

«ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ»

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

A. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

A1. Στην οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας από ύψος h , η τροχιά του σώματος είναι:

- α. οριζόντια και ευθύγραμμη
- β. κατακόρυφη και ευθύγραμμη
- γ. τυχαία καμπύλη
- δ. παραβολική

A2. Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι κίνηση που πραγματοποιείται:

- α. σε οριζόντιο άξονα
- β. σε κατακόρυφο άξονα
- γ. σε κατακόρυφο επίπεδο
- δ. σε οριζόντιο επίπεδο

A3. Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις, οι οποίες είναι:

- α. ομαλά επιταχυνόμενες σε κάθε άξονα
- β. ομαλή στο άξονα Ox και ελεύθερη πτώση στον άξονα Oy
- γ. ομαλή και στους δύο άξονες
- δ. ομαλή στον άξονα Ox , ομαλά επιταχυνόμενη στον Oy με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 και τιμή επιτάχυνσης g

A4. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 . Ο συνολικός χρόνος που χρειάζεται μέχρι να φθάσει στο έδαφος είναι:

- α. ανάλογος του ύψους h
- β. ανάλογος του μέτρου της v_0
- γ. ανεξάρτητος της τιμής του g
- δ. ανεξάρτητος του μέτρου της v_0

A5. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 εντός του ομογενούς πεδίου βαρύτητας (g). Το βεληνεκές, s_{OA} , είναι:

- α. ανάλογο του μέτρου της v_0
- β. ανεξάρτητο του ύψους h
- γ. ανεξάρτητο του μέτρου της v_0
- δ. ανεξάρτητο της τιμής του g

A6. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t_{OA} . Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται στο έδαφος είναι:

- α. $v = v_0 + gt_{OA}$
- β. $v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t_{OA}^2}$
- γ. $v = v_0$
- δ. $v = 0$

B. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

B1. Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα (Α) και ταυτόχρονα βάλλουμε οριζόντια μια άλλη σφαίρα (Β) με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 . Με μεγαλύτερη ταχύτητα (σε μέτρο) στο έδαφος φτάνει:

- α. Η (Α) β. Η (Β) γ. καμία από τις δύο

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B2. Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα (Α) και ταυτόχρονα βάλλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα (Β) με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 . Τότε:

- α. οι σφαίρες πέφτουν στο έδαφος ταυτόχρονα

- β. πρώτη πέφτει η (Α)

- γ. πρώτη πέφτει η (Β)

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

B3. «Σε μια οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 , χωρίς αντιστάσεις από τον αέρα, το μέτρο της ταχύτητας v με την οποία το σώμα προσγειώνεται, είναι αδύνατον να είναι μικρότερη ή ίση με το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 .»

Συμφωνείτε με την παραπάνω άποψη; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας.

B4. Από το ίδιο ύψος h και στον ίδιο τόπο βάλλονται ταυτόχρονα δύο σώματα (Α) και (Β), οριζόντια με ταχύτητες μέτρων v_0 και $2 \cdot v_0$ αντίστοιχα. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α. Τα δύο σώματα (Α) και (Β) φθάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

- β. Το σώμα (Α) έχει διπλάσιο βεληνεκές από το (Β).

B5. Δύο σώματα (Α) και (Β) βάλλονται οριζόντια με την ίδια αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h και $4 \cdot h$ αντίστοιχα. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α. Το (Α) χρειάζεται διπλάσιο χρόνο από το (Β) για να φθάσει στο έδαφος.

- β. Το (Β) έχει το ίδιο βεληνεκές με το (Α).

- γ. Και τα δύο σώματα προσγειώνονται με την ίδια οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας.

B6. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 . Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g . Να αποδείξετε ότι η εξίσωση που δίνει τη θέση (ψ) στον κατακόρυφο άξονα σε σχέση με τη θέση (x) στον οριζόντιο άξονα,

δηλαδή η εξίσωση της τροχιάς του σώματος είναι:
$$\psi = \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

B7. Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας, όπου η τιμή της επιτάχυνσης είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α. Το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας είναι συνεχώς ίσο με το μέτρο της v_0 .

- β. Το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι ανάλογο του χρόνου πτήσης t .
 γ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει κατεύθυνση εφαπτομένη της τροχιάς του σώματος.
 δ. Η ταχύτητα αυξάνεται μόνο κατά το άξονα Oy.

B8. Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 μέσα στο πεδίο βαρύτητας, όπου η τιμή της επιτάχυνσης είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α. Η θέση (x) στον οριζόντιο άξονα είναι ανάλογη του χρόνου t .
 β. Η θέση (y) στον κατακόρυφο άξονα είναι ανάλογη του χρόνου t .
 γ. Το βεληνεκές είναι ανάλογο του μέτρου της v_0 .
 δ. Η κατεύθυνση της ταχύτητας v είναι συνεχώς σταθερή.

