



(1η) εργασία

2ο ΘΕΜΑ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΡΑΞΕΙΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ
ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ
ΡΙΖΕΣ

1.

Δίνεται η παράσταση: $A = |3x - 6| + 2$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Να αποδείξετε ότι

i) για κάθε $x \geq 2$, $A = 3x - 4$

ii) για κάθε $x < 2$, $A = 8 - 3x$.

(Μονάδες 12)

β) Αν για τον x ισχύει ότι $x \geq 2$ να αποδείξετε ότι: $\frac{9x^2 - 16}{|3x - 6| + 2} = 3x + 4$

(Μονάδες 13)

2.

α) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 1| \geq 5$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των (α) και (β).

(Μονάδες 8)

3.

α) Να βρείτε για ποιες πραγματικές τιμές του y ισχύει: $|y - 3| < 1$.

(Μονάδες 12)

β) Αν x, y είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με $1 < x < 3$ και $2 < y < 4$, τότε να αποδείξετε ότι: $6 < P < 14$, όπου P είναι η περίμετρος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 13)

4.

Έστω x, y πραγματικοί αριθμοί ώστε να ισχύει:

$$\frac{4x + 5y}{x - 4y} = -2$$

α) Να αποδείξετε ότι: $y = 2x$.

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{2x^2 + 3y^2 + xy}{xy}$$

(Μονάδες 13)

5.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $|x-5| < 4$.

(Μονάδες 10)

β) Αν κάποιος αριθμός α επαληθεύει την παραπάνω ανίσωση, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{\alpha} < 1$$

(Μονάδες 15)

6.

Για κάθε πραγματικό αριθμό x με την ιδιότητα $5 < x < 10$,

α) να γράψετε τις παραστάσεις

$$|x-5| \text{ και } |x-10|$$

χωρίς απόλυτες τιμές.

(Μονάδες 10)

β) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10}$$

(Μονάδες 15)

7.

Δίνεται η παράσταση: $A = |x-1| - |x-2|$

α) Για $1 < x < 2$, να δείξετε ότι: $A = 2x - 3$

(Μονάδες 13)

β) Για $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A έχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του x), την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 12)

8.

Δίνεται η παράσταση:

$$K = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x+2} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x-3}.$$

α) Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το x , ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

(Μονάδες 12)

β) Αν $-2 < x < 3$, να αποδείξετε ότι παράσταση K σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 13)

9.

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = (\sqrt{2})^6, \quad B = (\sqrt[3]{3})^6, \quad \Gamma = (\sqrt[5]{6})^6.$$

α) Να δείξετε ότι: $A + B + \Gamma = 23$.

(Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\sqrt[3]{3} \text{ και } \sqrt[5]{6}.$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)