχουν ίσες τιμές για όλες τις τιμές του x

10. Έστω $P(x)$ σταθερό πολυώνυμο και $P(2) = 5$. Τότε το $P(-2)$ ισούται με
- Α. 5 Β. - 5 Γ. 2 Δ. - 2 Ε. 0

11. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^{1998} + 1$. Αν $P(\alpha + 1997) = 1$, τότε για τον πραγματικό αριθμό α ισχύει
- Α. $\alpha > 1997$ Β. $\alpha > 1998$ Γ. $\alpha = 1997$
Δ. $\alpha = -1997$ Ε. κανένα από τα προηγούμενα

12. Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει: $(x^2 - 1) \cdot P(x) = x^6 - 2x^4 + 5x - 8$, τότε το $P(x)$ είναι
- Α. τρίτου βαθμού Β. τέταρτου βαθμού Γ. πέμπτου βαθμού
Δ. έκτου βαθμού Ε. κανένα από τα προηγούμενα

13. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το -2 , τότε διαιρείται με το διώνυμο
A. $x - 2$ **B.** $x + 2$ **Γ.** $2x + 1$ **Δ.** $2x - 1$ **Ε.** $2 - x$
14. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και -1 , τότε διαιρείται με τα διώνυμα
A. $x - 2$ και $x - 1$ **B.** $x + 2$ και $x - 1$ **Γ.** $x + 2$ και $x + 1$
Δ. $x - 2$ και $x + 1$ **Ε.** $2x - 1$ και $2x + 1$
15. Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το διώνυμο $2x + 1$ είναι τέλεια, τότε το $P(x)$ έχει ρίζα του τον αριθμό
A. 2 **B.** -2 **Γ.** 1 **Δ.** $-1/2$ **Ε.** $1/2$
16. Αν ένα πολυώνυμο πέμπτου βαθμού διαιρείται με ένα τρίτου βαθμού, τότε το πηλίκο είναι
A. το πολύ δευτέρου βαθμού **B.** τουλάχιστον δευτέρου βαθμού
Γ. ακριβώς δευτέρου βαθμού **Δ.** ακριβώς τρίτου βαθμού
Ε. τουλάχιστον τρίτου βαθμού
17. Αν σε μια διαίρεση πολυωνύμων που δεν είναι τέλεια, ο διαιρέτης είναι τρίτου βαθμού, τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι
A. τουλάχιστον τρίτου βαθμού
B. ακριβώς τρίτου βαθμού
Γ. ακριβώς δευτέρου βαθμού
Δ. το πολύ δευτέρου βαθμού
Ε. τουλάχιστον δευτέρου βαθμού
18. Το πολυώνυμο $P(x) = x^8 + x^4 + x^2 + 3$ το διαιρούμε με το διώνυμο $x - \rho$. Αν είναι v το υπόλοιπο αυτής της διαίρεσης, τότε
A. $v > 0$ **B.** $v < 0$ **Γ.** $v = 0$ **Δ.** $v \leq 0$
Ε. κανένα από τα προηγούμενα
19. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρεθεί με το $x - \rho$ και η διαίρεση είναι τέλεια, τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) : \kappa(x - \rho)$, $\kappa \in \mathbb{R}^*$ είναι
A. κ **B.** $-\kappa$ **Γ.** 0
Δ. $-\kappa\rho$ **Ε.** $\kappa\rho$
20. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $Q(x)$ δίνει υπόλοιπο 0 [ο βαθμός του $P(x)$ είναι μεγαλύτερος του βαθμού του $Q(x)$], τότε
A. Κάθε ρίζα του $P(x)$ είναι και ρίζα του $Q(x)$

- Β.** Αν ρ δεν είναι ρίζα του $Q(x)$ τότε δεν είναι ρίζα και του $P(x)$
Γ. Ο ρ είναι ρίζα του $Q(x)$ αν και μόνο αν ο ρ είναι ρίζα του $P(x)$
Δ. Κάθε ρίζα του $Q(x)$ είναι και ρίζα του $P(x)$
Ε. Το $P(x)$ έχει ρίζες μόνο τις ρίζες του $Q(x)$

21. Για ποιο από τα παρακάτω πολυώνυμα μπορείτε με βεβαιότητα και χωρίς δοκιμή να πείτε ότι δεν μπορεί να έχει παράγοντα της μορφής $x - \rho$;

- Α.** $x^3 - 2x^2 + x - 1$ **Β.** $4x^5 - 1$
Γ. $2x^4 - x^2 + x - 7$ **Δ.** $x^6 - x^4 + 2x^2 - 9$ **Ε.** $x^8 + 2x^6 + 5$

22. Το πολυώνυμο $P(x)$ (βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του τρία) διαιρείται με το $(x - \rho)^3$ και η διαίρεση είναι τέλεια. Το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - \rho)$ είναι