B9. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t . Το διάνυσμα της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία θ , ισχύει ότι:

- α. Είναι ορθή σε κάθε οριζόντια βολή. β. Έχει τιμή ανεξάρτητη της αρχικής ταχύτητας v_0 .

γ. Δίνεται από τη σχέση: $\varepsilon\phi\theta = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$

δ. Αν είναι 45° τότε ισχύει ότι,

$$v_y = v_x = v_0.$$

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

B10. Από το παράθυρο του 1^{ου} ορόφου, που απέχει απόσταση h από το έδαφος, ενός κτηρίου εκτοξεύεται σφαίρα Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα v_0 . Από το παράθυρο του 4^{ου} ορόφου του ιδίου κτηρίου, που απέχει απόσταση $4 \cdot h$ από το έδαφος, εκτοξεύεται ταυτόχρονα με την Σ_1 μια δεύτερη σφαίρα Σ_2 με την ίδια ταχύτητα v_0 .

Η σφαίρα Σ_1 φθάνει στο έδαφος μετά από χρόνο t_1 ενώ η σφαίρα Σ_2 φθάνει στο έδαφος μετά από χρόνο t_2 .

B10.1) Ποια από τις παρακάτω σχέσεις ισχύει;

- α. $t_1 = 2 \cdot t_2$ β. $t_2 = 2 \cdot t_1$ γ. $t_1 = 4 \cdot t_2$ δ. $t_2 = 4 \cdot t_1$

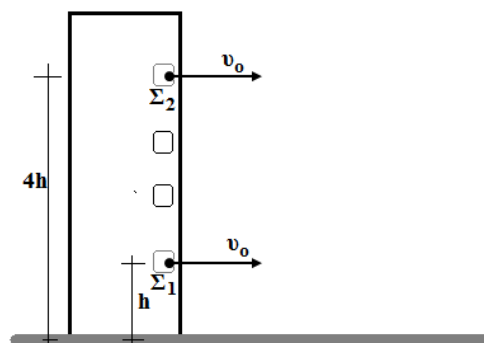
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B10.2) Ποιο από τα παρακάτω ισχύει;

- α. Οι δύο σφαίρες θα πέσουν στο έδαφος στο ίδιο σημείο.
 β. Πιο μακριά θα πέσει στο έδαφος η Σ_2 .
 γ. Πιο μακριά θα πέσει στο έδαφος η Σ_1 .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B10.3) Αν S_1 και S_2 οι οριζόντιες μετατοπίσεις των δύο σφαιρών όταν φθάσουν στο έδαφος, να βρεθεί η σχέση των S_1 και S_2 .



B11. Από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το έδαφος εκτοξεύονται ταυτόχρονα δύο σώματα Α και Β με οριζόντιες αρχικές ταχύτητες μέτρου v_0 και $2 \cdot v_0$ με αντίθετες κατευθύνσεις. Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε τις σωστές απαντήσεις.

B11.1) Για τους χρόνους κίνησης των δύο σωμάτων μέχρι να φτάσουν στο έδαφος ισχύει:

α) $t_A = t_B$

β) $t_A = 2 \cdot t_B$

γ) $t_A = \frac{t_B}{2}$

B11.2) Η απόσταση των σημείων πρόσκρουσης στο έδαφος για τα δύο σώματα είναι:

α) $3v_0 \sqrt{\frac{h}{g}}$

β) $3v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

γ) $v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

B12. Από ύψος $h = 180m$ εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα με ταχύτητα $v = 10m/s$. Αν $g = 10m/s^2$ επιλέξετε τις σωστές προτάσεις:

α. Η εξίσωση της τροχιάς είναι: $\psi = \frac{x^2}{20}$

β. Το σώμα θα φτάσει στο έδαφος σε χρόνο $6s$.

γ. Όταν φθάσει στο έδαφος η οριζόντια μετατόπιση του θα είναι $60m$.

δ. Για $t = 2s$ η επιτάχυνση του είναι μεγαλύτερη από $10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γ1. Σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος $h=180m$ από το έδαφος με ταχύτητα $v_0=20m/s$. Να βρείτε:

- α) σε πόσο χρόνο θα φτάσει το σώμα στο έδαφος και πόση είναι η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του,
- β) την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το σώμα στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Δίνεται: $g=10m/s^2$. Να αγνοήσετε αντιστάσεις από τον αέρα.

