

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
στις ερωτήσεις Β' Θέματος
από το S4E

Το φυλλάδιο αυτό περιείχε μια μικρή συλλογή από ερωτήσεις Β θέματος από τα:
Ψηφιακά Εκπαιδευτικά Βοηθήματα .

Θα τα βρείτε στην διεύθυνση:

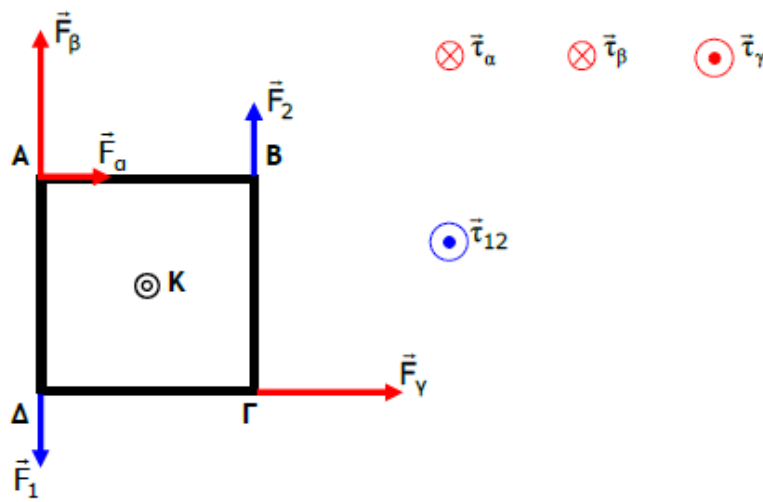
<http://www.study4exams.gr/>

Εδώ σας παραθέτω τις λύσεις των συγκεκριμένων ερωτήσεων.

Ερώτηση 1

Σωστή απάντηση είναι η β.

Για να ισορροπεί ένα στερεό που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, πρέπει να ισχύει $\sum \vec{\tau} = \vec{0}$ ως προς οποιοδήποτε σημείο. Επιλέγουμε να υπολογίσουμε τις ροπές ως προς το σημείο K ώστε να μηδενιστεί η ροπή της δύναμης που ασκεί ο ακλόνητος άξονας περιστροφής. Στο σχήμα φαίνονται οι κατευθύνσεις των ροπών:



Από τις κατευθύνσεις των ροπών φαίνεται ότι η δύναμη $\vec{F}_\gamma$ δε μπορεί να ισορροπήσει την πλάκα, διότι ασκεί ομόρροπη ροπή με τη συνολική ροπή των δυνάμεων $\vec{F}_\delta$ και $\vec{F}_2$.

Για τα μέτρα των ροπών των δυνάμεων $\vec{F}_\alpha$ και $\vec{F}_\beta$ έχουμε αντίστοιχα:

$$\tau_\alpha = F_\alpha \cdot \frac{(A\Delta)}{2} \Rightarrow \tau_\alpha = F \cdot \frac{\alpha}{2}$$

$$\tau_\beta = F_\beta \cdot \frac{(AB)}{2} \Rightarrow \tau_\beta = 2F \cdot \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tau_\beta = F \cdot \alpha$$

Για το μέτρο της συνολικής ροπής των δυνάμεων $\vec{F}_\delta$ και $\vec{F}_2$ έχουμε:

$$\tau_{12} = F \cdot \frac{(AB)}{2} + F \cdot \frac{(AB)}{2} \Rightarrow \tau_{12} = F \cdot \alpha$$

Επομένως, η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο στερεό για να ισορροπεί είναι η δύναμη $\vec{F}_\beta$, επειδή ασκεί αντίθετη ροπή από τη συνολική ροπή των δυνάμεων $\vec{F}_\delta$ και $\vec{F}_2$.

Ερώτηση 2

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η κινητική ενέργεια του τροχού (α) δίνεται από τον τύπο: $K_\alpha = \frac{1}{2} I \omega_\alpha^2$.

Η κινητική ενέργεια του τροχού (β) δίνεται από τον τύπο: $K_\beta = \frac{1}{2} I \omega_\beta^2 + \frac{1}{2} M v_{cm}^2$.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, το έργο W και στις δύο περιπτώσεις είναι το ίδιο. Στη β' περίπτωση το έργο μοιράζεται σε στροφική και μεταφορική κινητική ενέργεια, ενώ στην

α' περίπτωση γίνεται όλο στροφική, επομένως ισχύει: $\frac{1}{2} I \omega_\alpha^2 > \frac{1}{2} I \omega_\beta^2 \Rightarrow \omega_\alpha > \omega_\beta$.

Ερώτηση 3

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Η Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής δίνεται από τη σχέση $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ (1).

Επειδή η ροπή είναι σταθερή η επιτάχυνση θα είναι σταθερή (Νόμος στροφικής κίνησης).

