

Χάσιμο Επαφής

**A. Η επιφάνεια επαφής είναι κάθετη στη διεύθυνση της ταλάντωσης
(το ένα σώμα 'σπρώχνει' το άλλο)**

♦ A1. Οριζόντια ταλάντωση

Θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων για όσο χρόνο παραμένουν σε επαφή μεταξύ τους. Το m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο m_1 . Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k$$

Ας μελετήσουμε για όσο χρόνο υπάρχει επαφή, την κίνηση του σώματος m_2 .

Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } x: \Sigma F_{x2} = m_2 a \Rightarrow F_{12} = m_2 a \quad (1)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει: $a = -\omega^2 x$ (2)

Οπότε:

$$(1) \xrightarrow{(2)} F_{12} = m_2(-\omega^2 x) = -m_2 \omega^2 x \Rightarrow F_{12} = -m_2 \omega^2 x \quad (3)$$

Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες ως δυνάμεις δράσης αντίδρασης.

Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων έχουμε όταν πάψει να υπάρχει δύναμη επαφής ανάμεσα τους, δηλαδή:

$$F_{21} = F_{12} = 0$$

Η σχέση (3) μας δίνει:

$$(3) \Rightarrow 0 = m_2 \omega^2 x \Rightarrow x = 0$$

Δηλαδή η επαφή χάνεται στη θέση φυσικού μήκους (Φ, M) του ελατηρίου η οποία στην περίπτωση μας ταυτίζεται με τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

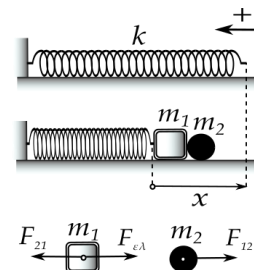
• Παρατηρήσεις

1. Το σύστημα των σωμάτων θα περάσει υποχρεωτικά από τη θέση φυσικού μήκους (αφού είναι η θ, I) οπότε η επαφή θα χαθεί οπωσδήποτε.

2. Μπορούμε να προβλέψουμε την απώλεια στη θέση φυσικού μήκους αφού μετά απ' αυτήν το μέτρο της ταχύτητας του m_1 θα αρχίσει να μειώνεται λόγω της δράσης της δύναμης από το ελατήριο ενώ το σώμα m_2 δεν δέχεται οριζόντιες δυνάμεις που μπορούν να μειώσουν το μέτρο της ταχύτητάς του και θα συνεχίσει κάνοντας ευ-θύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.

3. Μετά την απώλεια επαφής το σώμα m_1 , καθώς παραμένει δεμένο στο ελατήριο, θα κάνει νέα απλή αρμονική ταλάντωση η οποία:

- θα έχει την ίδια θέση ισορροπίας
- θα έχει σταθερά ταλάντωσης $D = k$
- θα έχει διαφορετική γωνιακή συχνότητα ω' : $k = m_1 \omega'^2$
- θα έχει ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης
- θα έχει διαφορετικό πλάτος αφού $u_{\max 1} = u'_{\max 1} \Rightarrow \omega A = \omega' A'$



◆ A2. Κατακόρυφη ταλάντωση

Η μελέτη μας αφορά το χρονικό διάστημα για το οποίο τα σώματα παραμένουν σε επαφή μεταξύ τους. Το m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο m_1 . Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα, εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης αυτής υπολογίζεται από τη σχέση

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \quad (1)$$

Αρχικά μελετάμε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων:

$$\begin{aligned} (\theta.I)\Sigma F_y = 0 &\Rightarrow -F_{ελ} + B_1 + B_2 = 0 \Rightarrow \\ -k\Delta\ell + (m_1 + m_2)g &= 0 \Rightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \end{aligned}$$

Ας μελετήσουμε για όσο χρόνο υπάρχει επαφή, την κίνηση του σώματος m_2 .

Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_{2y} = m_2 a \Rightarrow F_{12} - B_2 = m_2 a \quad (2)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει: $a = -\omega^2 y$ (3)

Οπότε:

$$(2) \xrightarrow{(3)} F_{12} - B_2 = -m_2 \omega^2 y \quad (4)$$

Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων έχουμε όταν πάψει να υπάρχει δύναμη επαφής ανάμεσα τους, δηλαδή

$$F_{21} = F_{12} = 0$$

Η σχέση (4) μας δίνει:

$$(4) \Rightarrow 0 - B_2 = -m_2 \omega^2 y \Rightarrow y = \frac{g}{\omega^2} \xrightarrow{(1)} y = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \Delta\ell$$

Επομένως η θέση απώλειας επαφής είναι και πάλι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

• Παρατηρήσεις

1. Το σύστημα των σωμάτων δεν περνά υποχρεωτικά από τη θέση φυσικού μήκους οπότε δεν είναι βέβαιο ότι η επαφή θα χαθεί. Αυτό εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης. Η επαφή χάνεται μόνο αν ισχύει $A > |\Delta\ell_1|$.

2. Μπορούμε να προβλέψουμε την απώλεια επαφής στη θέση φυσικού μήκους μια και στη θέση αυτή το βάρος προσδίδει σε κάθε σώμα επιτάχυνση g , αλλά το σώμα που είναι δεμένο στο ελατήριο θα έχει επιπλέον επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω λόγω της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο.

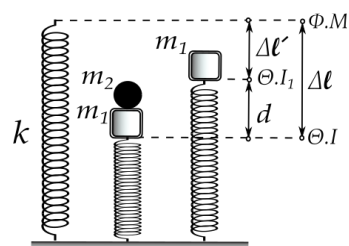
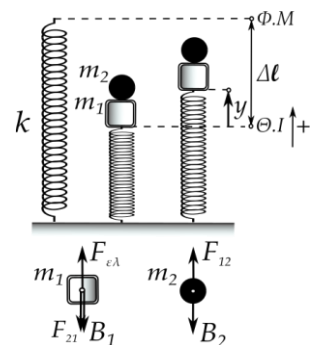
3. Μετά την απώλεια επαφής (εφόσον υπάρξει) το σώμα m_2 , θα κάνει κατακόρυφη βολή με αρχική ταχύτητα της οποίας το μέτρο (έστω u_1) μπορεί να προσδιοριστεί με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων:

$$(ADE) E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u_1^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$$

4. Μετά την απώλεια επαφής (εφόσον υπάρξει) το σώμα m_1 , καθώς παραμένει δεμένο στο ελατήριο, θα κάνει νέα απλή αρμονική ταλάντωση η οποία:

- Θα έχει διαφορετική θέση ισορροπίας
- Θα έχει σταθερά ταλάντωσης $D = k$
- Θα έχει διαφορετική γωνιακή συχνότητα ω' : $D = k = m_1 \omega'^2$
- Θα έχει πλάτος ταλάντωσης A' που υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης, για την νέα ταλάντωση του m_1 (στο σχήμα η νέα θέση ισορροπίας συμβολίζεται με $\theta.I_1$ ενώ η παλιά με $\theta.I$):

$$(ADE) E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell'^2$$



◆ A3. Ταλάντωση σε πλάγιο επίπεδο

Η μελέτη μας αφορά το χρονικό διάστημα για το οποίο τα σώματα παραμένουν σε επαφή μεταξύ τους. Το m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο m_1 .

Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα, εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης αυτής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \quad (1)$$

Αρχικά μελετάμε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων:

$$(\Theta.I)\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{ελ} + B_{1x} + B_{2x} = 0 \Rightarrow$$

$$-k\Delta\ell + (m_1 + m_2)g\eta\mu\theta = 0 \Rightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}\eta\mu\theta$$

Ας μελετήσουμε όσο χρόνο υπάρχει επαφή, την κίνηση του σώματος m_2 .

Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } x: \Sigma F_{2x} = m_2 a \Rightarrow F_{12} - B_{2x} = m_2 a \quad (2)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει: $a = -\omega^2 x$ (3)

Οπότε:

$$(2) \xrightarrow{(3)} F_{12} - B_{2x} = -m_2 \omega^2 x \quad (4)$$

Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων έχουμε όταν πάψει να υπάρχει δύναμη επαφής ανάμεσα τους, δηλαδή

$$F_{21} = F_{12} = 0$$

Η σχέση (4) μας δίνει:

$$(3) \Rightarrow 0 - B_{2y} = -m_2 \omega^2 x \Rightarrow x = \frac{g}{\omega^2} \eta\mu\theta \xrightarrow{(1)} x = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \eta\mu\theta$$

Επομένως η θέση απώλειας επαφής είναι και πάλι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

B. Η επιφάνεια επαφής είναι παράλληλη στη διεύθυνση της ταλάντωσης (το ένα σώμα «κάθεται» πάνω στο άλλο)

◆ B1. Οριζόντια ταλάντωση

Θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων υποθέτοντας ότι το ένα σώμα δεν ολισθαίνει σε σχέση με το άλλο. Το σώμα m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο m_1 .

Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως το σύστημα αυτό κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k$$

Ας μελετήσουμε για όσο χρόνο υπάρχει επαφή, την κίνηση του σώματος m_2 :

Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

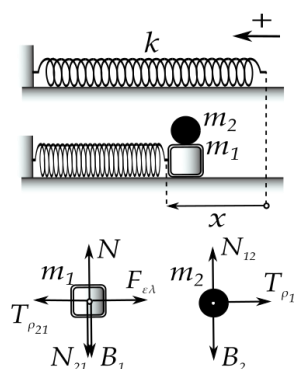
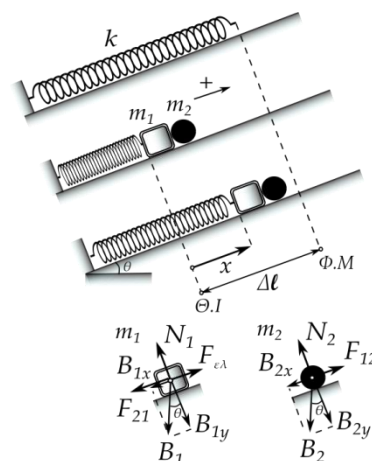
$$\text{άξονας } x: \Sigma F_{x2} = m_2 a \Rightarrow T_{\sigma\tau 12} = m_2 a \quad (1)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει:

$$a = -\omega^2 x \quad (2)$$

Οπότε:

$$(1) \xrightarrow{(2)} T_{\sigma\tau 12} = -m_2 \omega^2 x \quad (3)$$



Το m_2 στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{12} = B_2 \Rightarrow N_{12} = m_2 g \quad (4)$$

Για να μην υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων θα πρέπει το μέτρο της στατικής τριβής που απαιτείται να μην υπερβαίνει το μέτρο της μέγιστης στατικής τριβής, δηλαδή:

$$|T_{\sigma\tau_{12}}| \leq |T_{\rho\sigma\rho}| \xrightarrow{(3)} m_2 \omega^2 |x| \leq \mu N_{12} \xrightarrow{(4)} m_2 \omega^2 |x| \leq \mu m_2 g \Rightarrow \omega^2 |x| \leq \mu g$$

Διακρίνουμε τώρα δύο περιπτώσεις:

1. Το πλάτος A της ταλάντωσης είναι δεδομένο

Για να μην υπάρχει ολίσθηση θα πρέπει να ισχύει:

$$\mu \geq \frac{\omega^2 A}{g}$$

δηλαδή η ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής ώστε να μην υπάρξει ολίσθηση είναι:

$$\mu_{\min} = \frac{\omega^2 A}{g}$$

2. Ο συντελεστής τριβής μ είναι δεδομένος

Για να μην υπάρχει ολίσθηση θα πρέπει να ισχύει:

$$|x| \leq \frac{\mu g}{\omega^2}$$

δηλαδή το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = \frac{\mu g}{\omega^2}$$

◆ B2. Ταλάντωση σε πλάγιο επίπεδο

Θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων υποθέτοντας ότι το ένα σώμα δεν ολισθαίνει σε σχέση με το άλλο. Το σώμα m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο m_1 .

Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως το σύστημα αυτό κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2) \omega^2 = k$$

Ας μελετήσουμε όσο χρόνο υπάρχει επαφή, την κίνηση του σώματος m_2 :

Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } x: \Sigma \vec{F}_{x2} = m_2 \vec{a} \Rightarrow T_{\sigma\tau_{12}} - B_{2x} = m_2 a \quad (1)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει:

$$a = -\omega^2 x \quad (2)$$

Οπότε:

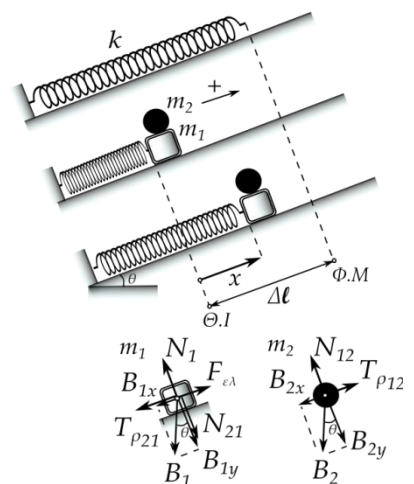
$$(1) \xrightarrow{(2)} T_{\sigma\tau_{12}} - B_{2x} = -m_2 \omega^2 x \Rightarrow T_{\sigma\tau_{12}} = B_{2x} - m_2 \omega^2 x \quad (3)$$

Το Σ_2 στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{12} = B_{2y} \Rightarrow N_{12} = m_2 g \sin \varphi \quad (4)$$

Για να μην υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων θα πρέπει το μέτρο της στατικής τριβής που απαιτείται να μην υπερβαίνει το μέτρο της μέγιστης στατικής τριβής, δηλαδή στην κάτω ακραία θέση ($x = -A$) οπότε:

$$|T_{\sigma\tau_{12}}| \leq |T_{\rho\sigma\rho}| \xrightarrow{(3)} |B_{x2} + m_2 \omega^2 A| \leq \mu N_{12} \Rightarrow$$



$$|m_2 \omega^2 A + m_2 g \eta \mu \varphi| \leq \mu m_2 g \sigma \nu \nu \varphi \Rightarrow |\omega^2 A + g \eta \mu \varphi| \leq \mu g \sigma \nu \nu \varphi \quad (4)$$

Διακρίνουμε τώρα δύο περιπτώσεις:

1. Το πλάτος A της ταλάντωσης είναι δεδομένο

Για να μην υπάρξει ολίσθηση θα πρέπει να ισχύει:

$$\mu \geq \frac{|\omega^2 A + g \eta \mu \varphi|}{|g \sigma \nu \nu \varphi|}$$

Ο αριθμητής του κλάσματος παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή του όταν η απομάκρυνση x είναι “όσο πιο κάτω” γίνεται δηλαδή στην κάτω ακραία θέση και έτσι είναι τελικά:

$$\mu_{\min} = \frac{|\omega^2 A + g \eta \mu \varphi|}{|g \sigma \nu \nu \varphi|}$$

2. Ο συντελεστής τριβής μ είναι δεδομένος

Η σχέση (4) δίνει: $-\mu g \sigma \nu \nu \varphi \leq \omega^2 A + g \eta \mu \varphi \leq \mu g \sigma \nu \nu \varphi \Rightarrow -\mu g \sigma \nu \nu \varphi - g \eta \mu \varphi \leq \omega^2 A \leq \mu g \sigma \nu \nu \varphi - g \eta \mu \varphi$

$$-\frac{\mu g \sigma \nu \nu \varphi + g \eta \mu \varphi}{\omega^2} \leq A \leq \frac{\mu g \sigma \nu \nu \varphi - g \eta \mu \varphi}{\omega^2}$$

Το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος είναι η μικρότερη τιμή από τις απόλυτες τιμές των δύο άκρων της ανισότητας δηλαδή:

$$A_{\max} = \left| \frac{\mu g \sigma \nu \nu \varphi + g \eta \mu \varphi}{\omega^2} \right|$$

◆ B3. Κατακόρυφη ταλάντωση

Η μελέτη μας αφορά το χρονικό διάστημα για το οποίο το m_2 ακουμπάει στο δάπεδο. Το m_1 και το m_2 είναι δεμένα στο ελατήριο, ενώ το σώμα m_2 απλώς ακουμπάει στο δάπεδο. Μόνο το m_1 ταλαντώνεται οπότε εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης αυτής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$D = k \Rightarrow m_1 \omega^2 = k$$