Γ2. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος $h=320m$ από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου $v_0=60m/s$. Δίνεται $g=10m/s^2$. Να βρείτε για το σώμα:

- α) τον ολικό χρόνο κίνησής του,
- β) το βεληγεκές του, και,
- γ) την ταχύτητα με την οποία χτυπά στο έδαφος.

Γ3. Ένα μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος $h=20m$ πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=10m/s$. Δίνεται $g=10m/s^2$. Να βρείτε:

- α) τον χρόνο που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος,
- β) την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος, και,
- γ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν το σώμα θα έχει διανύσει τη μισή κατακόρυφη απόσταση.

Γ4. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ταραύσα ύψους $h=20m$ και χτυπά στο έδαφος σε σημείο που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $s=80m$ από το σημείο βολής. Δίνεται $g=10m/s^2$. Να βρείτε:

- α) την αρχική ταχύτητα του σώματος,
- β) τον χρόνο πτώσης του σώματος
- γ) το μέτρο και τη διεύθυνση της ταχύτητας με την οποία το σώμα χτυπά στο έδαφος.

Γ5. Ένα μαχητικό αεροσκάφος κινείται οριζόντια σε ύψος $h=180m$ από την επιφάνεια της γης με ταχύτητα $v_0=400m/s$. Ένα άρμα κινείται στο έδαφος με ταχύτητα σταθερού μέτρου αλλά αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του αεροπλάνου. Τη στιγμή που ο πιλότος αφήνει μία βόμβα η οριζόντια απόσταση μεταξύ αεροπλάνου και άρματος είναι $2,520Km$.

Να υπολογίσετε :

- α) την ταχύτητα του άρματος ώστε η βόμβα να το πετύχει.
- β) την ταχύτητα της βόμβας όταν για τις συντεταγμένες της θέσης της ισχύει $x=20y$.

[Απ: (α) $20m/s$, (β) $402m/s$, $\epsilon\phi\theta=0,1$]

Γ6. Από ύψος H από το έδαφος ρίχνουμε τη χρονική στιγμή $t_0=0$ σώμα μάζας $m=0,3kg$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1sec$ η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει με την

οριζόντια διεύθυνση γωνία $\theta=30^\circ$. Αν δίνεται ότι $g=10\text{ m/s}^2$. Να βρείτε:

- α) το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 του σώματος, και,
- β) την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{ sec}$.

Γ7. Μια μικρή μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=40\text{ m/s}$ από ύψος H πάνω από το έδαφος. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

- α) Να διερευνήσετε αν υπάρχει χρονική στιγμή, κατά την οποία η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας να είναι ίση κατά μέτρο με την αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση.
- β) Να διερευνήσετε αν υπάρχει χρονική στιγμή, κατά την οποία η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας της μπάλας να είναι ίσες κατά μέτρο. Αν ναι, πόση είναι η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας εκείνη τη χρονική στιγμή;

Γ8. Από την ταράτσα πολυκατοικίας ύψους $h=20\text{ m}$ εκτοξεύουμε τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μικρό σώμα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0=20\text{ m/s}$. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

- α) Ποια χρονική στιγμή φθάνει το σώμα στο έδαφος;
- β) Πόση είναι η μέγιστη απόσταση από την πολυκατοικία που φθάνει το σώμα;
- γ) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φθάνει στο έδαφος; (μέτρο και κατεύθυνση)
- δ) Να γράψετε την εξίσωση τροχιάς του σώματος.

[Απ: (α) 2 s , (β) 40 m , (γ) $20\sqrt{2}\text{ m/s}$, $\theta=45^\circ$, (δ) $y=x^2/80, \text{ S.I. και } 0 \leq t \leq 2\text{ s}, 0 \leq x \leq 40$]

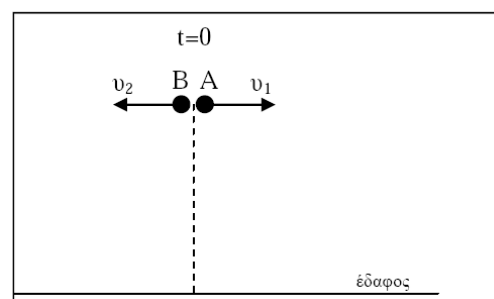
Γ9. Από ύψος $h=80\text{ m}$ από το έδαφος εκτοξεύονται ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ δυο μικρά σώματα με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $v_1=10\text{ m/s}$ και $v_2=20\text{ m/s}$, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

- α) Ποιο από τα δύο σώματα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος;
- β) Πόσο θα απέχουν τα δύο σώματα τη χρονική στιγμή $t=2\text{ s}$;

γ) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ τους;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

[Απ: (α) ταυτόχρονα σε 4 s , (β) 60 m , (γ) 120 m]



Γ10. Σώμα ρίχνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0=20\text{ m/s}$ από ύψος $h=180\text{ m}$ από το έδαφος.

