

Φυλλάδιο 02 - Πεπερασμένα όρια στο x_0 **Ασκήσεις**

1. Να υπολογίσετε τα όρια: α) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x-2}{x^2-x} \right)$ β) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3} - 3x + 1}{x^2 - 1}$
- γ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x^2 + x}$ δ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x} - 1}$
2. Αν $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{2x - 4} & , x \neq 2 \\ a & , x = 2 \end{cases}$ να υπολογίσετε: α) το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, β) το a ώστε $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$.
3. Αν $f(x) = \begin{cases} a \cdot \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x - \beta & , x < 0 \\ a\sqrt{x+1} + 2\beta & , x \geq 2 \end{cases}$ να υπολογίσετε τα a, β ώστε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
4. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- α) αν $3x - 2 - x^2 \leq f(x) \leq x^2 - x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- β) αν $|f(x) - 2| \leq x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- γ) αν $f(\mathbb{R}) = (0, 1)$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} [x^2 f(x)]$
5. Αν $2x - 3x^2 \leq f(x) \leq x^4 + 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.
6. Να υπολογίσετε τα όρια: α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \eta\mu x}{x}$ β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(\pi - x)}{x^2 + x}$ γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x + 3x}{2x - \eta\mu x}$
- δ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^2 x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ ε) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta\mu x}{\pi - x}$ ς) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x^2}{\eta\mu 3x}$
7. Να υπολογίσετε το k αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^k + 2x^4 - 3}{x - 1} = 14$.
8. Αν $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{f(x)} = 3$ και $\lim_{x \rightarrow 1} [g(x) \cdot (\sqrt{x^2 + 3} - 2)] = 1$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$.
9. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = 2$ και $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) + g(x)] = 10$, να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.
10. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^3 - x - 1| - |x - 7|}{x^2 - 4}$ και $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| - x + 2}{x^2 - 2x}$.
11. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 - 3x - 1| + x}{|x^3 + 5x + 4| - 2}$ και $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x + 1| + x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$.
12. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 - 1| - x^2 + x + 2}{\sqrt{x + 2} - 1}$ και $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9 - \sqrt{x^2 - 6x + 9}}{|x - 1| - 2}$.
13. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|2 \ln x - 3| - |x^{10} - x + 4| + x^2 - 1}{|e^x - 4| + 3}$ και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 1| + x - 1}{|x - 2| + 1}$.
14. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + 3\sqrt{x+3} - 7|}{x - 1}$ και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\ln x + x + 1| - |\ln x + 2|}{x - 1}$.
15. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{|x - 1|} = k \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και το k .