Επειδή η αρχική γωνιακή ταχύτητα είναι ίση με μηδέν, ισχύει ότι $\omega = \alpha \cdot t$, κατά συνέπεια όταν ο χρόνος τριπλασιασθεί η γωνιακή του ταχύτητα θα τριπλασιασθεί.

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{\alpha\rho\chi} = \alpha \cdot t_1 \\ \omega_{\tau\sigma\lambda} = \alpha \cdot t_2 = 3\alpha \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_{\tau\sigma\lambda} = 3\omega_{\alpha\rho\chi} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι η κινητική του ενέργεια θα εννιπλασιασθεί.

$$K_{\tau\sigma\lambda} = \frac{1}{2} I \omega_{\tau\sigma\lambda}^2 = \frac{1}{2} I (3\omega_{\alpha\rho\chi})^2 = 9 \frac{1}{2} I \omega_{\alpha\rho\chi}^2 \Rightarrow K_{\tau\sigma\lambda} = 9K$$

Ερώτηση 4

Σωστή απάντηση είναι η (α) .

Το σύστημα ισορροπεί, άρα θα ισχύει $\Sigma F = 0$ και $\Sigma \tau_{(A)} = 0$.

Η πρώτη σχέση δίνει

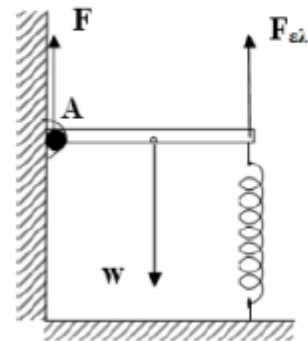
$$F_A + F_{ελ} = w \quad (1)$$

και η δεύτερη σχέση ισορροπίας δίνει

$$\tau_{F_{ελ}(A)} + \tau_{w(A)} = 0 \Rightarrow F_{ελ} \cdot \ell - w \cdot \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = \frac{w}{2} .$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1) έχουμε

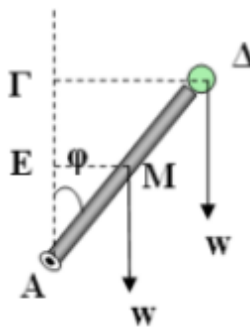
$$F_A + \frac{w}{2} = w \Rightarrow F_A = \frac{w}{2} , \text{ δηλαδή } F_{ελ} = F_A .$$



Ερώτηση 5

Σωστή απάντηση είναι η (α).

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα. Όταν το σύστημα σχηματίζει τυχαία γωνία φ με την κατακόρυφο τότε οι μοχλοβραχίονες του βάρους των δύο σωμάτων είναι οι $(\Gamma\Delta)$ και (EM) .

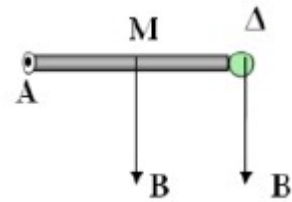


Το μέτρο της συνολικής ροπής είναι

$$\Sigma \tau = mg \cdot (EM) + mg \cdot (\Gamma\Delta) = mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \varphi + mg \ell \eta \mu \varphi$$

Παρατηρούμε ότι όσο κατεβαίνει η ράβδος η γωνία μεγαλώνει, το ίδιο και το $\eta \mu \varphi$, καθώς και η συνολική ροπή. Όταν η ράβδος γίνει οριζόντια μεγιστοποιείται το $\eta \mu \varphi$ και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής.

$$\text{Έτσι } \left(\frac{dL}{dt} \right)_{\max} = \Sigma \tau_{\max} = mg \frac{\ell}{2} + mg \ell \Rightarrow \left(\frac{dL}{dt} \right)_{\max} = \frac{3}{2} mg \ell.$$



Ερώτηση 6

Σωστή απάντηση είναι η (β).

Καθώς το νήμα ξετυλίγεται, η τροχαλία εκτελεί μεταφορική και στροφική κίνηση

Η ταχύτητα κάθε σημείου του δίσκου είναι $\vec{v} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho}$

Όπου $v_{\gamma\rho} = \omega R$

Οι επιμέρους ταχύτητες των σημείων Α και Γ είναι κάθετες μεταξύ τους.