- α) Σε πόσο χρόνο θα φτάσει το σώμα στο έδαφος;
- β) Πόση είναι η μέγιστη οριζόντια μετατόπισή του;
- γ) Ποια η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος.
- δ) Σε πόσο ύψος από το έδαφος θα βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t=2\text{ s}$;
- ε) Ποια χρονική στιγμή θα βρίσκεται σε ύψος $H=100\text{ m}$ από το έδαφος;

[Απ: (α) 6 s , (β) 120 m , (γ) $v=20\sqrt{10}\text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta=3$, (δ) 160 m , (ε) 4 s]

Γ11. Από σημείο O, που βρίσκεται σε ύψος $H=160\text{m}$ από το έδαφος, ρίχνεται οριζόντια σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 15\text{m/s}$. Η εκτόξευση γίνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ενώ τη χρονική στιγμή t το σώμα περνάει από το σημείο A που βρίσκεται σε ύψος $h=80\text{m}$ από το έδαφος. Να βρείτε:

α) τη χρονική στιγμή t

β) την απόσταση του σημείου A από το σημείο βολής O

γ) την ταχύτητα του όταν περνά από το σημείο A.

[Απ: (α) 4s , (β) 100m , (γ) $5\sqrt{73}\text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta=8/3$]

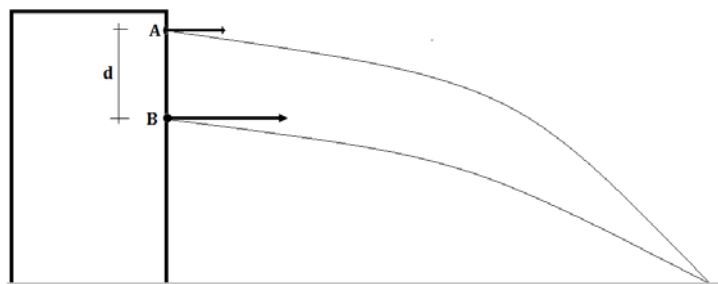
Γ12. Ένα παιδί πετά οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα μέτρου $v_0=10\text{m/s}$ από ύψος $h=1,8\text{m}$. Να βρείτε:

α) την εξίσωση της τροχιάς του σώματος, $y=f(x)$

β) σε ποιο σημείο θα χτυπήσει η μπάλα έναν κατακόρυφο τοίχο που βρίσκεται σε απόστασή $d=4\text{m}$ από το παιδί;

[Απ: (α) $y=x^2/20$, (β) 1m από το έδαφος]

Γ13. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ από το σημείο A ενός υψηλού κτηρίου εκτοξεύεται οριζόντια σφαίρα με αρχική ταχύτητα v_A . Μετά από ένα 1 s εκτοξεύεται από το σημείο B δεύτερη σφαίρα με αρχική ταχύτητα v_B . Το σημείο B βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σημείο A και απέχει από αυτό απόσταση $d=15\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο σφαίρες συναντιώνται στο έδαφος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.



α) Ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν οι δύο σφαίρες;

β) Ποιο είναι το ύψος από το έδαφος του σημείου A ;

γ) Ποιος είναι ο λόγος των ταχυτήτων v_A/v_B ;

[Απ: (α) 2s , (β) 20 m , (γ) $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}$]

Γ14. Τρία σώματα A,B,Γ βρίσκονται σε ύψος $h=45\text{m}$ από το έδαφος. Τα σώματα A,Γ εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρων $v_1=20\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο σχήμα (η απόσταση ABΓ θεωρείται αμελητέα) . Το σώμα B αφήνεται την ίδια χρονική στιγμή ελεύθερο να κινηθεί. ($g=10\text{m/s}^2$)

α) να βρείτε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει κάθε σώμα.

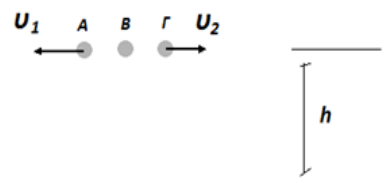
β) να βρείτε ποιο σώμα θα φτάσει πιο γρήγορα στο έδαφος.

γ) πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τα σώματα όταν $t=1\text{s}$.

δ) ποια θα είναι η απόσταση μεταξύ των σωμάτων τη στιγμή που αυτά θα αποκτήσουν τη μέγιστη ταχύτητα τους.

Η αντίσταση αέρα θεωρείται αμελητέα.

