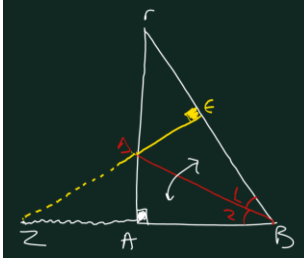
34499. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A} = 90^\circ\right)$ και ΒΔ η διχοτόμος της γωνίας Β.

Από το Δ φέρουμε $ΔΕ \perp ΒΓ$ και έστω Ζ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΕΔ τέμνει την προέκταση της ΒΑ (προς το Α). Να αποδείξετε ότι:

α) $AB = BE$ **β)** Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΕΒ είναι ίσα.



~~α~~ β) $AB = BE$

Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΕΖ έχουν:

I) $\hat{E} = \hat{A} = 90^\circ$

II) $\hat{B}$ κοινή

III) $AB = BE$

άρα $\overset{\triangle}{ABΓ} = \overset{\triangle}{BEZ}$

α) $\overset{\triangle}{ABΔ}$ και $\overset{\triangle}{BΔE}$

$\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ διχοτόμηση

$BΔ$ = κοινή

$\hat{A} = \hat{E} = 90^\circ$

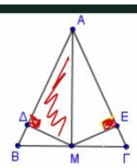
άρα $\overset{\triangle}{ABΔ} = \overset{\triangle}{BΔE} \Longrightarrow$

$AB = BE$

36330. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και από σημείο Μ της πλευράς ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) Αν είναι $MΔ = ME$, τότε τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΜΕ είναι ίσα.

β) Αν είναι $AB = AΓ$ και Μ το μέσο του ΒΓ, τότε $MΔ = ME$.



α) Τα ~~τρίγωνα ΒΜΔ και ΜΕΓ έχουν:~~

~~$\hat{Δ} = \hat{E} = 90^\circ$~~

~~$\boxed{MΔ = ME \text{ υποθ.}}$~~

~~$BM = MΓ$ (Μ μέσο της ΒΓ)~~

~~Άρα $\overset{\triangle}{BMΔ} = \overset{\triangle}{MEΓ}$~~

$\overset{\triangle}{AMΔ} = \overset{\triangle}{AME}$

γιατί

$\hat{Δ} = \hat{E}$

$MΔ = ME$

AM κοινή

β) $\overset{\triangle}{ΔMB}$ και $\overset{\triangle}{MEΓ}$

$\hat{Δ} = \hat{E} = 90^\circ$

$MB = MΓ$

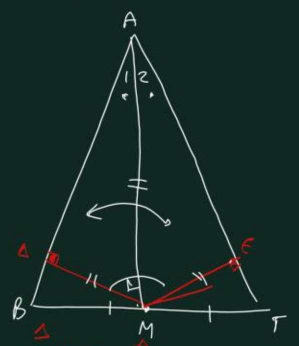
$\hat{B} = \hat{Γ}$ στη βάση του ισοσκελούς

άρα $\overset{\triangle}{ΔMB} = \overset{\triangle}{MEΓ}$ άρα

$MΔ = ME$

σελ 54 σχολικό

Αποδ. 1



$\overset{\triangle}{MB\Delta}$ και $\overset{\triangle}{ME\Gamma}$

MB = MΓ κάθετο

$\hat{B} = \hat{\Gamma}$ στη βάση του ισοσκελούς

$\hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ$

αρα $M\hat{B}\Delta = M\hat{E}\Gamma \Longrightarrow M\Delta = ME$

β) Τα τρίγωνα AΔM και AME έχουν

$\hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ$

MΔ = ME

AM κοινή

αρα $\overset{\triangle}{A\Delta M} = \overset{\triangle}{AME}$

~~αρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Longrightarrow$ AM διχοτόμος~~

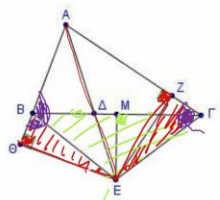
αρα $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ αρα AM διχοτόμος της $\Delta\hat{M}E$

1707(Θ4). Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος, η κάθετη από το μέσο Μ της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο Ε. Αν Θ,Ζ είναι οι προβολές του Ε στις ΑΒ,ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.

β) Τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα.

γ) $A\hat{\Gamma}E + A\hat{B}E = 180^\circ$.



προβολή του A στη ευθεία

i) EΘ = EZ οι αποστάσεις του E που βρίσκεται στη διχοτόμο της $\hat{A}$ απο τις πλευρές της είναι ίσες.

βρίσκεται στη μεσοκάθετο της ΒΓ

Αρα το E ισαπέχει απο τα B και Γ.

ii) EB = EΓ

iii) $\hat{\Theta} = \hat{Z} = 90^\circ$

αρα $\overset{\triangle}{\Theta BE} = \overset{\triangle}{Z\Gamma E}$

$A\hat{\Gamma}E = \Theta\hat{B}E$

γιατι $\overset{\triangle}{\Theta BE} = \overset{\triangle}{Z\Gamma E}$

όμως $A\hat{B}E + \Theta\hat{B}E = 180$

αρα και $A\hat{B}E + A\hat{\Gamma}E = 180^\circ$