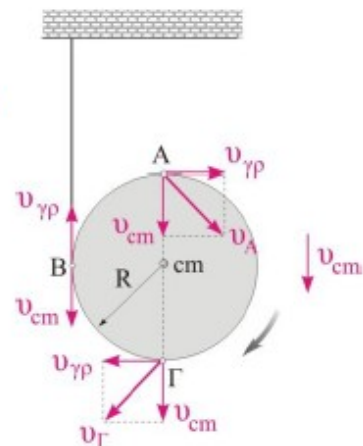
Για το σημείο Α έχουμε:

$$v_A = \sqrt{v_{\gamma\rho}^2 + v_{cm}^2} = \sqrt{2v_{cm}^2} \quad \text{ή} \quad v_A = v_{cm} \sqrt{2}$$

Για το σημείο Γ:

$$v_{\Gamma} = \sqrt{v_{\gamma\rho}^2 + v_{cm}^2} = \sqrt{2v_{cm}^2} \quad \text{ή} \quad v_{\Gamma} = v_{cm} \sqrt{2}$$

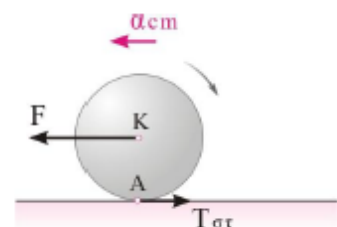
Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ είναι $\frac{v_A}{v_{\Gamma}} = 1$



Ερώτηση 7

Σωστή απάντηση είναι η (β)

Παρατηρούμε ότι ο κύλινδρος στρέφεται όπως οι δείκτες του ρολογιού, ενώ η μόνη ροπή που του ασκείται από την $T_{στ}$ έχει αντίθετη φορά. Άρα, στροφικά η κίνηση του κυλίνδρου είναι επιβραδυνόμενη.



Αφού ο κύλινδρος κυλάει και μεταφορικά θα επιβραδύνεται. Επομένως η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτόν θα έχουν φορά προς τα αριστερά. Για να συμβεί αυτό, θα πρέπει η οριζόντια δύναμη, F , να έχει φορά προς τα αριστερά και το μέτρο της να είναι μεγαλύτερο της $T_{στ}$.

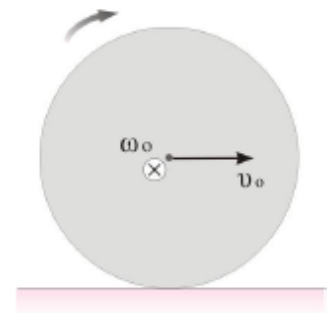
Ερώτηση 8

Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η ολική κινητική ενέργεια ενός σώματος που κυλάει είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφοράς και της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής και δίνεται από τη σχέση

$$K = K_{\text{μετ}} + K_{\text{στρ}} = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I \omega_o^2$$

Όπου I είναι η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα περιστροφής του.



Για το δακτύλιο έχουμε

$$K_{\text{δακτ}} = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 = \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 + \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 \quad \text{ή} \quad K_{\text{δακτ}} = m R^2 \omega_o^2, \quad (1)$$

Για το δίσκο έχουμε

$$K_{\text{δισκ}} = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 = \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m R^2 \omega_o^2 \quad \text{ή} \quad K_{\text{δισκ}} = \frac{3}{4} m R^2 \omega_o^2, \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε

$$\frac{K_{\text{δακτ}}}{K_{\text{δισκ}}} = \frac{m R^2 \omega_o^2}{\frac{3}{4} m R^2 \omega_o^2} = \frac{4}{3} \quad \text{ή} \quad K_{\text{δακτ}} = \frac{4}{3} K_{\text{δισκ}}$$

Ερώτηση 9

Σωστή απάντηση είναι η (α)

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για ένα κυλιόμενο σώμα από τη βάση του επιπέδου (θέση Α), όπου το σώμα έχει κινητική ενέργεια μέχρι τη θέση (Γ), όπου σταματά στιγμιαία μετατρέποντας την κινητική του ενέργεια σε δυναμική.



$$E_{(A)} = E_{(Γ)} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 = mgh_{\max} \quad , \quad (1)$$

$$\text{Έχουμε κύλιση, επομένως } \omega_0 = \frac{v_0}{R} \quad , \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τη (2) στην (1) παίρνουμε

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\frac{v_0^2}{R^2} = mgh_{\max} \quad \text{ή} \quad v_0^2\left(m + \frac{I}{R^2}\right) = 2mgh_{\max} \quad \text{ή} \quad h_{\max} = \frac{v_0^2\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)}{2g}$$

Επειδή η ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι διπλάσια από την αντίστοιχη του δίσκου σύμφωνα με την παραπάνω σχέση

$$h_{\max (\text{Δακτυλίου})} > h_{\max (\text{Δίσκου})}.$$

Ερώτηση 10

Σωστή απάντηση είναι η (α).

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Α ισούται με τη συνισταμένη των ροπών ως προς τον άξονα αυτόν. Επομένως όταν ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι μηδενικός ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F \cdot L - Mg x = 0 \Rightarrow F \cdot L - Mg \frac{L}{2} \eta \mu \vartheta = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{MgL}{4} - Mg \frac{L}{2} \eta \mu \vartheta = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} = \eta \mu \vartheta \Rightarrow \vartheta = 30^\circ$$