[Απ: (α) 10 m/s^2 , (γ) 20m , 10 m , 30 m , (δ) 60m , 30m , 90m]



ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

(Για τις επόμενες ασκήσεις να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και $g=10\text{m/s}^2$)

Δ1. Από την ταράτσα κτηρίου ύψους $H=20\text{m}$ εκτοξεύουμε ένα μπαλάκι με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_o=40\text{m/s}$. Μια κολόνα ύψους $h=12,8\text{m}$ βρίσκεται ακριβώς απέναντι από το κτήριο προς την κατεύθυνση που ρίχνουμε το μπαλάκι. Η οριζόντια απόσταση μεταξύ κολόνας και κτηρίου είναι $d=40\text{m}$.

α) Να αποδείξετε ότι το μπαλάκι δε θα χτυπήσει πάνω στην κολόνα.

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης $x(t)$, $y(t)$ και η εξίσωση τροχιάς $y(x)$ της μπάλας.

γ) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας που έπρεπε να έχει το μπαλάκι, ώστε να χτυπήσει στην κολόνα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το πάχος της κολόνας αμελητέο.

[Απ: (β) $x=40t$, $y=5t^2$, $y=x^2/320$ S.I. και $0\leq t\leq 2\text{s}$, $0\leq x\leq 80\text{m}$, (γ) 20m/s , $100/3\text{m/s}$]

Δ2. Η εξίσωση της τροχιάς για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $H=180\text{m}$ είναι: $y = \frac{x^2}{20}$ (S.I).

α) Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα v_0 .

β) Να υπολογιστεί το ύψος που βρίσκεται το σώμα όταν η οριζόντια μετατόπιση του είναι 40m .

γ) Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος.

δ) Ποιες ενεργειακές μετατροπές συμβαίνουν κατά την κίνηση του σώματος;

ε) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος και η διεύθυνση που σχηματίζει με το έδαφος όταν φτάσει σε αυτό.

[Απ: (α) 10m/s , (β) 100m , (γ) 60m , (ε) $10\sqrt{37}\text{m/s}$, $\varepsilon\varphi\theta = 6$]

Δ3. Σώμα Σ μάζας $m=0,2\text{Kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια στο κενό με ταχύτητα u_Σ . Την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία 30° με τον ορίζοντα και η κινητική ενέργεια του Σ είναι 360J .

α) Να προσδιορίσετε τη ταχύτητα u_Σ με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα.

β) Να προσδιορίσετε την χρονική στιγμή t_1 .

γ) Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος Σ την χρονική στιγμή t_1

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

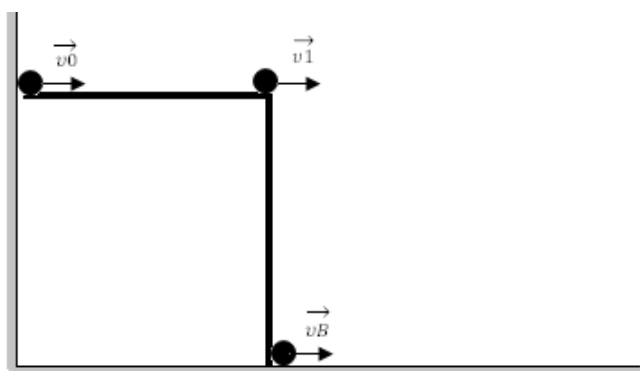
[Απ: (α) $30\sqrt{3}\text{m/s}$, (β) 3s , (γ) $90\sqrt{3}\text{m}$, 45m]

Δ4. Από ύψος $h=45m$ από το έδαφος εκτοξεύεται μικρό σώμα μάζας $m=1kg$ με ταχύτητα μέτρου $v_o=20m/s$. Τη χρονική στιγμή t_1 που απέχει από το έδαφος $25m$, να υπολογίσετε:

- α) την ταχύτητα του σώματος,
- β) τη μετατόπιση του σώματος,
- γ) τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος,
- δ) τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος,
- ε) την ισχύ του βάρους, και,
- στ) τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

[Απ: (α) $20\sqrt{2}m/s$, $\theta=45^\circ$, (β) $20\sqrt{5}m$, (γ) $\epsilon\phi\theta=1/2$, $20m/s$, (δ) $10m/s^2$, (ε) $200J/s$, (στ) $200J/s$]

Δ5. Σώμα Α μάζας $m_A=1kg$ βάλλεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t_o=0$ από ταράτσα πολυκατοικίας με ταχύτητα μέτρου $v_o=12m/s$. Το σώμα Α με την επιφάνεια της ταράτσας εμφανίζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Το σώμα Α αφού διανύσει απόσταση $s=4,4m$ φτάνει στο όριο της ταράτσας και πέφτει στο κενό. Το ύψος της ταράτσας από το έδαφος είναι $h=20m$.