Αρχικά μελετάμε τη θέση ισορροπίας του m_1 :

$$\begin{aligned} (\theta \cdot I) \Sigma F_{y1} = 0 &\Rightarrow +F_{\varepsilon\lambda} - B_1 = 0 \Rightarrow \\ k \Delta \ell &= m_1 g = 0 \Rightarrow \Delta \ell = \frac{m_1 g}{k} \end{aligned}$$

Ας μελετήσουμε για όσο χρόνο υπάρχει επαφή του m_2 με το δάπεδο, την κίνηση του σώματος m_1 .

Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_{1y} = m_1 a \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - B_1 = m_1 a \quad (1)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει: $a = -\omega^2 y$ (2)

Οπότε:

$$(1) \xrightarrow{(2)} F_{\varepsilon\lambda} - B_1 = -m_1 \omega^2 y \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = B_1 - m_1 \omega^2 y \quad (3)$$

Το Σ_2 στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F'_{\varepsilon\lambda} - B_2 = 0 \Rightarrow N = m_2 g - F'_{\varepsilon\lambda} \quad (4)$$

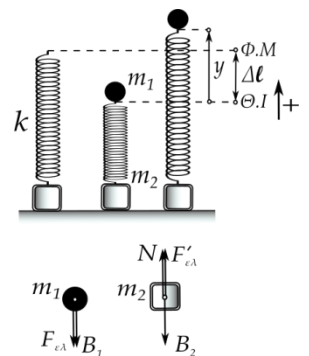
Για να μην χάνει την επαφή το m_2 με το δάπεδο πρέπει να ισχύει:

$$N \geq 0 \xrightarrow{(4)} m_2 g - F'_{\varepsilon\lambda} \geq 0 \Rightarrow m_2 g \geq F'_{\varepsilon\lambda} \xrightarrow{(3)} m_2 g \geq m_1 \omega^2 y - m_1 g \Rightarrow$$

$$m_2 g + m_1 g \geq m_1 \omega^2 y \Rightarrow m_2 g + m_1 g \geq m_1 \frac{k}{m_1} y \Rightarrow y \leq \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k}$$

Άρα το μέγιστο πλάτος για να μην χάσει επαφή είναι:

$$A = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k}$$



◆ B4. Ταλάντωση μέσω νήματος

Η μελέτη μας αφορά το χρονικό διάστημα για το οποίο τα σώματα παραμένουν δεμένα μεταξύ τους και το νήμα είναι τεντωμένο. Αν θεωρήσουμε τα δύο σώματα σύστημα, εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης αυτής υπολογίζεται από τη σχέση

$$D = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \quad (1)$$

Αρχικά μελετάμε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων:

$$\begin{aligned} (\Theta.I)\Sigma F_y = 0 &\Rightarrow -F_{ελ} + B_1 + B_2 = 0 \Rightarrow \\ -k\Delta\ell + (m_1 + m_2)g &= 0 \Rightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \end{aligned}$$

Ας μελετήσουμε για όσο χρόνο το νήμα είναι τεντωμένο, την κίνηση του σώματος m_2 .

Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα σε μία τυχαία θέση μας δίνει:

$$\text{άξονας } y: \Sigma F_{2y} = m_2 a \Rightarrow +T + B_2 = m_2 a \quad (2)$$

όμως και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα ισχύει: $a = -\omega^2 y$ (3)

Οπότε:

$$(2) \xrightarrow{(3)} T + B_2 = -m_2 \omega^2 y \quad (4)$$

Το νήμα θα πάψει οριακά να είναι τεντωμένο όταν η τιμή της τάσης μηδενιστεί, δηλαδή

$$T = T' = 0$$

Η σχέση (4) μας δίνει:

$$(4) \Rightarrow 0 + B_2 = -m_2 \omega^2 y \Rightarrow y = -\frac{g}{\omega^2} \xrightarrow{(1)} y = -\frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Επομένως το νήμα θα χαλαρώσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