- Α.** - 3 **Β.** - 1 **Γ.** 0 **Δ.** 1 **Ε.** 3

23. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις δεν έχει ρίζα ακέραιο αριθμό

- Α.** $x^2 - 5x + 6 = 0$ **Β.** $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$
Γ. $3x^4 - 2x^3 + x - 2 = 0$ **Δ.** $3x^4 + x^2 + 7 = 0$
Ε. $2x^3 + x + 3 = 0$

24. Ποιας συνάρτησης η γραφική παράσταση αποκλείεται να τέμνει τον άξονα $x'x$

- Α.** $f(x) = (x - 2)^2 + 2x - 4$ **Β.** $g(x) = x^3 - 3x$
Γ. $h(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ **Δ.** $k(x) = x^5 - 5x + 4$
Ε. $\Phi(x) = (x + 1)^4 + x^2 + 5$

25. Για ποιας συνάρτησης τη γραφική παράσταση μπορείτε να πείτε με βεβαιότητα και χωρίς καμιά δοκιμή ότι βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα $x'x$

- Α.** $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$ **Β.** $g(x) = x^2 - 5x$
Γ. $h(x) = (x^3 - 1)^2 + x^4$ **Δ.** $k(x) = (x - 1)^2 - 2$
Ε. $\Phi(x) = x^4 + x^2 - 2$

26. Η εξίσωση $x^3 - 3x^2 + \kappa x + 2 = 0$, $\kappa \in \mathbb{Z}$ αποκλείεται να έχει ακέραια ρίζα τον αριθμό

- Α.** - 1 **Β.** 1 **Γ.** - 2 **Δ.** 2 **Ε.** 3

27. Αν η εξίσωση $x^3 + \beta x^2 - x + \alpha = 0$, $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$, έχει ρίζα το 3, τότε ο α αποκλείεται να ισούται με

- Α.** 6 **Β.** 10 **Γ.** 12 **Δ.** 15 **Ε.** 18

28. Η εξίσωση $\sqrt{3 - x} = x + \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}^*$ αποκλείεται να έχει ρίζα τον αριθμό

A. 1 B. - 1 Γ. 2/3 Δ. 4 E. 5/4

29. Για να δεχθούμε το ρ για ρίζα της εξίσωσης $\sqrt{5-x} = \kappa^2 x$, $\kappa \in \mathbb{R}^*$ πρέπει

A. $\rho \in (0, +\infty)$ B. $\rho \in (-\infty, 0)$ Γ. $\rho \in [5, +\infty)$
 Δ. $\rho \in (-\infty, 5]$ E. $\rho \in [0, 5]$

30. Αν η εξίσωση $\sqrt{x-3} + \sqrt{\kappa-x} = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$, έχει οπωσδήποτε λύση, ποια τιμή δεν μπορεί να πάρει ο $\kappa \in \mathbb{R}^*$;

A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.	B
2.	A
3.	E
4.	Γ
5.	Γ
6.	B
7.	Γ
8.	Δ
9.	Δ
10.	A

11.	Δ
12.	B
13.	B
14.	Δ
15.	Δ
16.	Γ
17.	Δ
18.	A
19.	Γ
20.	Δ

21.	E
22.	Γ
23.	Δ
24.	E
25.	Γ
26.	E
27.	B
28.	Δ
29.	Δ
30.	A

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = x^3 - 2x$, $Q(x) = x^2 - 3x - 1$. Να βρεθούν:

- α) $P(x) + Q(x)$
 β) $P(x) - Q(x)$
 γ) $P(x) \cdot Q(x)$

2. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία το πολυώνυμο:

$$P(x) = (\lambda + 2)x^3 - (\lambda^2 + \lambda - 2)x + \lambda^2 - 4$$

να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

3. Αν $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$ και $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$, δείξτε ότι το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha - \beta)x^2 + (\beta - \gamma)x + \gamma - \alpha$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.
4. Να δειχθεί ότι το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa - 2)x^2 + (2\lambda + 6)x + \kappa + \lambda - 3$ είναι διάφορο του μηδενικού.
5. Να βρεθεί για ποιες τιμές των κ, λ, μ είναι ίσα τα πολυώνυμα:
 $P(x) = \lambda x^2 - (\lambda - \kappa)x + \mu - 2\lambda$
 $Q(x) = (\mu - \lambda)x^2 + 4x + \kappa + \lambda.$
6. Να προσδιοριστεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = 9x^3 - 3x^2 + 8x - 27$ να παίρνει τη μορφή $\alpha(x^3 + x) - 3x^2 + (x - 3)(x^2 + 3x + 9).$
7. Να βρεθεί πολυώνυμο $K(x)$ τέτοιο ώστε το τετράγωνό του να ισούται με το: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4.$
8. Να δειχθεί ότι για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$ το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa - 1)x^5 + (3\kappa^2 + 2)x^3 + \kappa x$ δεν έχει ρίζα το $1/2.$
9. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^2 + (\alpha - 1)x + 2\alpha$ έχει ρίζα το -1 αποδείξτε ότι το ίδιο ισχύει και για το $K(x) = x^3 + 4x^2 + (\alpha^2 - 1)x.$ Το αντίστροφο ισχύει;
10. Να βρεθεί πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:
 $(x^2 + 1)P(x) = 3x^5 + 2x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 3$
11. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^2 + 2x + 5.$ Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός α αν ισχύει: $P(\alpha - 1) = 13.$
12. Να γίνουν οι διαιρέσεις:
 α) $(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 9) : (x^2 - 1)$
 β) $(x^4 - 7x^3 + 2x - 15) : (x^3 + 5)$
 γ) $(3x^3 - 4\alpha x + \alpha^2) : (x - 2\alpha)$
 δ) $[7x^3 - (9\alpha + 7\alpha^2)x + 9\alpha^2] : (x - \alpha)$
13. Να βρείτε το πολυώνυμο $f(x)$ το οποίο όταν διαιρεθεί με το $x^2 + 1,$ δίνει πηλίκο $3x - 1$ και υπόλοιπο $2x + 5.$

14. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ ώστε αν το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 1$ διαιρεθεί με το πολυώνυμο $x^2 + \kappa x + \lambda$ να αφήνει υπόλοιπο 0.
15. Αν το πολυώνυμο $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 4$ διαιρείται ακριβώς με το $x - 2$ και εάν επιπλέον $f(1) = 8$, να προσδιοριστούν τα α, β .
16. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 13x + \beta$. Αν το $P(x)$ διαιρείται με το $x^2 - x - 6$, να προσδιορίσετε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
17. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda^2 x^2 + 2(\lambda^2 - 3\lambda + 1)x - 3(4\lambda + 1)$. Δείξτε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x + 2)$ είναι ανεξάρτητο του λ .
18. Να αποδείξετε ότι αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 5$, τότε το πολυώνυμο $P(2x - 3)$ έχει παράγοντα το $x - 4$.
19. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να βρείτε τα πηλίκια και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων:
- α) $(x^3 - 2x^2 + 5x - 6) : (x - 2)$
 β) $(2x^5 - x^4 + 6x^2 + 3) : (x + 1)$
 γ) $[6x^3 - (2\alpha + 6\alpha^2)x + 3\alpha^2] : (x - \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$
 δ) $(x^6 - 4x^5 + x^2 - 2) : (2x - 1)$
 ε) $(x^5 - \frac{1}{\lambda^2}x^3 + \lambda x^2 - 2) : (\lambda x + 1), \lambda \in \mathbb{R}^*$
20. Να προσδιοριστούν οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \kappa x^2 + (\lambda - 1)x + 5$ να έχει για παράγοντα το $(x - 1)(x + 2)$.
21. Να προσδιοριστούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - (3 + \alpha)x + \beta + 10$ να έχει για παράγοντα το $(x - 2)^2$.
22. Το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με $x - 2$ αφήνει υπόλοιπο 10 και διαιρούμενο με $x + 3$ αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x - 2)(x + 3)$.
23. Να βρεθούν (αν υπάρχουν) οι ακέραιες λύσεις των εξισώσεων:
- α) $x^3 - 8x + 7 = 0$
 β) $x^4 - 5x^3 + 6x^2 + x - 2 = 0$
 γ) $(x^3 - 2x)x + x + 2 = 0$

$$\delta) (x - 1)(x^4 + 4) - 3(x + 4) = 0$$

$$\varepsilon) x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$$

24. Αν κ ακέραιος αριθμός ναδειχθεί ότι η εξίσωση: $5x^{2\kappa} + 9\kappa x - 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

25. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$$

$$\beta) x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$$

$$\gamma) 3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$$

$$\delta) x^4 - 3x^3 + 6x \leq 4$$

26. Δίνεται η εξίσωση $x^5 - \alpha x^3 + \beta x^2 + x - 1 = 0$. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α , β ώστε η εξίσωση να έχει το ανώτερο δυνατό πλήθος ακέραιων ριζών.

27. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$\beta) (x^2 + 3x - 2)^6 - 9(x^2 + 3x - 2)^3 + 8 = 0$$

$$\gamma) (x + 2)^8 - 3(x + 2)^4 - 4 = 0$$

$$\delta) \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{x-1}{x}\right) + 6 = 0$$

28. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$\beta) \frac{x^2 + 2x - 4}{x - 2} = x^2$$

29. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) \frac{x^3 + 2x - 4}{x - 2} < 1$$

$$\beta) \frac{x^2}{x+1} - \frac{4}{x-1} \leq \frac{2}{x^2-1}$$

30. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) (2\eta\mu x - 1)^4 + 6(2\eta\mu x - 1)^2 - 7 = 0$$

$$\beta) 2\eta\mu^3 x + 5\eta\mu^2 x + 5\eta\mu x + 2 = 0$$

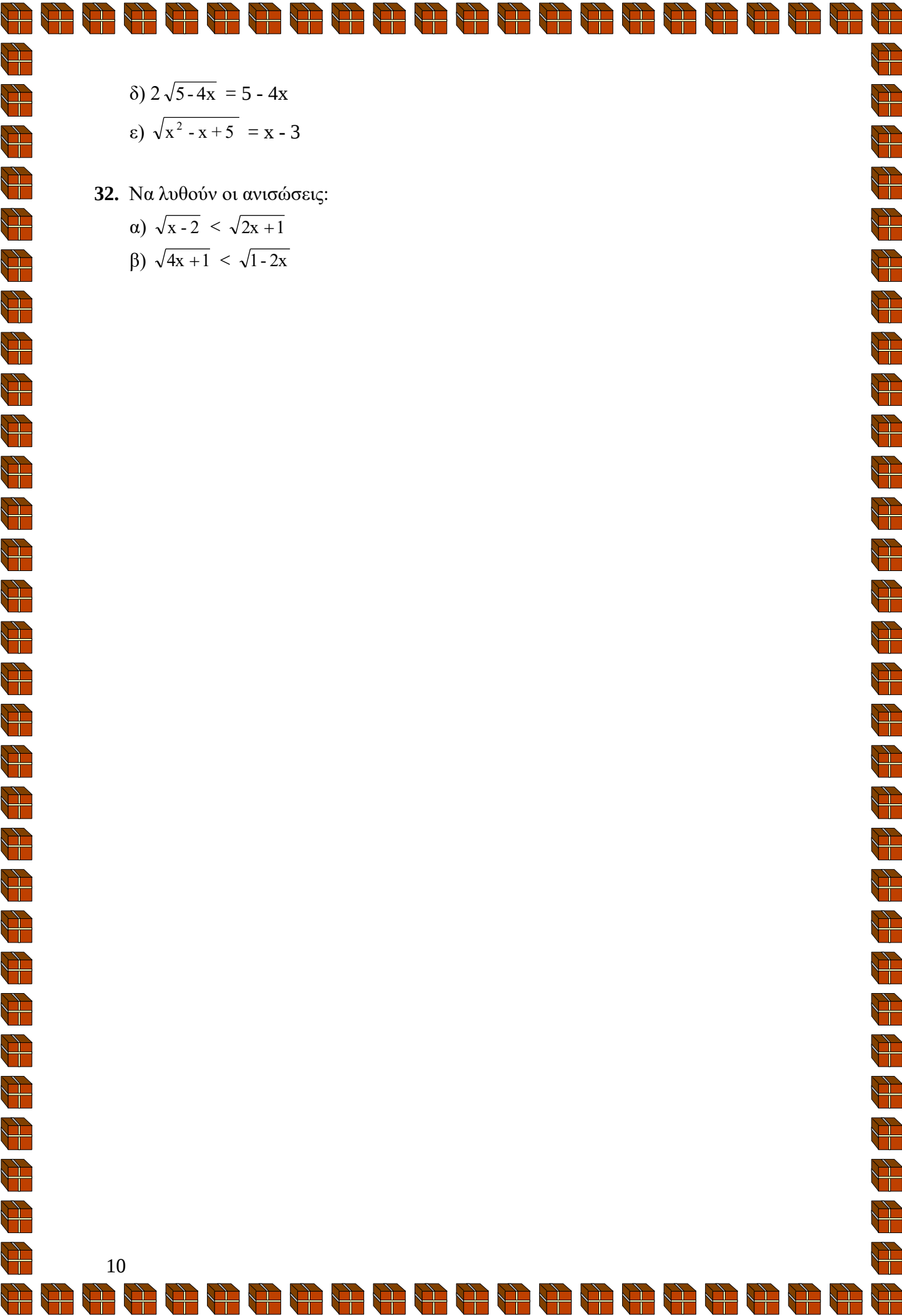
$$\gamma) 2\sigma\upsilon\nu^4 x - 5\sigma\upsilon\nu^3 x + 5\sigma\upsilon\nu x - 2 = 0$$

31. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \sqrt{x-3} = 5$$

$$\beta) x - \sqrt{25 - x^2} = 1$$

$$\gamma) \sqrt{x} - \sqrt{x+1} = 2$$


$$\delta) 2\sqrt{5-4x} = 5 - 4x$$

$$\varepsilon) \sqrt{x^2 - x + 5} = x - 3$$

32. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) \sqrt{x-2} < \sqrt{2x+1}$$

$$\beta) \sqrt{4x+1} < \sqrt{1-2x}$$