Να προσδιορίσετε:

- α) τον συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Α από τη στιγμή που εκτοξεύεται μέχρι λίγο πριν ακουμπήσει στο έδαφος,
- β) την οριζόντια απόσταση του σημείου πρόσπτωσης του σώματος Α στο έδαφος από τον τοίχο της πολυκατοικίας,
- γ) την ταχύτητα του σώματος Α καθώς και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του πριν ακουμπήσει στο έδαφος.
- δ) Έστω σώμα Β ξεκινάει την κίνηση του από τον τοίχο της πολυκατοικίας με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_B=100/11 m/s$. Σε ποια θέση πρέπει να βρίσκεται το σώμα Α τη στιγμή που θα ξεκινήσει να κινείται το σώμα Β, ώστε το Α να χτυπήσει το Β.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

[Απ: (α) $2,4s$, (β) $20m$, (γ) $10\sqrt{5}m$, $\epsilon\phi\theta=2$, $200J/s$, (δ) $2,3m$]

Δ6. Σώμα μάζας $m=1Kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_o=20m/s$ από ύψος $H=20m$. Να υπολογίσετε:

- α) το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος και τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος,

β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που απέχει $h=10\text{m}$ από το έδαφος,

γ) τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.

δ) τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της δυναμικής ενέργειας της χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.

ε) Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος μέχρι αυτό να φτάσει στο έδαφος.

[Απ: (α) $20\sqrt{2}\text{m/s}$, 2 s , (β) $10\sqrt{6}\text{ m/s}$, (γ) 10 m/s^2 , (δ) 200 J/s , -200 J/s , (ε) $20\sqrt{5}$]

Δ7. Από ένα σημείο που απέχει 180 m από το έδαφος εκτοξεύονται ταυτόχρονα δύο σώματα με οριζόντιες ταχύτητες μέτρων $v_1=20\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Να βρεθούν:

α) Ποιο από τα δύο σώματα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

β) Η οριζόντια απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$.

γ) Η μέγιστη οριζόντια απόσταση τους.

δ) Η γραφική παράσταση της οριζόντιας μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ: (α) Ταυτόχρονα, 6 s , (β) 20 m , 60 m , (γ) 60 , 180m ή 60m , (δ) $x=10t$, $x=30t$]

Δ8. Σώμα μάζας $m = 1\text{ Kg}$ βάλλεται οριζόντια από ύψος $H = 720\text{ m}$ με ταχύτητα $v_0 = 10\text{ m/s}$. Να υπολογίσετε:

α) Τις συντεταγμένες του σώματος τη χρονική στιγμή 10 s .

β) Το μέτρο της ταχύτητας του την ίδια χρονική στιγμή.

γ) Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος και η αντίστοιχη κινητική ενέργεια του σώματος.

δ) Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι διπλάσια της οριζόντιας μετατόπισης του.

ε) Τη δυναμική ενέργεια του σώματος την παραπάνω χρονική στιγμή.

στ) Το βεληνεκές του σώματος.

[Απ: (α) $(100,500)\text{m}$, (β) $10\sqrt{101}\text{m/s}$, (γ) $10\sqrt{145}\text{ m/s}$, 7250 m , (δ) 4 s , (ε) 6400 J , (στ) 120m]

Δ9. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος $h = 500\text{m}$ με ταχύτητα μέτρου $v_0=100\text{ m/s}$. Ταυτόχρονα, ένα τεθωρακισμένο το οποίο κινείται αντίρροπα με το αεροπλάνο με σταθερή όμως ταχύτητα $v_a=25\text{ m/s}$ βρίσκεται αρχικά σε οριζόντια απόσταση x από το αεροπλάνο.

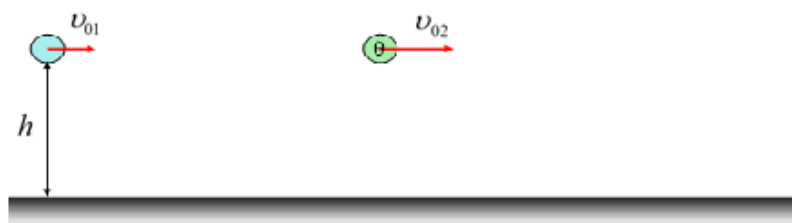
α) Να υπολογίσετε την παραπάνω απόσταση x από την οποία θα αφεθεί μια βόμβα ώστε αυτή να χτυπήσει το τεθωρακισμένο.

β) Να θεωρήσετε επίσης και την περίπτωση όπου τα δύο σώματα κινούνται ομόρροπα.

