

Μάθημα 03

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Τάξη: γ' Λυκείου κατεύθυνσης

Ημερομηνία

19/09/2025

Γραφική παράσταση συνάρτησης

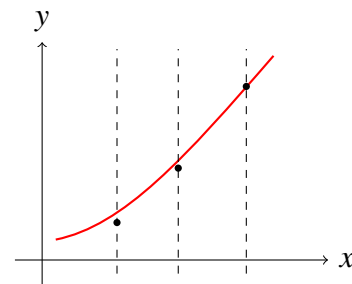
- Αρχικά, ας θυμηθούμε τον ορισμό της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.

Ορισμός: Γραφική παράσταση

Θεωρούμε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A \subseteq \mathbb{R}$ και ένα σύστημα συντεταγμένων Oxy στο επίπεδο. **Γραφική παράσταση** της f ονομάζουμε το σύνολο των σημείων $M(x, f(x))$ του επιπέδου, όπου $x \in A$ και τη συμβολίζουμε με C_f .

Επειδή σε κάθε $x \in A$ αντιστοιχεί μόνο ένα $y \in f(A)$, συμπεραίνουμε τα εξής:

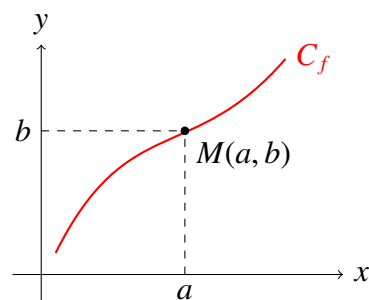
- κάθε κατακόρυφη ευθεία τέμνει τη C_f το πολύ σ' ένα σημείο,
- δεν υπάρχουν διαφορετικά σημεία της C_f με την ίδια τετμημένη.



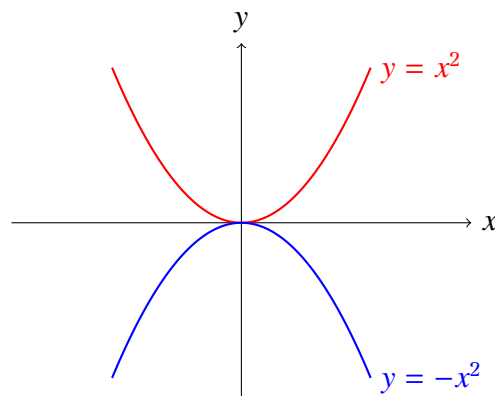
- Αναφέρουμε χαρακτηριστικές ιδιότητες των γραφικών παραστάσεων.

1) Ένα σημείο $M(a, b)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f αν και μόνο αν ισχύει $f(a) = b$.

$$M(a, b) \in C_f \Leftrightarrow b = f(a)$$



2) Οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίθετων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.



Παράδειγμα: Κατασκευή γραφικής παράστασης

Να κατασκευαστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3.$$

Βήματα

- 1) **Πεδίο ορισμού:** Πολυωνυμική συνάρτηση $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$.
- 2) **Κορυφή (ελάχιστο):** Η παράσταση είναι ήδη στη μορφή παραβολής με μετατόπιση. Ελάχιστη τιμή στο $x = 2$:
$$f(2) = -3 \Rightarrow \text{κορυφή } V(2, -3).$$
- 3) **Άξονας συμμετρίας:** $x = 2$.
- 4) **Τομές με άξονες:**
 - Με τον άξονα y : $f(0) = (0 - 2)^2 - 3 = 1 \Rightarrow (0, 1)$.
 - Με τον άξονα x : $f(x) = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 3 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$. Άρα σημεία $(2 - \sqrt{3}, 0)$, $(2 + \sqrt{3}, 0)$.
- 5) **Μονοτονία - σχήμα:** Παραβολή με άνοιγμα προς τα πάνω. Φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$ και αύξουσα στο $[2, +\infty)$.

Σχήμα

