

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΕΦ. 4ο

1. Να λυθούν οι εξισώσεις :  
α.  $x^2 + (\sqrt{2} - 3)x - 3\sqrt{2} = 0$       β.  $x^2 - (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = 0$
2. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  η εξίσωση  $8x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda - 7 = 0$  έχει ίσες ρίζες ;
3. Να δείξετε ότι η εξίσωση:  $x^2 - \beta x + \gamma = 0$  με  $\beta^2 = \frac{16}{3}\gamma$  έχει πραγματικές ρίζες.
4. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $\kappa, \lambda$  ώστε η εξίσωση  $3x^2 + 8(\kappa - 3)x + 5(\lambda - 2) = 0$  να έχει διπλή ρίζα το 0.
5. Να οριστεί ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$  ώστε η εξίσωση  $3x^2 - \lambda x + 3 = 0$  να έχει διπλή ρίζα και η εξίσωση  $2x^2 - 2x + \lambda = 0$  να έχει δύο άνισες ρίζες.
6. Να αποδείξετε ότι : αν η εξίσωση  $(2\alpha - \beta)x^2 - 4\alpha x + 4\beta = 0$  έχει διπλή ρίζα, τότε η εξίσωση  $(\alpha^2 + \beta^2)x^2 - 2x + 3(\alpha - \beta) = 0$  έχει δύο άνισες ρίζες.
7. Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι οι πλευρές ενός τριγώνου, να εξεταστεί αν η εξίσωση  $x^2 - 2(\alpha - \beta)x + \gamma^2 = 0$  έχει πραγματικές ρίζες.
8. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda - 3 = 0$ , έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε πραγματικό  $\lambda$ .
9. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση  $(2\lambda - 5)x^2 - 2(\lambda - 1)x + 3 = 0$  έχει διπλή ρίζα.
10. Δίνεται η εξίσωση:  $\lambda x^2 + 5x + 10 = 0$ .  
Α) Για ποια τιμή του  $\lambda$  έχει την μοναδική λύση  $x = -2$  ;  
Β) Να βρεθεί το  $\lambda$  ώστε να έχει μια διπλή ρίζα η οποία και να βρεθεί.
11. α) Αποδείξτε ότι η εξίσωση  $x^2 + \lambda x - 1 = 0$  έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες, οποιοσδήποτε και αν είναι ο αριθμός  $\lambda$ .  
β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες αυτές, να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$  έτσι ώστε :  
  
i)  $x_1^2 + x_2^2 = 3$       ii)  $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 = 2$
12. Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + (\lambda + 1) \cdot x - 2\lambda^2 + 2\lambda = 0$  (I)  
Α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$ . Για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες;  
Β. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της (I) να βρείτε το  $\lambda$  έτσι ώστε οι ρίζες αυτές να είναι αντίθετες.  
Γ. Να βρείτε την εξίσωση που έχει ρίζες τις:  $\frac{x_1}{2}$  και  $\frac{x_2}{2}$ , όπου  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της (I).