[Απ: (α) 1250 m , (β) 750 m]

Δ10. Στο παρακάτω σχήμα δύο βλήματα με μάζες $m_1=0,5\text{Kg}$ και $m_2=0,6\text{Kg}$ βάλλονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το ίδιο ύψος $h=4500\text{m}$ και κινούνται στο ίδιο

κατακόρυφο επίπεδο. Έστω 200 m η αρχική οριζόντια απόσταση των σωμάτων και οι αρχικές ταχύτητες τους $v_{01}=20\text{m/s}$ και $v_{02}=10\text{m/s}$ αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή τα βλήματα συναντιούνται.



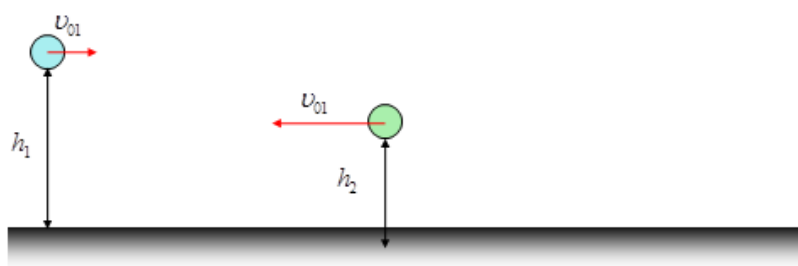
Να βρεθούν:

- α) Οι συντεταγμένες του σημείου συνάντησης.
- β) Το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων την παραπάνω χρονική στιγμή.
- γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας για τα δύο σώματα.
- δ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του πρώτου βλήματος όταν φτάσει στο έδαφος.
- ε) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας των βλημάτων τη χρονική στιγμή $t = 0$ που αρχίζουν να κινούνται.

[Απ: (α) (400,2000)m, (β) $20\sqrt{101}\text{m/s}$, $10\sqrt{101}\text{m/s}$, (γ) 10m/s^2 , δ. 1000J/s , -1000J/s , (ε) 0]

Δ11. Στο παρακάτω σχήμα δύο βλήματα μάζας $m_1=m_2=10\text{kg}$ βάλλονται οριζόντια σε αντίθετες κατευθύνσεις από ύψος $h_1=2000\text{ m}$ και $h_2=500\text{m}$ και με ταχύτητες $v_{01}=40\text{m/s}$ και $v_{02}=80\text{m/s}$, αντίστοιχα. Αν η αρχική οριζόντια απόσταση των δύο σωμάτων είναι $d = 2160\text{ m}$.

Να βρεθούν:



- α) Οι συντεταγμένες του σημείου συνάντησης των σωμάτων.
- β) Η μέγιστη οριζόντια απόσταση των δύο σωμάτων όταν έχουν φτάσει και τα δύο στο έδαφος.
- γ) Να περιγραφούν οι ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν κατά την κίνηση των σωμάτων.

δ) Να υπολογιστούν για κάθε βλήμα οι ρυθμοί μεταβολής: $\frac{\Delta v_y}{\Delta t}$, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ αντίστοιχα.

ε) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε σώματα ξεχωριστά όταν η οριζόντια ταχύτητα κάθε σώματος είναι διπλάσια της κατακόρυφης.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

[Απ: (α) (320,1620), (β) 800m, 800m, (δ), $10\text{m/s}^2, 40 \text{ m/s}, 80 \text{ m/s}$, (ε) 2000 J/s, 4000J/s]

Δ12. Σώμα εκτοξεύεται από ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου v_0 τη χρονική στιγμή . Η εξίσωση της τροχιάς του σώματος είναι $y = \frac{x^2}{20}$ (S.I) . Αν η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του είναι 50m να υπολογίστε :

α) Την ταχύτητα v_0 .

β) Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύεται το σώμα.

γ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν αυτό φτάσει στο έδαφος.

δ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που η κατακόρυφη απόσταση του από το έδαφος ισούται με το διανυόμενο διάστημα στον κατακόρυφο άξονα.

ε) Αν διπλασιαστεί η αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος, να υπολογιστεί η επί τοις εκατό μεταβολή της μέγιστης οριζόντιας απομάκρυνσης του.

[Απ: (α) 10m/s, (β) 125m, (γ) $10\sqrt{26} \text{ m/s}$, (δ) 50%]

Δ13. Στο παρακάτω σχήμα τα βλήματα α, β εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 20 \text{ m/s}$ και v_2 . Τα σώματα κινούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και πετυχαίνουν το στόχο που βρίσκεται στο σημείο Δ. Αν $(OA) = 180 \text{ m}$, $(AG) = 540 \text{ m}$ να βρεθούν:

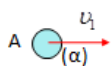
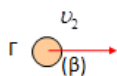
α) Η ταχύτητα v_2 του δεύτερου σώματος.

