

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΡΥΘΜΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ

- 1) Το διάστημα S σε μέτρα που διανύει μια πέτρα όταν εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα 100 m/sec , δίνεται από τον τύπο $S(t)=100t-10t^2$, όπου t ο χρόνος σε sec .
- i) Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της πέτρας όταν $t=2 \text{ sec}$.
- ii) Τι συμβαίνει όταν $t=6 \text{ sec}$.
- iii) Να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει η πέτρα.
- iv) Σε ποια χρονική στιγμή το ύψος της πέτρας είναι 210 m .
- 2) Κατά την παραγωγή χ μονάδων ενός προϊόντος το κόστος παραγωγής είναι $K(\chi)$ και η τιμή πώλησης $\Pi(\chi)$. Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους μηδενίζεται, αν και μόνο αν ο ρυθμός μεταβολής του κόστους και ο ρυθμός μεταβολής της τιμής πώλησης είναι ίσοι.
- 3) Το συνολικό κόστος παραγωγής χ μονάδων ενός προϊόντος είναι $K(\chi)=500+400\chi-20\chi^2+\frac{1}{2}\chi^3$ και η συνολική είσπραξη από την πώλησή τους είναι $E(\chi)=400\chi$.
- i) Για ποιες τιμές του χ ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους $P(\chi)=E(\chi)-K(\chi)$ είναι θετικός.
- ii) Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\chi \in (20,30)$ για το οποίο μηδενίζεται ο ρυθμός μεταβολής του μέσου κόστους $K_{\mu}(\chi)=\frac{K(\chi)}{\chi}$.
- 4) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) είναι $\hat{A}=120^\circ$ και $B\Gamma=a$.
- i) Να υπολογίσετε το εμβαδό του $E(a)$ ως συνάρτηση του a .
- ii) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του $E(a)$ για $a=2$.
- 5) Έστω E το εμβαδό του τριγώνου που ορίζουν τα σημεία $O(0,0)$, $A(\chi,0)$ και $B(0,e^x)$, όπου $\chi > 0$. Αν το χ μεταβάλλεται με ρυθμό 3 cm/sec να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του E όταν είναι $\chi=2 \text{ cm}$.
- 6) Οι διαγώνιοι χ και y ενός ρόμβου ελαττώνονται με ρυθμό 3 cm/sec και 4 cm/sec αντίστοιχα. Να βρείτε το ρυθμό μείωσης του εμβαδού του ρόμβου ως προς τον χρόνο t κατά την χρονική στιγμή t_0 που είναι $\chi=50 \text{ cm}$ και $y=60 \text{ cm}$.
- 7) Από ένα σφαιρικό μπαλόνι με αρχική ακτίνα 10 cm αρχίζει να διαφεύγει αέρας. Η ακτίνα του ελαττώνεται σύμφωνα με τον τύπο $r=10-t^2$ όπου t ο χρόνος σε sec . Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του όγκου του μπαλονιού όταν $t=2 \text{ sec}$.
- 8) Φουσκώνουμε μια σφαιρική μπάλα και ο όγκος της αυξάνεται με ρυθμό $500 \text{ cm}^3/\text{sec}$. Να βρείτε
- i) Το ρυθμό μεταβολής της ακτίνας της μπάλας, όταν αυτή είναι 3 cm .
- ii) Την ακτίνα της μπάλας την χρονική στιγμή που η επιφάνειά της αυξάνεται με ρυθμό $100 \text{ cm}^2/\text{sec}$.
- 9) Ρίχνουμε μια πέτρα σε μια λίμνη και δημιουργείται κυκλικός κυματισμός. Την χρονική στιγμή t_0 που η ακτίνα του κυματισμού είναι 1 m , ο ρυθμός μεταβολής της ακτίνας είναι 30 m/sec να βρείτε τον ρυθμό αύξησης του εμβαδού που περικλείεται από τον κυκλικό κυματισμό κατά την χρονική στιγμή t_0 .
- 10) Σ' ένα ορθογώνιο το μήκος χ αυξάνεται με ρυθμό 3 cm/sec και το πλάτος y ελαττώνεται έτσι ώστε το εμβαδό του να είναι πάντοτε ίσο με 100 cm^2 . Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της περιμέτρου του ορθογωνίου κατά την χρονική στιγμή t_0 που είναι $\chi=20 \text{ cm}$.
- 11) Μια σκάλα μήκους 17 m ακουμπάει σ' ένα κατακόρυφο τοίχο. Η σκάλα κινείται έτσι, ώστε η βάση της να απομακρύνεται από τον τοίχο με ρυθμό 1 m/sec . Να βρείτε τον ρυθμό με τον οποίο κατεβαίνει η κορυφή της σκάλας την χρονική στιγμή κατά την οποία η βάση της απέχει από τον τοίχο 8 m .