β) Σε ποια θέση θα βρίσκεται το δεύτερο βλήμα όταν η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του με την οριζόντια διεύθυνση είναι 45° .

γ) Να βρεθεί η θέση του βλήματος α την παραπάνω χρονική στιγμή.

δ) Αν η μάζες των δύο βλημάτων είναι ίσες με $m = 2 \text{ Kg}$ να υπολογίσετε την κινητική τους ενέργεια όταν φτάσουν στο έδαφος.

ε) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος α όταν $\frac{\Delta K_\alpha}{\Delta t} = 400 \text{ J/s}$.



[Απ: (α) 10 m/s, (β) (10,5), (γ) (20,5), (δ) 3600 J, 14400 J, (ε) $20\sqrt{2} \text{ m/s}$]

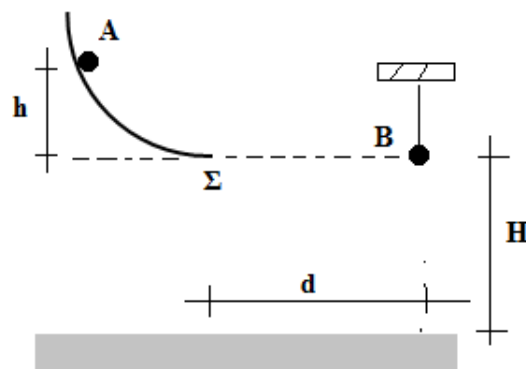
Δ14. Σώμα μάζας $m=200\text{g}$ εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $h=3,2 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος και με αρχική ταχύτητα $V_0=20\text{m/s}$. Κατά την διάρκεια της κίνησής του πνέει αντίθετος άνεμος που ασκεί στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F και το σώμα προσκρούει στο έδαφος με κατακόρυφη ταχύτητα. Να βρεθούν:

- α) Ο χρόνος κίνησης του σώματος.
 β) Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος τη στιγμή που προσκρούει στο έδαφος.
 γ) Το έργο της δύναμης F για όλη τη διάρκεια της κίνησης.
 δ) Τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας στον οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας όταν το σώμα βρίσκεται 2,4 m πάνω από το έδαφος.
 [Απ: (α) 0,8s, (β) 8m, (γ) -40J, (δ) -50J/s, 8J/s, -50J/s, -8J/s]

Δ15. Σώμα μάζας $m=100\text{gr}$ εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $V_0=60\text{m/s}$ από ύψος h . Στο σώμα εκτός από τη δύναμη του βάρους ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη αντίθετη της V_0 σε όλη της διάρκεια της κίνησής του. Το σώμα προσκρούει σε σημείο στο έδαφος με οριζόντια ταχύτητα αντίθετη της ταχύτητας εκτόξευσης. Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία με $\epsilon\phi\theta=4/3$. Να βρεθούν:

- α) Το ύψος από το οποίο εκτοξεύθηκε το σώμα.
 β) Το μέτρο της ταχύτητας πρόσκρουσης στο έδαφος.
 γ) Να προσδιοριστεί η θέση του σώματος τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος γίνει κατακόρυφη και το έργο της δύναμης F μέχρι εκείνη τη στιγμή.
 δ) Να προσδιοριστούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας στον άξονα x και y τη στιγμή που προσκρούει στο έδαφος.
 [Απ: (α) 320m, (β) 100m/s, (γ) (120,80)m, -180J, (δ) -90J/s, 80J/s]

Δ16. Η σφαίρα A του σχήματος μπορεί και κινείται σε λείο τεταρτοκύκλιο. Το τέλος του τεταρτοκυκλίου (σημείο Σ) βρίσκεται στο ίδιο ύψος $H=45\text{m}$ με τη σφαίρα B η οποία ισορροπεί δεμένη στο άκρο νήματος. Αφήνουμε τη σφαίρα A από ύψος που απέχει h από τη βάση του τεταρτοκυκλίου και τη στιγμή που η σφαίρα A εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο, κόβεται το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα B .



- α) Να βρείτε το χρόνο καθόδου της σφαίρας B .

Αν οι σφαίρες συγκρούονται τη στιγμή ακριβώς που προσκρούουν στο έδαφος και η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας A από το σημείο Σ είναι $d=18\text{m}$, να βρείτε:

- β) Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα A .
 γ) Τη ταχύτητα της σφαίρας A όταν φτάνει στο έδαφος.

[Α: (α) 3s, (β) 1,8 m, (γ) $6\sqrt{26}\text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta = 5$]